

• MASSA MOLARE A :

• NUM. DI AVOGADRO: $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

• MASSA DI UN ATOMO: $m = A/N_A$

• NUM. DI ATOMI IN UN VOLUME DI DENSITA' ρ : $m = \rho \cdot N_A / A = \rho / m$

• FRAZIONE f DI IMPACCHETTAMENTO: $f = 0,52 \div 0,74$ ED ESPRIME COEFF. CHE GLI ATOMI OCCUPANO UN CERTO VOLUME

• RAGGIO ATOMICO: $R = \left(\frac{3R}{4\pi m} \right)^{1/3}$

NOTA: LE REAZ. CHIMICHE DIPENDONO DAL NUM. ATOMICO Z (NUM. DI PROTONI), MENTRE QUELLE NUCLEARI DIPENDONO DAL NUM. DI MASSA A (NUM. DI NUCLEONI).

• RAPPORTO FRA LE MASSE DI PROTONI ($m(p)$) ED ELETTRONI ($m(e^-)$): $m/e^- = \frac{1}{1836} m(p)$

NOTA: THOMSON SCOPRI' GLI e^- GRAZIE AL SUO ESPERIMENTO CON DUE ELETTRONI (TRA I QUALI SI APPLICA UNA ΔV) ED UN TUBO A VUOTO; LA ΔV PERMETTEVA L'ESTRAZIONE DEGLI e^- .

NOTA: THOMSON DIMOSTRO' CHE GLI e^- ERANO PARTICELLE (USO LE "PALETTE") CARICHE (DEVIAMONE DEL FASCIO MEDIANTE C. DI MAGNETI).

• PRINCIPIO DI DE BROGLIE: LUCE E PARTICELLE HANNO ENTRAMBE LA NATURA ONDULATORIA CHE NATURA CORPUSCOLARE

• λ DI DE BROGLIE: $\lambda = \frac{h}{p}$ (DA $E = pc = h\nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} \Rightarrow p \cdot \lambda = h \cdot \frac{c}{c} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p}$)

NOTA: STA IN OTTICA CHE LA DIM. DELLE PARTICELLE, PER AUMENTARE IL POTERE RISOLUTIVO DI UNO STRUMENTO, SI CORRISPONDE CON PICCOLE λ (CORRISP. CON GRANDI p : DA QUI NASCE L'ESISTENZA DEGLI ACCELERATORI).

• 1 eV: ENERGIA POSSIBILE DA UN e^- DOPO AVERE STATO ACCELERATO MEDIANTE UNA $\Delta V = 1V$.

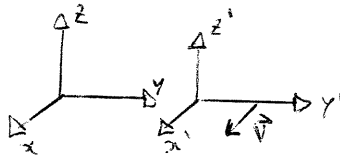
NOTA: $1eV = 1,6 \cdot 10^{-19} J$

• IPOTESI (ESPERIMENTALI) PER LA RELATIVITA' RESTRETTA

- VELOCITA' DELLA LUCE $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ IN TUTTI I SIST. DI RIF. INERZIALI
- LE LEGGI DELLA FISICA SONO LE STESSA IN TUTTI I SIST. DI RIF. INERZIALI
- ALUNN MODO PER SUPERARE c , IN ALCUN SIST. DI RIF.

• TRASFORMAZIONI DI GALILEO (RIF. INERZIALI)

$$\begin{cases} x = x' + vt \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$



NOTA: NON ESISTE UN RIF. PRIVILEGIATO

• INVARIANZA: PROPRIETA' POSSIBILE DA UNA GRANDEZZA O DA UNA RELAZIONE (TRA LE QUALI LA GRANDEZZA O LA RELAZ. HA QUESTA PROPRIETA' CONSERVANDO STESSO VALORE O STESSA FORMA AL VARIARE DEI SIST. DI RIF..

NOTA: LE LEGGI CLASSICHE DEI MOTI E LA LEGGE DI HOOKE SONO INVARIANTI RISPETTO ALLE TRASF. DI GALILEO

NOTA: LE EQUAZ. DI MAXWELL NON SONO INVARIANTI RISPETTO ALLE TRASF. DI GALILEO.

NOTA: DALLE IPOTESI DI EINSTEIN SULLA VELOCITA' LIMITE, NASCE LA NON ASSOLUTAZIONE DEL TEMPO ($\exists t \text{ e } t'$).

NOTA: SOTO CHE IL TEMPO NON E' PIU' ASSOLUTO, OCCORRE USARE COORDINATE SPAZIOTEMPORALI PER DESCRIVERE UN EVENTO

• DISTANZA QUADRIDIMENSIONALE: $\Delta s^2 = c^2 \cdot (t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 = 0$

NOTA: LA Δs^2 È UN INVARIANTE RISPETTO ALLE ROTAZIONI SPAZIALI (x_1, x_2, x_3, \dots) E SPAZIOTEMPORALI $(x_1, x_2, x_3, x_4, \dots)$, AVENDO POSTO $x_1 = x; x_2 = y; x_3 = z; x_4 = \lambda \cdot c \cdot t$.

• TRASF. DI LORENTZ:

- FORMA EQUAZIONALE: $\begin{cases} x = \gamma(x' + vt') \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma(t' + \frac{v}{c^2}x') \end{cases}$
- FORMA MATRICIALE: $\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

CON $\beta = \frac{v}{c}$ E $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

- LUNGHEZZA PROPRIA: MISURA L_0 DI UNA LUNGA. IN UN SIST. IN CUI L'OGGETTO DA MISURARE È IN QUIETE.
- TEMPO PROPRIO: INTERVALLO DI TEMPO T_0 MISURATO FRA DUE EVENTI CHE ACCADONO NELLA STESSA POSIZIONE SPAZIALE.

• EFFETTI RELATIVISTICI:

- CONTRAZIONE DELLE LUNGHEZZE: $L = L_0 \frac{1}{\gamma}$ (L = LUNGA DI UN OGGETTO IN UN SIST. IN CUI L'OGGETTO È IN MOT.)
- DILATAZIONE DEI TEMPI: $T = \gamma \cdot T_0$ (T = INTERVALLO DI TEMPO FRA DUE EVENTI IN UN SIST. IN CUI SONO SEPARATI NELLA STESSA POSIZIONE)

NOTA: LA VITA MEDIA τ DI UNA PARTICELLA RADIOATTIVA È MISURATA NEL SIST. SORRILE ALLA PARTICELLA (τ È UN TEMPO PROPRIO)

• QUASIVETTORE: $(\gamma_0, x_1, x_2, x_3)$ VETTORE A 4 ELEMENTI

NOTA: LA DIST. QUADRIDIMENSIONALE $\Delta s^2 = c^2 \cdot \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = 0$ È UN INVARIANTE RELATIVISTICO.

• QUADRIV. CONTRAVARIANTE: $X^M = (x_0, x_1, x_2, x_3)$

• > COVARIANTE: $X_M = (\gamma_0, -x_1, -x_2, -x_3)$

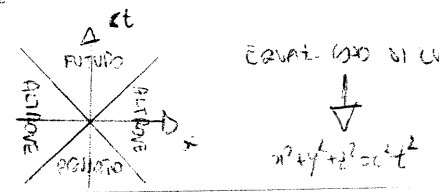
• PRODOTTO QUADRIVARIANTE: $\underline{A} \cdot \underline{B} = A_0 B_0 - A_1 B_1 - A_2 B_2 - A_3 B_3 = A_0 B_0 - \vec{A} \cdot \vec{B}$ () $\vec{A} = (A_1, A_2, A_3)$ E $\vec{B} = (B_1, B_2, B_3)$

NOTA: IL PRODOTTO QUADRIVARIANTE È UN INVARIANTE RELATIVISTICO.

• FORME QUADRIVECTORIALI DELL'OPERATORE IMPULSO $\hat{p} = -i \vec{\nabla}$

- CONTRAVARIANTE: $\hat{p}^M = (\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla})$
- COVARIANTE: $\hat{p}_M = (\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla})$

• CONO DI LUCE: CONO OTTENIBILE IN UN DATO SPAZIO TEMPO, LA CUI SUPERFICIE UNITA LO SPAZIO-TEMPO ACCESSIBILE (PER $t > 0$ → FUTURO, PER $t < 0$ → PASSATO. FUORI DAL CONO → ALTROVE).



SEZIONE

NOTA: UN CORPO (PIÙ O MENO) POSTO ALL'ORIGINE, POTREBBE RAGGIUNGERE LA REGIONE DELL'ALTROVE SOLO SE LA SUA V > c.

REGOLA PER LE MASSE IN UN DECADIMENTO $A \rightarrow B_1 + B_2 + \dots + B_n$ $m_A = \sum_k \sqrt{m_k^2 + p_k^2} \Rightarrow m_A > \sum_k m_k$ (la p è per "particelle")

NOTA: DA QUESTA RELAZIONE QUINDI CHE LE PARTICELLE DI MASSA NULLA NON POSSONO DECADERE IN PARTICELLE MASSIVE.

DECADIMENTO IN DUE CORPI:

- NEL CM: $\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ M, P \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ m_1, p_1 & m_2, p_2 \end{matrix}$
- NEL LAB: $\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ M, 0 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ m_1, p_1^* & m_2, p_2^* \end{matrix}$ (NOTA: $p_1^* + p_2^* = 0$)

NOTA: ENERGIA ED IMPULSO NEL CM SONO BEN DETERMINATI DALLA CONOSCENZA DELLE MASSE:

$$\begin{cases} E_1^* = \frac{M^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M} \\ E_2^* = E_1^* - m_1^2 + m_2^2 \\ p_1^* = \sqrt{E_1^{*2} - m_1^2} \end{cases}$$

MATRICI DI LORENTE PER PASSARE:

- da LAB al CM: $\begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- da CM al LAB: $\begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

ANGOLI CARATTERISTICI NEL DECADIMENTO: ANGOLI FORMATI DALLE DIREZIONI VOCI DELLE PARTICELLE FINITE CON QUELLA DELLA PARTICELLA PADRE (ASSIEME COME ASSE Z DEL SISTEMA).

NOTA: I CARATTERI IN 2 CORPI SONO MONOENERGETICI, PENSARE ANZI A QUELLI IN 3 CORPI.

COLLUSIONE FRA PARTICELLE:

- PARTICELLA SUITATA BARRIERA FISSA: $E_{TOT}^* = p^* P_A = 2m_1 E_1 \Rightarrow E_{TOT}^* = \sqrt{2m_1 E_1}$
- COLLUSIONE DI DUE PARTICELLE IN MOTO: $E_{TOT}^* = 2E_1$

NOTA: L'ENERGIA DISPONIBILE NEL CM È MASSIMA NEL CASO DI DUE PARTICELLE IN MOTO

ENERGIA DI SOGLIA: ENERGIA CINETICA INIZIALE MINIMA ADEQUATA, IN UNA COLLUSIONE, SI PRODUCA UN PARTICELLE DI MASSA m_k SEPARANDO UNA PARTICELLA INCIDENTE (DI MASSA m_1) CON UNA PARTICELLA BARRIERA (DI MASSA m_0) E UNA RILLOTTA $T_{SOGLIA} = \frac{(\sum_{k=1}^n m_k)^2 - (m_1 + m_0)^2}{2m_0}$

NOTA: SE $T_{SOGLIA} > 0 \Rightarrow \exists$ UNA SOGLIA, SE $T_{SOGLIA} < 0 \Rightarrow$ IL PROCESSO AVVIENE SPONTANEAMENTE.

NOTA: LA T_{SOGLIA} È L'ENERGIA NECESSARIA AFFINCHÉ TUTTE LE PARTICELLE SIANO PRODOTTE O A FERME.

EQUAZIONI DI MAXWELL IN FORMA INVARIANTE: INTRODUENDO PER VEC. \vec{A} (C.C. $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$) $M_0 \vec{J} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} + \vec{\nabla} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) - \vec{\nabla}^2 \vec{A}$

EP.E. SULLO ψ (C.C. $\vec{E} = -\vec{\nabla} \psi - \dot{\vec{A}}$) $\Rightarrow \frac{\square}{c^0} \psi = -\nabla^2 \psi - \frac{1}{c^2} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A})$

INVARIANZA DI GAUGE: PROPRIETÀ FIDUCIATA DALLE EQUAZIONI DI MAXWELL IN FORMA INVARIANTE, CHE RILLOTTANO INVARIANTI ALFETI. ALLE TRASF. DI GAUGE $(\vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{\nabla} \chi + \vec{A} \Rightarrow \psi \rightarrow \psi' = \psi - \frac{\partial \chi}{\partial t})$ (C.C. 2. SOGLIA).

GAUGE DI LORENTE: $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0$

NOTA: LA GAUGE DI LORENTE PERMETTE DI OTTENERE LE EQUAZIONI POTENZIALI \Rightarrow

$$\begin{cases} M_0 \vec{J} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2 \vec{A} \\ \frac{\square}{c^0} \psi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \rho}{\partial t} - \nabla^2 \psi \end{cases}$$

NOTA: NELLE EQUAZ. INVARIANTI, POSSIAMO SOSTITUIRE OPERATORI $\partial^M = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, -\nabla \right)$ E COORDINATE $\partial_M = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \nabla \right)$ TALI CHE $\partial^M \partial_M = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2$

STA: CON LA NUOVA NOTAZIONE, LE EQUAZ. DI MAXWELL IN FORMA INVARIANTE POSSONO ESSERE SCRITTE COME $\begin{cases} \partial_\mu \vec{J} = \partial^\mu \partial_\mu \vec{A} \\ \partial_\mu \vec{J} = \partial^\mu \partial_\mu \psi \end{cases}$

• QUADRIVETTORE POTENZIALE: $A^M = \left(\frac{\psi}{c}, \vec{A} \right)$

• QUADRIVETTORE DENSITA' DI CORRENTE: $J^M = (c, \vec{J})$

NOTA: USANDO A^M E J^M POSSIAMO RITRANDE LE ESPRESSIONI DELLA LEGGE DI LORENTE: $\partial_\mu A^\mu = 0$
 DELLE EQUAZ. DI MAXWELL IN FORMA INVARIANTE: $\partial_\mu \partial^\mu A^\mu = \frac{J^M}{\epsilon_0 c^2}$

• TENSORE F^{MV} DEL CAMPO ELETTROMAGNETICO: DATI $\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$ E $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z) \Rightarrow F^{MV} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x/c & -E_y/c & -E_z/c \\ E_x/c & 0 & -B_z & B_y \\ E_y/c & B_z & 0 & -B_x \\ E_z/c & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$

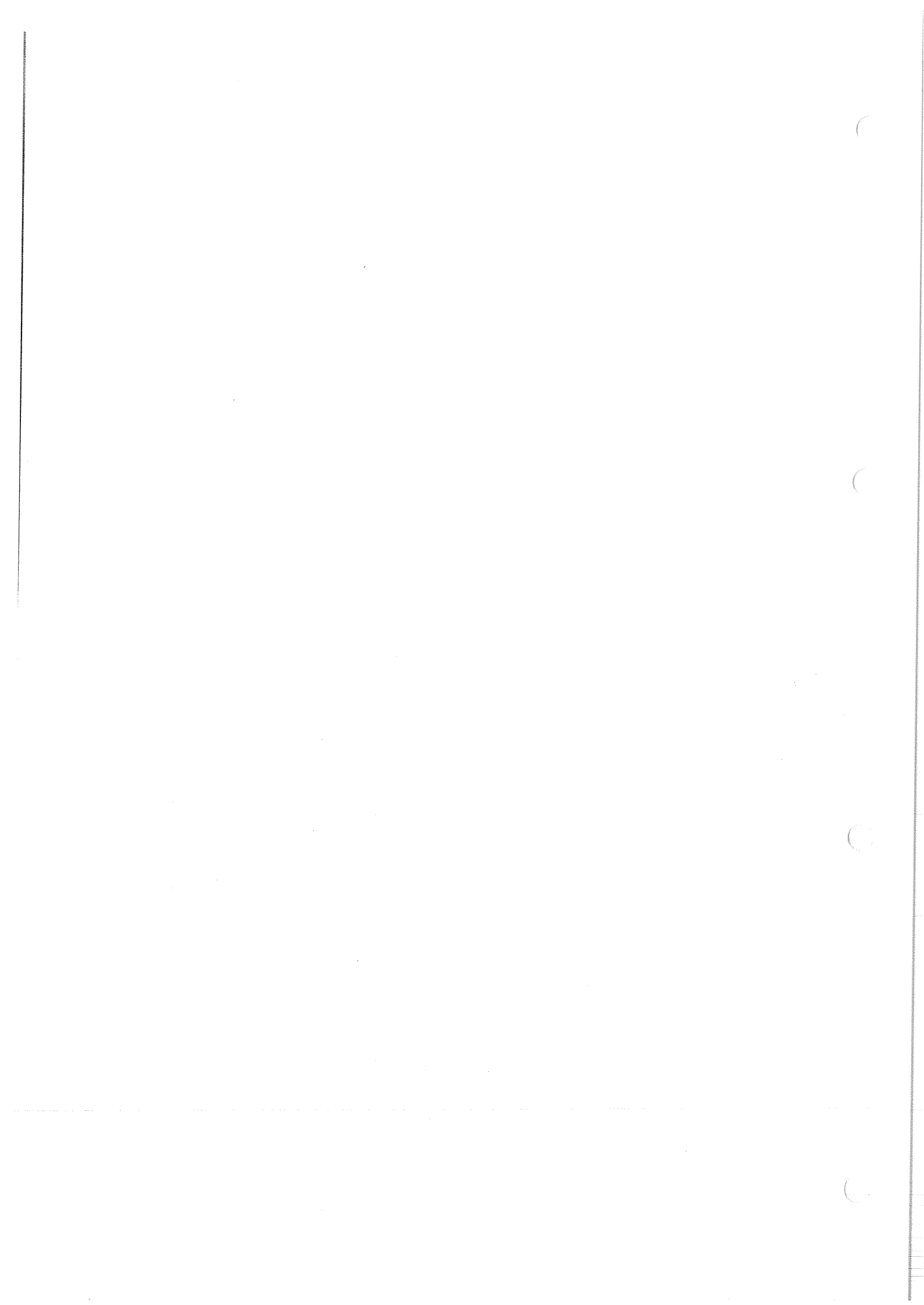
NOTA: SEVENDO Λ LA MATRICE DI LORENTE, VALE CHE $F^{MV} = \Lambda \cdot (F^{MV}) \cdot \Lambda^T$ PER CAMBIARE RIFERIMENTO.

NOTA: IL TENSORE INVARIANTE F_{MV} SI OTTIENE CAMBIANDO IL SEGNO (RISPETTO AL INVARIANTE F^{MV}) ALLE SUE COMP.

NOTA: LE EQUAZ. DI MAXWELL IN FORMA INVARIANTE POSSONO ESSERE SCRITTE FACENDO USO DI F^{MV} : $\begin{cases} \partial_\mu F^{MV} = \mu_0 J^M \\ \partial_\mu F^{MV} = J^M / \epsilon_0 c^2 \end{cases}$

• TENSORE DI LEVI-CIVITA: $\epsilon^{MNPQ} = \begin{cases} 1 & \text{SE } M, N, P, Q \text{ E' UNA PERMUTAZIONE PARI DI } 0, 1, 2, 3 \\ 0 & \text{SE CI SONO 1 O PIU' INDICI UGUALI} \\ -1 & \text{SE } M, N, P, Q \text{ E' UNA PERMUTAZIONE DISPARI DI } 0, 1, 2, 3 \end{cases}$

• TENSORE DUALE DEL CAMPO ELETTROMAGNETICO: $*F^{MV} = \frac{1}{2} \epsilon^{MNPQ} F_{PQ}$



FORMULE FISICA NUCLEARE

• NUM. DI ATOMI IN UN CAMPIONE DI DENSITA' ρ : $m = \rho \frac{NA}{A}$ ($NA = \text{NUM. ATOMI}$, $A = \text{NUM. DI MASSA ATOMO IN g}$)

• EQUIVALENZA eV/J: $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

• MATRICI DI LORENTEZ:

- da S_{LAB} ad S_{CM} : $\begin{pmatrix} E^* \\ p_{//}^* \\ p_{\perp}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_{//} \\ p_{\perp} \end{pmatrix}$
- da S_{CM} ad S_{LAB} : $\begin{pmatrix} E \\ p_{//} \\ p_{\perp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^* \\ p_{//}^* \\ p_{\perp}^* \end{pmatrix}$

• $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} = \frac{E}{m_0 c^2} = \left(\frac{E}{m_0} \text{ se } [m] = \left[\frac{\text{MeV}}{c^2} \right] \right)$

• $\beta\gamma = \frac{p}{m_0 c} = \left(\frac{p}{m_0} \text{ se } [p] = \left[\frac{\text{MeV}}{c} \right] \text{ con } [m] = \left[\frac{\text{MeV}}{c^2} \right] \right)$

• $\beta = \frac{v}{c} = \frac{p c}{E} = \left(\frac{p}{E} \text{ se } [p] = \left[\frac{\text{MeV}}{c} \right] \right)$

• FORMULE RELATIVISTICHE: $E = \gamma m_0 c^2$, $L = \frac{L_0}{\gamma}$ (LUNGHEZZE CONTRATTE), $T = \gamma T_0$ (DILATAZIONE TEMPI), $p = \gamma m_0 v$, $E^2 = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} = (\sqrt{p^2 + m_0^2} \text{ se } [p] = \left[\frac{\text{MeV}}{c} \right] \text{ e } [m] = \left[\frac{\text{MeV}}{c^2} \right])$, $E_{\text{cin}} = m_0 c^2 (\gamma - 1)$, $E_{\text{tot}} = m_0 c^2 (\text{se } [m] = \left[\frac{\text{MeV}}{c^2} \right])$

• QUADRIMPULSO: $P^M = (E, \vec{p})$

NOTA: NELLO STESSO RIFERIMENTO VALE $P_{\text{tot}}^M = P_{\text{FW}}^M$

• INVARIANTE QUADRO DEL QUADRIMPULSO: $P^M P_M = E^2 - p^2$

NOTA: IL $P^M P_M$ SI CONSERVA NEL PASSARE DA UN RIFERIMENTO ALL'ALTRO

• ENERGIA DI SOLIDA (INETICA): $T_{\text{solida}} = \frac{(\sum_{i=1}^n m_i v_i)^2}{2m_B}$

• FLUSSO PARTICELLE DI UN FASCIO INCIDENTE: $\Phi = n_i \cdot v_i$ ($n_i = \text{DENSITA' PART. INCID.}$, $v_i = \text{VELOCITA' PART. INCID.}$)

• COEFFICIENTE DI ASSORBIMENTO: $\mu = \rho \frac{NA}{A} \cdot \sigma \Rightarrow$ VARIE RELAZ. DI ATTENUAZ. : $N = N_0 e^{-\mu x}$; $\Phi(x) = \Phi_0 e^{-\mu x}$; $I = I_0 e^{-\mu x}$

• EQUIVALENZA barn/m²: $1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$

• CAMMINO LIBERO MEDIO DI UNA PARTICELLA IN UN MEZZO: $\lambda = \frac{1}{\mu}$

• LUMINOSITA' $L = \Phi \cdot N_B = n_i \cdot v_i \cdot N_B$ ($N_B = \text{NUM. DI BUBBLE}$)

• PROBABILITA' DI NON INTERAZIONE: $P(x) = e^{-\mu x}$

• " " INTERAZIONE: $P_{\text{int}}(x) = 1 - e^{-\mu x}$

• NUMERO DI INTERAZIONI: $\Delta N = -\Phi m_B \cdot \frac{N_A}{\Delta t} \cdot \Delta x = -\Phi N_B V_B \frac{N_A}{\Delta t} \cdot \Delta x = \Phi \cdot \Phi \cdot N_B$

CON $m_B = \rho \cdot \frac{N_A}{A}$ IN CASO DI BERRUM ATOMICI, V_B : VOLUME BERRUM, Δx : SPESORE BERRUM, Φ = FLUSSO PART. INCID.
 N_A = NUM. PART. INCID.

• SEZ. DI URTO DI RUTHERFORD: $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{z Z e^2}{4\pi \epsilon_0} \right)^2 \cdot \frac{m^2}{4p^4 \cdot \sin^4(\frac{\theta}{2})}$

CON z = NUM. ATOM. PART. INCIDENTI, Z = NUM. ATOM. PART. BERRUM, θ = ANGOLO DI SCATTERING, p = IMPULSO PART. INCID.

• SEZ. DI URTO DIFFERENZIALE:
 IN GENERALE $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dN}{d\Omega} \cdot \frac{1}{\Phi N_B}$

• NUM. DI INTERAZIONI RILEVATE SOTTO UN ANGOLO SOLIDO $\Delta\Omega$: $\Delta N = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot I_0 \cdot m_B \cdot \Delta x \cdot \Delta\Omega = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot I_0 \cdot m_B \cdot \frac{A_{RILEVATORE}}{R^2_{RILEVATORE}} \cdot \Delta x = \Phi \cdot N_B \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \frac{A_{RILEVATORE}}{R^2_{RILEVATORE}}$

• PERDITA DI E PER IONIZZAZIONE: $\frac{1}{s} \frac{dE}{dx} = \bar{c} \cdot \frac{z}{A} \cdot \frac{z^2}{\beta^2} \cdot \ln \left(\frac{m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{h \nu_{ie}} \right) = \bar{c} \cdot \frac{z}{A} \cdot \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{\langle I \rangle} \right) - \beta^2 \right]$

ESISTENDO $\bar{c} = \text{cost.} = 0,3 \text{ MeV} \cdot \text{cm}^2$, z, A = NUM. ATOMICI E DI MASSA DEL BERR., z = NUM. ATOMICI PART. INCID., $h \nu_{ie} = \langle I \rangle$ = POTENZIALE MEDIO DI IONIZZAZIONE (TABELLE); m_e = MASSA ELETTRONE; β, γ DELLA PART. INCIDENTE.

• RANGE: MASSIMA PENETRAZIONE DI UNA PARTICELLA NEL BERRUM $\Rightarrow R = \int_{E_0}^0 \frac{dE}{|dE/dx|} = \frac{m_e c^2}{z^2} \cdot F(\beta_0, z, A)$

• ENERGIA NECESSARIA PER CREAZIONE COPPA IONE-ELETTRONE: 30 eV

• LEGGE DI SCALA: $-\frac{dE_2}{dx}(T_2) = -\frac{z_2^2}{z_1^2} \cdot \frac{dE_1}{dx} \cdot \left(\frac{T_2 \cdot m_1}{m_2} \right)$

• FORMULA UTILE PER E_K : $E_K = \frac{p^2}{2m}$ (NONNO)

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

08/03/2010

2 prove in itinere
metà aprile primi di giugno

appelli standard (scritto e orale)

- relatività
- nucleo + misure relative
- Fisico delle particelle, asimmetrie
- costituenti elementari della materia

Molti esercizi.

Testi: vedi dispense

costituenti elementari materia: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Aristotele} \\ \text{fuoco, acqua, terra, aria} \\ \text{Democrito} \\ \text{atomi e spazio vuoto} \end{array} \right.$

~ 19esimo secolo: tabella periodica degli elementi,
92 elementi organizzati per massa crescente

Come si stimavano al tempo le grandezze atomiche?

Stima del raggio atomico

densità ρ n° di atomi/cm³: $n = \frac{N_A \rho}{A}$

$A =$ massa molare, con N_A fu determinata sempre nel 19° sec.

\Rightarrow Volume atomico $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

frazione d'impacchettamento $f \approx 0.52 - 0.74$

dovuta al fatto che \exists spazio vuoto tra atomi contigui

$$R = \left(\frac{3f}{4\pi n} \right)^{1/3}$$

Questo è dovuto a:

$$V_{occ} = V \cdot f \cdot n_{atomi}$$

$$m = \frac{N_A \rho}{A} = \frac{M}{M_A} + \frac{1}{V_{occ}} = \frac{M_{atomi}}{V \cdot f \cdot n_{atomi}} = \frac{1}{Vf}$$

$$\Rightarrow m = \frac{3}{4\pi R^3 f}$$

$\lambda < D \Rightarrow$ distinguo bene il foro.

Per apprezzare delle dimensioni di un particolare devo usare una λ piú piccola o confrontabile con le dimensioni di esso.

Aggiungo un disco opaco con $D = 10 \mu\text{m} \Rightarrow$ figura di diff. diversa, sempre distinguibile - Vario le dimensioni del disco opaco:

$4 \mu\text{m} \rightarrow$ distinguibile

$\left. \begin{array}{l} 2 \mu\text{m} \\ 1 \mu\text{m} \end{array} \right\} \rightarrow$ figura = a quella senza disco opaco.

Se uso luce visibile non posso distinguere oggetti piú piccoli di $4 \mu\text{m}$. Diametro nucleo: $< 10^{-15} \text{m} \dots$

due fori circolari: figura di diffrazione + frange di interferenza.



Hertz \rightarrow effetto fotoelettrico \rightarrow en. trasportata dai fotoni $= h\nu$
(premio Nobel ad Einstein per l'interpretazione dell'esperimento).

1924: sviluppato il principio di de Broglie \rightarrow "prologo" meccanica quantistica. Le particelle possono anche essere descritte da funzioni d'onda.

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$E = pc = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow pc = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p}, p = \frac{h}{\lambda}$$

Ipotesi: immediatamente confermata da esperimenti che rivelavano pattern di diffrazione da parte di enti che erano considerati "solo" particelle, come neutroni e protoni; esperimento di Davisson e Germer, 1927.

Un grande p produce una λ piccola \Rightarrow con le α si può distinguere il nucleo dell'atomo d'oro.

$$\lambda = \frac{h}{m_{\alpha} v} \approx \frac{h}{6,6 \cdot 10^{-27} \text{kg} \cdot 0,05c} \quad (\text{la velocità è conosciuta perché dato l'elemento che decade a } \alpha)$$
$$\approx 6,4 \cdot 10^{-15} \text{ m} \quad (\text{nota l'energia delle } \alpha)$$

= potere risolutivo dell'esperimento di Rutherford.

Le α emesse da sorgenti radioattive hanno energia che va dai 2 ai 7 MeV.

Potere risolutivo di un acceleratore di particelle attuale $\approx 10^{-18} \text{ cm}$!

09.03.10

Data 1 sono in grado di capire che impulso applicato alla particella per usarla come sonda.

Esempio di risoluzione: capello $\sim 1 \mu\text{m}$

Con le α riusciamo a vedere oggetti dell'ordine del nucleo.

Rutherford ebbe fortuna perché non sapeva questo.

Con gli acceleratori moderni otteniamo particelle con energia $\sim 7 \text{ TeV} = 7 \cdot 10^{12} \text{ eV} = 1,12 \cdot 10^{-6} \text{ J}$ (protone)

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Massa protone $\sim 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Un protone accelerato all'LHC è fortemente relativistico, viaggia con v poco minore di c .

Relatività Einstein 1905

Electromagnetic Field theory <http://www.plasma.uu.se/CED/Book>

esercizi

"

Exercises

La relatività ristretta è stata un'esigenza: si osservavano delle incongruenze tra le simmetrie attese.

- in nessun sistema di riferimento si riesce ad avere una $v > c$
- mondo macroscopico: $v \ll c$

È nel mondo macroscopico che sono state studiate le leggi della meccanica newtoniana, che infatti non fornisce previsioni corrette se applicata a particelle microscopiche e/o relativistiche.

Es.: è accelerato da 10 MV: $\frac{v}{c} = 0,998 \approx \frac{1}{c} \sqrt{\frac{2e\Delta V}{m}}$ ← No.

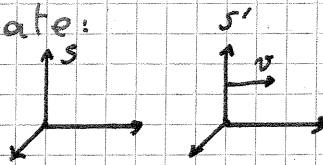
Quadruplicando ΔV non si va a $\sim 2c$ bensì $\frac{v}{c} = 0,999$.

Sistema inerziale: sistema dove $F = ma$, oppure sistema non accelerato.

Un evento è individuato da 4 coordinate:

• nel sistema s : (x, y, z, t)

• nel sistema s' : (x', y', z', t')



Trasformate di Galileo per passare tra s ed s' :

$$\begin{cases} x = x' + vt' \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$

Le leggi della meccanica classica sono invarianti nei sistemi di riferimento inerziali. Le equazioni sono le stesse.

Un esperimento non è in grado di individuare un sistema di riferimento assoluto.

Classicamente, il tempo trascorso tra due eventi P_1 e P_2 è lo stesso in ogni sistema di riferimento, come anche la distanza spaziale tra essi.

\Rightarrow $\begin{cases} \text{tempo assoluto} \\ \text{lunghezza invariante} \end{cases}$

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ u' = u - v \\ a' = a \end{cases}$$

La covarianza galileiana discende da questi fatti:

- le particelle interagiscono a coppie
- le \underline{F} di azione e reazione sono dirette lungo la congiungente
- $F = F(\pi_{ij})$

\Rightarrow Non esiste un sistema di riferimento in quiete assoluta, l'universo è isotropo.

L'assolutezza delle trasformate di Galileo riguardo al tempo presuppone che la velocità delle interazioni tra particelle sia infinita! Avemmo scoperto che in realtà la v massima è c .

Le equazioni di Maxwell non sono invarianti rispetto alle trasformazioni di Galileo! Per questo Einstein

sviluppa la relatività ristretta, per cercarne una forma che sia simmetrica in ogni sistema di riferimento.

Invarianza di un'equazione \Leftrightarrow l'eq. ha la stessa forma in tutti i sistemi inerziali. - Si trasforma tramite le trasformate di Galileo.

Esercizio

Passeggero su un treno a $v = 30 \text{ m/s}$

Uomo fermo sulla pensilina

$t = t' = 0$ P sorpassa U.

20 secondi dopo U vede un piccione che vola lungo la direzione del treno, distante 800 m.

• Coordinate assegnate da P al piccione?

5 secondi dopo, U assegna al piccione $x = 850 \text{ m}$

• velocità piccione per U?

• " " " P?

Esercizio

massa attaccata ad una molla su un piano orizzontale privo di attrito. Dimost. invarianza legge del moto.

$$\text{in } S: -k(x - x_0) = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$x = x' + vt'$$

$$x_0 = x'_0 + vt'_0$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 x'}{\partial t'^2}$$

$$-k(x' - x'_0) = m \frac{d^2 x'}{dt'^2} \quad \text{in } S'$$

Non invarianza delle equazioni di Maxwell

lo dimostriamo per l'equazione delle onde, che rappresenta un campo elettromagnetico.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0$$

$$x' = x - vt \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t$$

$$\frac{\partial x'}{\partial x} = 1 \quad \frac{\partial x'}{\partial t} = -v \quad \frac{\partial t'}{\partial t} = 1 \quad \frac{\partial y'}{\partial y} = 1 \quad \frac{\partial z'}{\partial z} = 1$$

tutte le altre derivate sono nulle.

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad \text{come anche rispetto ad } y \text{ e } z.$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial t} + \dots$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t'} - v \frac{\partial \phi}{\partial x'}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t'} \right) \frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t'} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial t} \right) - v \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} \right) - v \frac{\partial}{\partial t'} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x'} \frac{\partial t'}{\partial t} \right)$$

$$= v^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2} - 2v \frac{\partial^2 \phi}{\partial x' \partial t'} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial t'^2}$$

⇒ La parte a destra dell'equazione NON è simmetrica

⇒ Einstein cerca delle trasformate per far sì che l'eq. delle onde sia invariante nei sistemi inerziali.

1860 - 1900 → successo di elettromagnetismo ed ottica classica

• È etere permeante tutto lo spazio, dove la luce si propaga

$$\text{con } v = c = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}$$

In un sist. di rif. con vel. v , $c' = c \pm v$

• Solo in un s. sdidale all'etere $c = c$ e valgono le equazioni di Maxwell...

⇒ ∃ una relatività per la meccanica ma non per l'elettrodinamica

Le eq. di Maxwell sono corrette? Le leggi di Newton sono corrette?

Tutti gli esperimenti e le previsioni confermano le equazioni preesistenti di Maxwell. Si cercano delle soluzioni. Esiste o no una relatività per l'elettrodinamica simmetrica a quella per la meccanica?

Postulati di Einstein

- le leggi della fisica sono invarianti nei S inerziali -
- la v . della luce nel vuoto, c , è invariante in tutti gli S inerziali -
- c è la velocità massima raggiungibile in ogni sist. in -

⇒ la velocità di propagazione di un segnale non può essere infinita -

S, S' inerziali. Definiamo un evento

in S con (x, y, z, t)

in S' con (x', y', z', t')

S' in moto con vel v rispetto ad S

In ogni punto dello spazio si deve considerare che al massimo può valere $t' = \frac{d}{c}$, un segnale può essere inviato alla velocità max della luce.

Supponiamo che da $P_1(x_1, y_1, z_1, t_1)$ parta un raggio di luce che raggiunge $P_2(x_2, y_2, z_2, t_2)$.

$$\overline{P_1 P_2} = \sqrt{\dots} = c(t_2 - t_1) \quad \text{in } S$$

Ci deve essere una quantità invariante:

$$\Delta S^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 = 0 \quad \text{in } S$$

$$\Delta S'^2 = c^2(t_2' - t_1')^2 - \dots - (z_2' - z_1')^2 = 0 \quad \text{in } S'$$

Il primo invariante che incontriamo è il quadrato della distanza quadridimensionale tra i due eventi.

Una trasformazione che lascia invariata una forma quadratica è la rotazione.

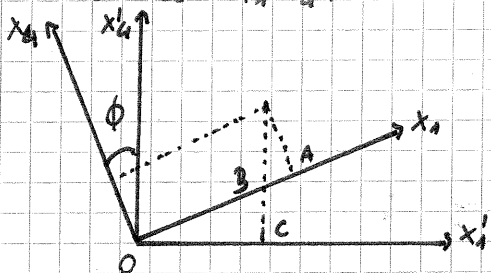
$$x_1 \equiv x \quad x_2 \equiv y \quad x_3 \equiv z \quad x_4 \equiv ict$$

La rotazione può essere scomposta nelle rotazioni:

$$x_1 x_2, \quad x_1 x_3, \quad x_1 x_4, \quad x_2 x_3, \quad x_2 x_4, \quad x_3 x_4$$

Alcune mescolano coordinate spaziali e temporali (trasformate di Lorentz speciali).

Vediamo la x_1, x_4 :



$$OC = (OA - BA) \cos \phi$$

$$BA = x_4 \tan \phi$$

$$\begin{cases} x_1' = x_1 \cos \phi - x_4 \sin \phi \\ x_2' = x_2 \\ x_3' = x_3 \\ x_4' = x_1 \sin \phi + x_4 \cos \phi \end{cases}$$

$$\text{coord } O' \text{ in } S = x_{0R} = vt$$

$$\text{in } S' \quad x'_{0R} = 0 = vt \cos \phi - ict \sin \phi$$

$$\Rightarrow i \tan \phi = \frac{v}{c} = \beta \Rightarrow \tan \phi = -i\beta$$

$$\sin^2 \phi = \frac{\beta^2}{1 + \beta^2}$$

$$\cos^2 \phi = \frac{1}{1 + \beta^2}$$

Le trasformate diventano:

$$\begin{cases} x'_1 = \gamma(x_1 - \beta ct) \\ x'_2 = x_2 \\ x'_3 = x_3 \\ ct' = \gamma(ct - \beta x) \end{cases} \quad \begin{aligned} \sin \phi &= \frac{-i\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ \gamma &= \cos \phi = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{aligned}$$

Si può scrivere anche:

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

tempo e spazio isotropi \Rightarrow trasformazioni lineari nelle 4 coordinate.

Caso generale: vedi dispense.

Nuovo orario: Lun 14:00 - 17:00

Mar 11:00 - 13:00

15/03/2010

Misura di una lunghezza: misura di 2 coordinate

$$\begin{aligned} L_0 &= x'_b - x'_a = \\ &= \frac{x_b - x_a + v(t_b - t_a)}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{aligned}$$

Contrazione delle
lunghezze.

La lunghezza propria, L_0 , la più grande che si possa avere, è quella vista nel sistema solidale all'oggetto misurato.

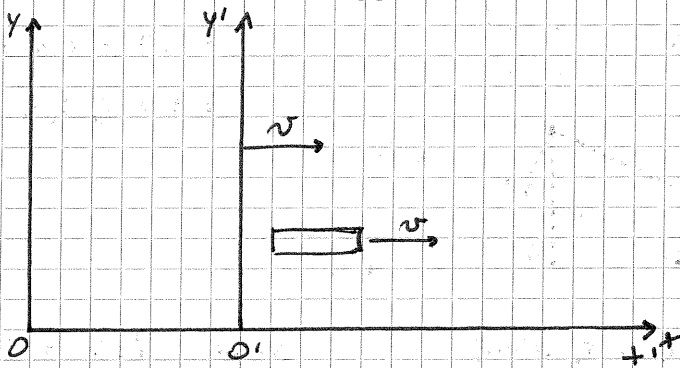
Dilatazione dei tempi: $t_2 - t_1$ è minimo nel sistema dove E_1 ed E_2 avvengono alla stessa coordinata spaziale (tempo proprio).

$$dx = v(t) dt$$

$$\beta(t) = v(t)/c$$

$$ds^2 = c^2 dt^2 - |dx|^2 = c^2 dt^2 (1 - \beta^2)$$

$$ds^2 \text{ è un invariante!} \quad ds'^2 = c^2 dz^2$$



$$d\tau = dt \sqrt{1 - \beta^2(t)} = \frac{dt}{\gamma(t)}$$

La dilatazione dei tempi vale anche in sistemi con velocità arbitrarie $v(t)$.

$$c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0 \quad \text{INVARIANTE RELATIVISTICO}$$

Definisco due quadri-vettori

$$x^\mu = (x_0, x_1, x_2, x_3)$$

$$x_\mu = (x_0, -x_1, -x_2, -x_3)$$

Il loro prodotto scalare restituisce l'invariante -

Introduco la metrica $g^{\mu\nu}$:

$$g^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$x^\mu x_\mu = \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\nu=0}^3 x^\mu g_{\mu\nu} x^\nu = x^\mu g_{\mu\nu} x^\nu$$

Trasformazione di Lorentz sul quadri-vettore

$$\begin{cases} x_0' = \gamma(x_0 - \beta x_1) \\ x_1' = \gamma(x_1 - \beta x_0) \\ x_2' = x_2 \\ x_3' = x_3 \end{cases}$$

$$x'^{\mu} = \sum_{\nu=0}^3 \Lambda^{\mu}_{\nu} x^{\nu}$$

$$\Lambda^{\mu}_{\nu} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Lambda^{-1} = \Lambda(-\beta)$$

In generale: $X' = \Lambda X$

(si verifica l'invarianza di ds^2).

Il prodotto tra due quadri-vettori qualunque deve essere un invariante relativistico.

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = A_0 B_0 - A_1 B_1 - A_2 B_2 - A_3 B_3 = A_0 B_0 - \overset{\substack{\uparrow \\ \text{vettori}}}{\underline{A}} \cdot \overset{\substack{\uparrow \\ \text{quadri-vettori}}}{\underline{B}} = \left[(\underline{A+B})^2 - \underline{A}^2 - \underline{B}^2 \right] \frac{1}{2}$$

$$(\underline{A+B})^2 = \underline{A} \cdot \underline{A} + \underline{B} \cdot \underline{B} + 2 \underline{A} \cdot \underline{B}$$

Il modulo quadro di un quadri-vettore è invariante, quindi tutte le cose a destra sono invarianti, come la loro somma, quindi anche $\underline{A} \cdot \underline{B}$ è un invariante.

Operatore impulso: $\hat{p} = -i \nabla$

Operatore per le quadriderivate:

- covariante $\partial^\mu = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, +\nabla \right)$

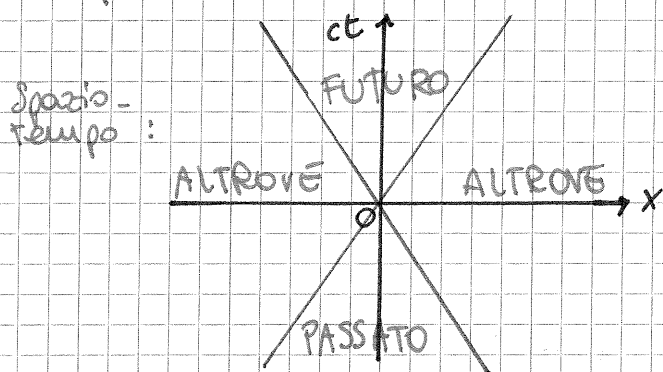
- contravariante $\partial_\mu = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, -\nabla \right)$

Esempio di quadriettore: (ct, x_1, x_2, x_3)

$\partial^\mu \partial_\mu$ risulta un invariante per trasformazioni di Lorentz.

CONO DI LUCE

Relazione di causalità: un evento B può avvenire solo dopo un evento A.



c è il limite superiore per v , lo spaziotempo può essere diviso in sole 3 regioni: passato, futuro e altrove.

Traiettorie reali: $x^2 + y^2 + z^2 \leq c^2 t^2$

Per i sistemi fisici vale la relazione di causalità; un sistema fisico che si trova in O non può raggiungere l'altrove.

$\underline{A} \equiv \underline{B} - \underline{C}$ distanza spazio-temporale tra due eventi.

$\underline{A} \cdot \underline{A} = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 =$ invariante relativistico $= \Delta s^2$

- $\underline{A} \cdot \underline{A} > 0 \Rightarrow \underline{A}$ è time-like; \exists un sistema in cui i due eventi avvengono nello stesso punto
- $\underline{A} \cdot \underline{A} < 0 \Rightarrow \underline{A}$ è space-like, \exists un s.d.r. in cui i due eventi avvengono allo stesso istante.
- $\underline{A} \cdot \underline{A} = 0 \Rightarrow \underline{A}$ è di tipo luce.

Se un evento è di tipo tempo, il segno di Δt è INVARIANTE. Questo tipo di eventi risentono dei rapporti causa-effetto in ogni sistema di riferimento.

Com una distanza space-like non è sempre possibile definire l'antieriorità di un evento rispetto ad un altro! Non esistono rapporti di causalità per questi eventi.

TRASFORMAZIONI PER LA VELOCITÀ

Si ottengono scrivendo in forma differenziale le tr. di L. Per le inverse: $v \rightarrow -v$

$$\begin{cases} u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c} u_x} \\ u'_y = \frac{u_y}{\gamma \left(1 - \frac{v}{c} u_x\right)} \\ u'_z = \frac{u_z}{\gamma \left(1 - \frac{v}{c} u_x\right)} \end{cases}$$

Quadrivettore derivata (quadriderivata)

Dato un vettore s-t posso definire un quadrivettore a modulo invariante che me contenga le derivate.

Definisco: tempo proprio $\equiv \tau$

$$\eta^0 = \frac{dt}{d\tau} = \frac{dt}{dt/\gamma} = \gamma c$$

$$\eta^1 = \frac{dx}{d\tau} = \frac{dx}{dt/\gamma} = \gamma u_x$$

$$\eta^2 = \frac{dy}{d\tau} = \frac{dy}{dt/\gamma} = \gamma u_y$$

$$\eta^3 = \frac{dz}{d\tau} = \frac{dz}{dt/\gamma} = \gamma u_z$$

Deriviamo rispetto al tempo proprio perché quest'ultimo è indipendente dal sistema di riferimento.

Si ha: $\eta^\mu \eta_\mu = \gamma^2 c^2 - \gamma^2 (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) = \gamma^2 c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = c^2$
che è un invariante. η^μ si dice quadrivelocità.

Di conseguenza: quadrimpulso = $p^\mu = m_0 \eta^\mu$

$$p^\mu p_\mu = m_0^2 c^2$$

$$p^\mu = \left(m_0 \gamma c, \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \vec{v} \right)$$

Voglio dimostrare che $m_0 \gamma c = \frac{E}{c}$ - (Vedi dispense)

$v \ll c \Rightarrow \bar{E} = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 + [\text{termini trascurabili}]$

$$\text{Quindi: } p^\mu = \left(\frac{E}{c}, \vec{p} \right)$$

$$p^\mu p_\mu = \left(\frac{E}{c}\right)^2 - p^2 \Rightarrow E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 = m_0^2 \gamma^2 c^4$$

Un orologio in moto misura sempre un Δt maggiore di un orologio fermo.

$$\vec{p} = m_0 \gamma \vec{v}$$

$$p^\mu = \left(\frac{E}{c}, \vec{p}\right)$$

$$E = m_0 c^2 \gamma = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

$$T = m_0 c^2 (\gamma - 1)$$

Grazie alla relatività, possiamo spostare particelle instabili ^{od} ~~per~~ una distanza molto superiore al limite galileiano della distanza di decadimento ($c\tau$).

CINEMATICA DELLE RELAZIONI TRA PARTICELLE

• Decadimenti: $a \rightarrow b_1 + \dots + b_m$

• Collisioni: inelastiche: $a_1 + a_2 \rightarrow b_1 + \dots + b_m$

elastiche: $a_1 + a_2 \rightarrow a_1 + a_2$

* Una collisione che non conserva tutti i numeri quantici è INELASTICA!

Se studio la reazione nel ^{s.d.r. del} centro di massa del sistema l'impulso totale è nullo.

$$\begin{pmatrix} E^* \\ p_{||}^* \\ p_{\perp}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{CH} & -\gamma_{CH} \beta_{CH} & 0 \\ -\gamma_{CH} \beta_{CH} & \gamma_{CH} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_{||} \\ p_{\perp} \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} p_{||} = \text{comp. di } p \text{ nella} \\ \text{direzione del boost} \\ \text{(moto)} \end{array}$$

$$\beta_{CH} = \frac{p_{CH} [\text{MeV}]}{E_{CH}}; \quad \gamma_{CH} = \frac{E_{CH}}{m_0} = \frac{m_0 \gamma}{m_0 [\text{MeV}]}$$

Moltiplicando e/o dividendo le grandezze per c o sue potenze esprimo tutto in eV - O, meglio, MeV -

Nelle collisioni relativistiche:

• Si conservano E_{TOT} e p_{TOT} .

• A volte si conserva l'energia cinetica T .

Consideriamo un decadimento $a \rightarrow b_1 + \dots + b_m$

$$p_{CH A}^\mu = (M_A c^2, 0) = p_{CH B}^\mu = \left(\frac{E_A}{c} + \dots + \frac{E_m}{c}, 0\right)$$

ovvero: $M_A c^2 = \sum_f \sqrt{m_f^2 c^4 + p_f^2 c^2}$

(somma su tutti i possibili stati finali)

$\Rightarrow M_A \geq \sum_f m_f$

da cui si evince che il γ non è un vero decadimento!
(massa finale > massa iniziale)

16.03.2015

In un decadimento a due corpi, onde le masse, l'energia di questi è determinata. Infatti:

$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$ (sistema centro di massa)

$(M_0, 0) = (\bar{E}_1 + \bar{E}_2, 0)$

particella madre prodotti

$M_0 = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 = \sqrt{m_1^2 c^4 + p^2 c^2} + \sqrt{m_2^2 c^4 + p^2 c^2}$

$\bar{E}_1^2 - \bar{E}_2^2 = m_1^2 c^4 - m_2^2 c^4$

$(\bar{E}_1 + \bar{E}_2)(\bar{E}_1 - \bar{E}_2) = M_0(2\bar{E}_1 - M_0)$

$2M_0\bar{E}_1 = M_0^2 + m_1^2 c^4 - m_2^2 c^4$ energia determinata dalle masse.

I prodotti dei decadimenti sono monoenergetici.

Si sa che $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$ \forall coppia di prodotti!

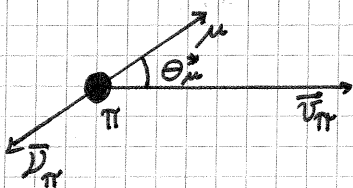
Nel s. del CM sono in grado di predire univocamente impulso ed energia dei prodotti.

Mesoni, Barioni e $\{Adroni\}$ (struttura a quark)

↳ spin intero

L'interazione di protoni con l'atmosfera dà luogo a molti tipi di particelle.

$M_\mu = 0$ $M_\mu = 105 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ $M_\pi = 140 \frac{\text{MeV}}{c^2}$



\vec{v}_π direzione di volo del π

π decade in una certa direzione

θ_μ^* in $\mu + \vec{v}_\pi$, i quali hanno velocità con segno opposto.

θ_μ^* è definito nel sistema del centro di massa.

$$\begin{pmatrix} E_\mu \\ p_\parallel \\ p_\perp \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta & 0 \\ \gamma\beta & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{E}_\mu^* \\ p_\parallel^* \\ p_\perp^* \end{pmatrix}$$

\uparrow SLAB \uparrow T.D.L. \uparrow SCM

$$\beta = \frac{p}{E} \quad (\text{in realtà } pc/\epsilon) \quad p = [MeV/c]$$

$$= \frac{m_0 \gamma v c}{m_0 \gamma c^2} = \frac{v}{c}$$

$$\gamma = \frac{\bar{E}}{m_0 [MeV/c^2]} = \frac{m_0 \gamma c^2}{m_0 c^2} = \frac{\bar{E}}{m_0} \quad (\text{in realtà } \epsilon / (m_0 c^2))$$

(Energia totale su energia di riposo)

$$\bar{E} = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$$

Tutte le formule in rete nel "Particle data booklet".

Decadimento a due corpi:

$$p^* = f(M_0, m_1, m_2)$$

$$\bar{E}_1^* = g(M_0, m_1, m_2)$$

$$\bar{E}_2^* = h(M_0, m_1, m_2)$$

I decadimenti a tre corpi, invece, non sono manco energetica!

$m_\mu \approx 1 \text{ eV}$, trascurabile rispetto alle masse delle altre particelle in gioco.

$$M_\chi c^2 = M_{\chi'} c^2 + M_e c^2 + \underbrace{T_{\chi'} + T_e + T_\mu}_{\text{energie cinetiche}}$$

Particle data booklet \rightarrow Google "pdg live"

~~"~~ " ~~criod. v. forma~~ ^{di sponse} " \leftarrow dispense

Sistema di N particelle

$$P_k^\mu = (\bar{E}_k, \vec{p}_k) \quad P^\mu = \left(\sum_k \bar{E}_k, \sum_k \vec{p}_k \right)$$

$P^\mu P_\mu$ è sempre un invariante relativistico e prende

il nome di massa invariante

$$P^\mu P_\mu = \left(\sum_k \bar{E}_k \right)^2 - \left(\sum_k \vec{p}_k \right)^2$$

Nel centro di massa avremo: $\vec{p}_{TOT}^* = 0 \Rightarrow P^\mu = (\bar{E}_{TOT}^*, 0)$

\Rightarrow in questo SDR $P^\mu P_\mu = \bar{E}_{TOT}^{*2}$!

Facendo collidere particelle con una certa E_{TOT} posso produrre una massa, corrispondente ad E_{TOT} .

È più conveniente far collidere particelle su un bersaglio fisso, o ~~frontalmente~~ farle collidere frontalmente

[dal punto di vista del CM]?

Calcolo la massa invariante delle 2 particelle (p^+) nel primo caso.

ipotesi: energia pr accelerato $\Rightarrow m_0 c^2$

(ovvero $E_1 \approx p_1$)

$$P^\mu P_\mu = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 = (m_1^2 + p_1^2) + (m_2^2 + p_2^2) + 2E_1E_2 - p_1^2 - p_2^2 - 2\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2$$

(S CH) $P^\mu P_\mu = P^{*\mu} P^*_\mu$

$$E_2 = m_2 \quad E_1 = p_1 \quad p_2 = 0$$

$$\Rightarrow P^\mu P_\mu = m_1^2 + p_1^2 + m_2^2 + 2m_2 E_1 - p_1^2 \approx 2m_2 E_1$$

l'energia disponibile nel CH $\bar{E} \approx \sqrt{2m_2 E_1}$

$$E_{pr} \propto \sqrt{E_1}$$

Vediamo invece 2 fasci che collidono e' uno contro l'altro.

$$P_1^\mu = (E_1, \vec{p}_1) \quad P_2^\mu = (E_2, -\vec{p}_2)$$

$$l'invariante \bar{E} = (P_1^\mu + P_2^\mu)(P_{1\mu} + P_{2\mu}) = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 - \vec{p}_2)^2 = E_1^2 - p_1^2 + E_2^2 - p_2^2 + 2(E_1E_2 - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2)$$

ipotesi: $E_1 \gg m_1, m_2$ e $p_{1,2} \approx E_{1,2}$

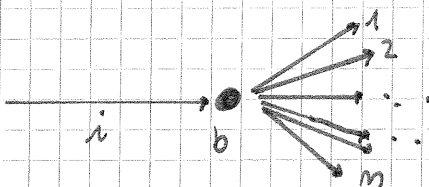
$$\Rightarrow S \approx 2(E_1^2 - E_2^2 \cos\theta) \quad \theta \approx 180^\circ$$

$$S \approx 4E^2$$

$$\Rightarrow E_{TOT} \propto 2E !$$

Conviene far collidere 2 fasci frontalmente!

Che energia minima serve per vari esperimenti?



Si sfrutta il fatto che i prodotti quadrivettoriali sono degli invarianti.

Sistema CH \Rightarrow la somma degli impulsi delle particelle figlie

è nulla -

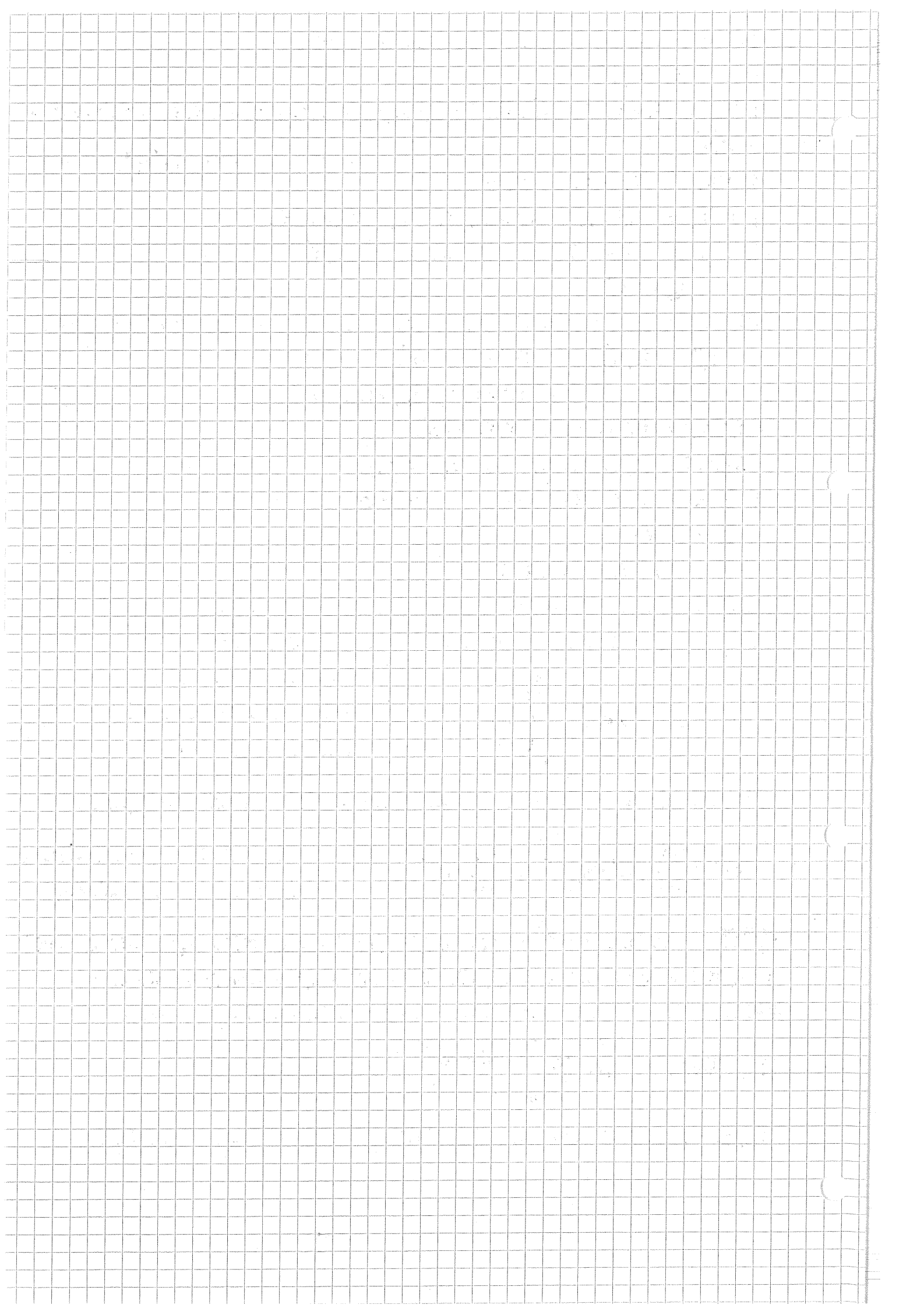
$$E^{*2} = \left[\sum_{f=1}^m (T_f^* + m_f c^2) \right]^2 > \left[\sum_{f=1}^m m_f c^2 \right]^2 \quad (l'eu. disponibile deve bastare a produrre tutte le m particelle)$$

$$P_1^{*\mu} P_{1\mu}^* = P_{i\mu}^* P_i^{*\mu} = E^{*2} = (E_i + m_b c^2)^2 - (p_i)^2 = E_i^2 + m_b^2 c^4 + 2E_i m_b c^2 - p_i^2 = 2m_b c^2 E_i + m_i^2 c^4 + m_b^2 c^4 = 2m_b c^2 (T_i + m_i c^2) + m_i^2 c^4 + m_b^2 c^4 = 2m_b c^2 T_i + (m_i + m_b)^2 c^4$$

Affinché il processo avvenga occorre $T_i > T_{soglia}$, e vale:

$$T_i > T_{soglia} = \frac{\left[\sum_{f=1}^m m_f c^2 \right]^2 - (m_i + m_b)^2 c^4}{2m_b c^2}$$

T_{soglia} ha senso solo se è positiva, se è < 0 non \exists soglia.



22/03/2010

Affinche' una reazione con produzione di N particelle avvenga, deve valere $T \geq E_{soglia}$ ($T = \text{en. cinetica proiettile}$)

$$p^\mu p_\mu = p^{i\mu} p_{i\mu}$$

Nel centro di massa vedo due particelle che si vanno incontro con lo stesso impulso; la componente spaziale totale e' quindi nulla - 0

$$p^{*\mu} p_{*\mu} = \left(\sum_f E_f^*\right)^2 - \left(\sum_f \vec{p}_f\right)^2 = \left(\sum_f E_f^*\right)^2$$

Nel sistema del laboratorio la particella bersaglio e' ferma -

$$p^{i\mu} p_{i\mu} = p^{*\mu} p_{*\mu} \geq \left(\sum_f m_f\right)^2$$

Facendo i conti si trova l'en. di soglia, che e' quella calcolata nel centro di massa quando tutte le particelle prodotte sono ferme!

$$T_i = \frac{\left(\sum_f m_f\right)^2 - (m_a + m_b)^2}{2m_b} \quad \text{Energia di soglia}$$

← Saigret ci ha preso il Nobel -

Antiprotone: composto dai 3 quark \bar{u} , \bar{u} e \bar{d} -

• vedi esercizio 1+2

Particella Δ^+ : $m = 1238 \text{ MeV}/c^2$. Per la conservazione della carica deve essere prodotta insieme ad un protone -

$$m\gamma c^2 = T + mc^2$$

$$m\gamma = \frac{T}{c^2} + m$$

Esercizio part. Δ : $E_1 = m_p + m_\Delta = T + m_p \Rightarrow T = \frac{m_\Delta - m_p}{2}$
poi usa un modo diverso per calcolare T_{soglia} in SCAB -

T. LORENTEZ

$$\begin{pmatrix} E \\ p_{ii} \end{pmatrix}^* = \begin{pmatrix} \gamma & +\gamma\beta \\ +\gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^* \\ p_{ii}^* \end{pmatrix} \quad (p_{ii} = p_x)$$

La particella B e' ferma $\Rightarrow \beta = \frac{p^*}{E^*}$

K_A e' T_A , en. cinetica particella incidente

$$K_A = E_A - m_p \quad (\text{SCAB})$$

Un fotone γ non può andare in e^+ ed e^- , perché ha energia tot. $h\nu$, ed impulso $h\nu$. C'è bisogno di un nucleo, altrimenti il $|1|^2 \neq 0$.

$$\gamma \rightarrow e^+ + e^-$$

$$P_\mu^i P_\mu^f = P_\mu^e P_\mu^m$$

$$\gamma: (h\nu, h\nu) \quad |1|^2 = \nu^2 h^2 - h^2 \nu^2 = 0$$

prodotti: $(\vec{e}_{e_1} + \vec{e}_{e_2}, \vec{p}_1 + \vec{p}_2)$

deve essere:

$$\begin{cases} \vec{e}_{e_1} + \vec{e}_{e_2} = h\nu \\ \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = h\nu \end{cases}$$

che non può essere, perché gli e^\pm hanno massa, e il 2° quadrivettore non va MAI a 0 in modulo quadrato.

Posso però aggiungere un nucleo nello stadio iniziale ed uno nello stadio finale.

~~Il fotone non può andare in e^+ ed e^- , perché ha massa, e il 2° quadrivettore non va MAI a 0 in modulo quadrato.~~

La relatività è stata introdotta per rendere covarianti le eq. di Maxwell.

$$\text{Conservazione carica} \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j} = 0$$

ρ e \vec{j} formano il quadrivettore $J^\mu = (c\rho, \vec{j})$

$$\text{Definendo: } \partial_\mu = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \nabla \right)$$

Per l'eq. di cui sopra si dovrà avere $\partial_\mu J^\mu = 0$, che, essendo un altro quadrivettore, deve essere un invariante relativistico - Si può davvero produrre il quadrivettore J^μ ?

La carica non dipende dalla velocità.

$$\int dq = \int \rho d^3x = \int \rho' d^3x' \quad *$$

\Rightarrow DEV'ESSERE $\rho' = \gamma\rho$! Cioè ρ si trasforma come una componente temporale!

* sperimentalmente so che la quantità di carica contenuta in un volume è un invariante.

Vediamo come si trasformano le eq. di Maxwell.

$$1. \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$2. \nabla \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$3. \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$4. \nabla \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$1) \Rightarrow \vec{B} = \nabla \wedge \vec{A}$$

$$4) \Rightarrow \nabla \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \wedge \vec{A}) \Rightarrow \nabla \cdot (\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) = 0 \Rightarrow \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\nabla \phi$$

$$2) \Rightarrow c^2 (\nabla \wedge \vec{B}) = \vec{J} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = c^2 [\nabla \wedge (\nabla \wedge \vec{A})] = \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \phi) =$$

$$\vec{A} \nabla \nabla \cdot \vec{C} = \vec{B} (\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C} (\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$= c^2 [\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}]$$

divido tutto per $(-c^2)$:

$$* -\mu_0 \vec{J} = \nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \nabla \left(\nabla \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \quad \text{equazione delle correnti}$$

$$\text{Vale anche: } \nabla \cdot \vec{E} = \nabla \cdot \left(-\nabla \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = \rho / \epsilon_0$$

e quindi:

$$* -\nabla^2 \phi - \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \vec{A} = \rho / \epsilon_0$$

Queste* sono due e.d. accoppiate, compaiono gli "stessi" termini.

Compo \vec{E} e campo \vec{B} restano inalterati se facciamo questa sostituzione:

$$\left. \begin{aligned} \vec{A} &\rightarrow \vec{A} + \nabla \Lambda = \vec{A}' \\ \phi &\rightarrow \phi + \frac{\partial \Lambda}{\partial t} = \phi' \end{aligned} \right\} \text{trasformazioni di Gauge -} \\ \Delta \text{ f. continua.}$$

Controlliamo:

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla \phi \\ \vec{B} &= \nabla \wedge \vec{A} \end{aligned} \right. \cup \left\{ \begin{aligned} \vec{A} &\rightarrow \vec{A} + \nabla \Lambda \\ \phi &\rightarrow \phi + \frac{\partial \Lambda}{\partial t} \end{aligned} \right.$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \Lambda) - \nabla \phi + \frac{\partial}{\partial t} \nabla \Lambda$$

Il $\nabla \Lambda$ di un gradiente* è nullo, quindi ok anche per \vec{B} .

Possiamo fare tutte le t. di Gauge che vogliamo -
 Ne scegliamo una conveniente, tale da annullare
 questo termine:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (\text{Gauge di Lorentz})$$

Verrebbero 2 e.d. disgiunte.

Si mandano \vec{A} in \vec{A}' e ϕ in ϕ' , e si muovono le
 condizioni su Δ - (ponendo il termine = 0)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A}' = - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi'}{\partial t}$$

Le equazioni si disaccoppiano:

$$-\nabla^2 \phi + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \rho / \epsilon_0$$

$$-\nabla^2 \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \mu_0 \vec{j}$$

\parallel
 $(\partial_\mu \partial^\mu) A \equiv \square^2 A$
 è un invariante relativistico!

$$\begin{cases} \vec{j} / \epsilon_0 c^2 = \square^2 \vec{A} \\ \rho / \epsilon_0 = \square^2 \phi \end{cases} \quad \left[\begin{array}{l} \partial_\mu = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \nabla \right) \\ \partial^\mu = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, -\nabla \right) \end{array} \right]$$

eq. di Maxwell in forma covariante

$$J^\mu \equiv (c\rho, \vec{j}) \quad A^\mu \equiv \left(\frac{\phi}{c}, \vec{A} \right)$$

$$\Rightarrow \square^2 A^\mu = \frac{J^\mu}{\epsilon_0 c^2} \quad \leftarrow \text{contiene le 2 eq. covarianti!}$$

La Gauge di Lorentz si può scrivere: $\partial_\mu A^\mu = 0$
 ed è un invariante relativistico secondo le
 trasformazioni di Lorentz.

Trasformando, $\square'^2 = \square^2$; $A^\mu \rightarrow A'^\mu$, $J^\mu \rightarrow J'^\mu$
 \Rightarrow l'eq. ha la stessa forma.

Si ottiene inoltre:

$$E_x = -\frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial A_1}{\partial t} = -(\partial^0 A^1 + \partial^1 A^0) c = -c \left(\frac{\partial}{\partial x} A^1 + \frac{\partial}{\partial x} \phi/c \right)$$

divido per $(-c)$: $-\frac{E_x}{c} = (\partial^0 A^1 - \partial^1 A^0) = F^{01}$

$$-\frac{E_y}{c} = (\partial^0 A^2 - \partial^2 A^0) = F^{02}$$

$$-\frac{E_z}{c} = (\partial^0 A^3 - \partial^3 A^0) = F^{03}$$

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} = \partial^3 A^2 - \partial^2 A^3 = F^{32}$$

$$B_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} = \partial^3 A^1 - \partial^1 A^3 = F^{31}$$

$$B_z = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} = \partial^2 A^1 - \partial^1 A^2 = F^{21}$$

$F^{\mu\nu}$ è un tensore antisimmetrico di rango 2 (matrice)

$$\begin{pmatrix} 0 & -E_x/c & -E_y/c & -E_z/c \\ E_x/c & 0 & B_z & -B_y \\ E_y/c & B_z & 0 & -B_x \\ E_z/c & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$$

Un qualunque tensore lo posso scrivere come:

$$F^{\mu\nu} = x^\mu y^\nu$$

↑ TENSORE ELETTROMAGNETICO

$$x^\mu \rightarrow \Lambda^\mu_\alpha x^\alpha \quad y^\nu \rightarrow \Lambda^\nu_\beta y^\beta$$

Se Λ è la matrice delle t. di Lorentz:

$$F'^{\mu\nu} = \Lambda (F^{\mu\nu}) \Lambda^t$$

e queste sono le leggi di trasformazione per \vec{E} e \vec{B} .

Si nota che questi restano inalterati nella direzione in cui avviene il boost di Lorentz, mentre si alterano le altre componenti (trasverse)!

$$\begin{cases} E'_x = E_x \\ E'_y = \gamma (\bar{E}_y - v_x B_z) \\ E'_z = \gamma (\bar{E}_z - v_x B_y) \end{cases} \quad \begin{cases} B'_x = B_x \\ B'_y = \gamma (B_y + \frac{v_x}{c^2} E_z) \\ B'_z = \gamma (B_z + \frac{v_x}{c^2} E_y) \end{cases}$$

x = direzione del moto

$$F_{\mu\nu} = g_{\mu\alpha} g_{\nu\lambda} F^{\alpha\lambda} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

↑ covariante ↑ contravariante

Si vede che cambia il segno solo alle componenti E .

Riassumendo:

gauge di Lorentz $\frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ o $\partial_\mu A^\mu = 0$

Eq. di Maxwell $\square^2 A^\mu = \frac{J^\mu}{\epsilon_0 c^2}$, inoltre $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$

Ma ...

Non abbiamo ancora usato: $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$; $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

Queste si possono scrivere tramite lo pseudotensore, ~~il tensore di Levi-Civita~~ completamente antisimmetrico, di rango 2, tensore duale del campo elettromagnetico $*F^{\mu\nu}$.

Se $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ è il tensore di Levi-Civita:

$$*F^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}$$

$$*F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -cB_x & -cB_y & -cB_z \\ cB_x & 0 & E_z & -E_y \\ cB_y & -E_z & 0 & E_x \\ cB_z & E_y & -E_x & 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{c}$$

Quelle equazioni si scrivono, in sostanza,

$$\sum_\mu [\partial_\mu (*F^{\mu\nu})] = 0$$

Le 4 eq. che si ottengono al variare di μ e ν sono del tipo:

$$\partial_\mu F_{\nu\rho} + \partial_\nu F_{\rho\mu} + \partial_\rho F_{\mu\nu} = 0$$

Si dimostra che $*F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ è un invariante.

$$*F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma} F_{\mu\nu} = -\frac{4}{c} \vec{E} \cdot \vec{B}$$

$\Rightarrow \vec{E} \cdot \vec{B}$ è un invariante relativistico!

Operatore parità: lascia inalterate le componenti:

t ed inverte le comp. spaziali:

$$\hat{P} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix}$$

(se applicato ad un vettore vero manda \vec{x} in $-\vec{x}$)

Se prendo due vettori veri \vec{a} e \vec{b} e definisco:

$$\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b}$$

Si ha $\hat{P}(\vec{c}) = +\vec{c} \Rightarrow \vec{c}$ non è un vettore reale -

Si dice vettore vero un vettore che sotto l'operatore parità cambia segno.

Un vettore non reale è definito a partire da due vettori reali, e si dice pseudovettore.

\vec{E} si comporta come un vettore reale;

\vec{B} si comporta come uno pseudovettore.

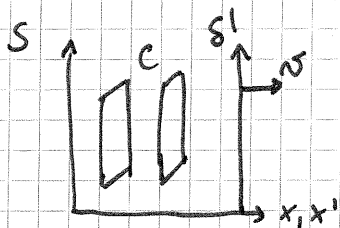
$\vec{E} \cdot \vec{B}$ è uno scalare

$$\hat{P}\left(\frac{\vec{E} \cdot \vec{B}}{c}\right) = -\frac{\vec{E} \cdot \vec{B}}{c} \Rightarrow \text{è uno PSEUDO SCALARE,}$$

perché uno scalare non dovrebbe cambiare segno sotto \hat{P} .

$F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = \text{en. cinetica associata ad un fotone}$

$$= 2\left(B^2 - \frac{\vec{E}^2}{c^2}\right)$$



$$\vec{E}_x = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{q}{S\epsilon_0} \quad \text{La carica si deve conservare -}$$

La superficie è \perp al boost quindi non

cambia -

$$\Rightarrow E'_x = E_x$$

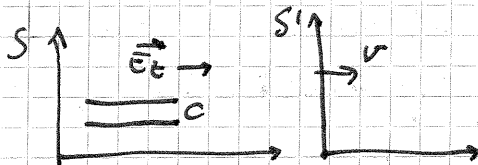
Vediamo un altro caso:

$$E'_z \text{ deve essere } = \gamma \bar{E}_z$$

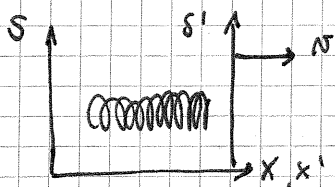
$$\text{In questo caso, } S' = S/\gamma$$

$$q' = q \Rightarrow \sigma' S' = \sigma S \Rightarrow \sigma' = \gamma \sigma$$

$$E'_z = \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = \gamma \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \gamma \bar{E}_z \quad \text{c.v.d. -}$$



Solenoide ad n spire percorse da corrente - $B_x = \mu_0 n i$



$$n = \frac{N}{L} \text{ densità di spire}$$

$$L' = L/\gamma$$

$$dq' = dq \quad \frac{dq'}{dt'} = \frac{dq}{dt} = \frac{dq}{dt \cdot \gamma} = \frac{i}{\gamma} = i'$$

$$B_x = B'_x$$

23/03/2010

es. d'esame

$$A \equiv x^\mu = (15, 5, 3, 0)$$

$$B \equiv y^\mu = (5, 10, 8, 0)$$

Intervallo invariante tra A e B?

$$\Delta s^2 = (x^\mu - y^\mu) \cdot (x_\mu - y_\mu) = 50 > 0$$

\Rightarrow l'evento è di tipo tempo $\Rightarrow \exists$ causalità tra A e B

$\Rightarrow \forall S', \Delta s'^2$ sono sempre > 0 , e B accade sempre

prima di A.

$$A' \equiv x^\mu = (1, 2, 0, 0)$$

$$B' \equiv y^\mu = (3, 5, 0, 0)$$

$\Delta s'^2 = -5 < 0 \Rightarrow$ eventi di tipo spazio \Rightarrow no causalità

$\Rightarrow \exists S'$ t.c. i due eventi avvengono contemporaneamente,

$\nexists S'$ t.c. A e B avvengono nello stesso punto.

es. esonero

particella con $m = 9 \mu\text{s}$ accelerata a $v = 0,6c$

vita media in SLAB?

Sist. solidale alla particella: $\Delta x' = 0, \Delta t' = 9 \mu\text{s}$

$$\begin{pmatrix} c\Delta t^* \\ \Delta x^* \end{pmatrix}_{\text{SLAB } S} = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma \\ \beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\Delta t' \\ \Delta x' \end{pmatrix}_{\text{SCT } S'}$$

$$c\Delta t^* = \gamma c\Delta t'$$

$$\Delta t^* = \gamma \Delta t'$$

altre domande

- Una tr. di gauge è una tr. che agisce su \vec{A} e ϕ lasciando inalterate le eq. di Maxwell

$$\vec{A}' \rightarrow \vec{A} + \vec{\nabla}\lambda$$

$$\phi' \rightarrow \phi - \frac{\partial\lambda}{\partial t}$$

dim. che \vec{E} e \vec{B} restano invariati:

$$\vec{B}' = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}' = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} + \vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla}\lambda = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} = \vec{B}$$

$$\vec{E}' = -\vec{\nabla}\phi' - \frac{\partial\vec{A}'}{\partial t} = -\vec{\nabla}\phi + \vec{\nabla}\frac{\partial\lambda}{\partial t} - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} + \frac{\partial\vec{\nabla}\lambda}{\partial t} = \vec{E}$$

dim. a che serve la g. di Lorentz

$$\partial_\mu A^\mu = 0 \quad \partial_\mu = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla} \right) \quad A^\mu = \left(\frac{\phi}{c}, \vec{A} \right)$$

essa consente di scrivere le eq. di Maxwell in forma compatta e covariante:

$$\square^2 A^\mu = \frac{J^\mu}{\epsilon_0 c^2}$$

$$\square^2 = \partial_\mu \partial^\mu$$

$$J^\mu = \dots \quad A^\mu = \dots$$

STRUTTURA MICROSCOPICA DELLA MATERIA

Oggi interpretiamo tutti i fenomeni come interazioni tra particelle fondamentali.

A partire dall'800 i fenomeni macroscopici vengono interpretati come successioni di interazioni elementari.

Es.: Legge di Dalton (1800): $2 H_2 + O_2 = 2 H_2O$

→ molecole, n° di Avogadro...

Legge di Faraday per l'elettrolisi (1800)

VEDI LEGGE DI FARADAY

$$1 F = 96500 C = 1 \text{el} \cdot N_A \text{ [Coulomb]}$$

All'epoca, ancora, non si conosceva il n° di Avogadro.

$T = \text{costante} \Rightarrow pV = \text{costante}$, determ. da massa e temperatura ... $pV = nRT$ $R = 8,314 J/mol \cdot K$

fine '800 teoria cinetica dei gas

numero di Avogadro individuato nel 1900 (ma postulato dal 1860) - Una volta conosciuto questo si trova la carica dell' e^- dividendo 1 Farad per N_A .

Rutherford scopre il protone nel 1900: $\alpha + {}^{14}_7N \rightarrow {}^{17}_8O + p$
(bombardava azoto con sorgente α -radioattiva ... è stata la prima reazione nucleare sperimentata) -

"Storia della fisica" - Seigret

$$m_p = \frac{1}{N_A} [g] = 1,5 \cdot 10^{-10} J = 0,94 \text{ GeV}$$

elettrone dell'H: en. di legame (13,6 eV) trascurabile rispetto alla sua massa (511 KeV) -

Il protone si chiama così perché è stato il 1° costituente elementare della materia scoperto.

Nel periodo in cui si studiavano i tubi catodici spesso si sbagliava perché non si riusciva a realizzare bene il vuoto.

Quomo Faraday ha fatto i suoi esperimenti sull'elettrolisi: aveva già ipotizzato l'esistenza di una carica elettrica fondamentale.

Criessler scopre che i raggi catodici vengono deflessi dai campi magnetici. Poi, Roentgen si scopre i raggi X, accelerandoli, e prende il Nobel.

Thompson misura il rapporto e/m_e - Successivamente si scopre e , quindi si saprà ricavare anche m_e - (1890)

vedi misura e/m e misura di σ

Risultò: $e/m = -1,76 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$ (in realtà usavano unità di misura completamente diverse a quel tempo).

Esperimento di Millikan (1906) → carica dell'elettrone (vedi) bilancio forze: $-f. \text{ peso} + f. \text{ archimede} + f. \text{ d'attrito}$

(senza accendere gli elettrodi)

L'errore più grosso nella misura di e fu dovuto all'inadeguatezza di misurare bene la viscosità dell'aria.

R_f = resistenza al moto = in direzione opposta al moto.

$$\frac{m_e}{m_p} = \frac{1}{1836}$$

vedi sezione d'urto bersaglio sottile \Leftrightarrow attraversandolo, ogni particella subisce al max un'interazione.

$$N = N_0 e^{-\sigma \frac{NA}{A} x}$$

vale \forall tipo di proiettili a patto che il bersaglio sia sottile.

12/06/2010

Prima prova in itinere verso il 10 Maggio.

Sezione d'urto

- α a :
- numero di bersagli
 - flusso di proiettili (n° per unità di superficie e di tempo)

numero di particelle che hanno interagito col bersaglio:

$$-\Delta N = N(x) - N(x+\Delta x) \propto N_b \phi \left(\frac{\text{particelle incidenti}}{S \cdot A} \right)$$

N_b numero bersagli intercettati.

ϕ flusso proiettili.

Dimensioni:

$$[1/T] = \left[\frac{1}{e^2 \cdot T} \right] \Rightarrow \text{la costante di proporzionalità ha le dimensioni di una superficie.}$$

$$N_b = m_b A \Delta x$$

m_b = densità bersagli

A = sezione del fascio di proiettili

Δx = profondità bersaglio al tempo t

$$-\dot{\Delta N} \propto m_b A \Delta x \phi$$

$m_b \equiv \rho \frac{NA}{A} \leftarrow$ se i bersagli sono atomi:

$$\Rightarrow \dot{\Delta N} = \frac{\Delta N}{\Delta t} = -\sigma m_b \frac{N}{A} \Delta x$$

In caso di atomi come bersagli si ha la legge di attenuazione che abbiamo visto + i fotoni:

$$\frac{\Delta N}{N} = -\sigma \rho \frac{NA}{A} \Delta x$$

A livello differenziale (Δx piccolo) questa vale sempre, ma se vogliamo integrarla su uno spessore finito di materiale dobbiamo supporre σ costante anche in quel caso.

In realtà, + un oggetto che interagisce con continuità in un mezzo, ed es. una particella carica, questa varia: infatti varia l'energia dei proiettili ad ogni urto, e $\sigma = \sigma(\epsilon)$.

Il fotone interagisce poco con la materia, come i neutroni.

Questa legge vale anche per interazioni nucleari, che sono molto + rare di quelle elettromagnetiche.

$$N = N_0 e^{-\sigma_P \frac{NAx}{A}}$$

L'equazione in forma differenziale, invece, è sempre valida.

Se per una particella incidente sono possibili ~~n~~ interazioni, allora $\sigma_{\text{tot}} = \sigma_1 + \dots + \sigma_n$

La misura della sezione d'urto mette in grado di predire il modello teorico che sta dietro ad una certa interazione.

$$\dot{N} = \frac{\Delta N}{\Delta t} = -\sigma_{mb} \Delta s \Delta x \frac{N_i}{\Delta t \Delta s} = -\sigma_{mb} \frac{N_i}{\Delta t} \Delta x$$

Con la conoscenza della sezione d'urto si può anche scegliere l'energia del proiettile pu far sì che avvenga con + probabilità un tipo di interazione rispetto ad un altro.

Il flusso è definito come: (particelle incidenti)

$$\phi = \frac{N_i}{\Delta t \Delta s} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta x} = \frac{N_i}{\Delta t \Delta s} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = n_i v_i$$

Aumentare il flusso:

- aumentare v (cioè l'energia) dei proiettili
- aumentare la densità di proiettili.

Diffusione elastica: si conservano i numeri quantici, a e b cambiano impulso. Si conservano E_{tot} ed E_K .

I bersagli si dicono anche centri scatteratori o centri di diffusione.

Variatione di flusso (di interesse vedere come varia tra l'ingresso e l'uscita dal bersaglio - senza diminuito):

$$\Delta \phi = \frac{\Delta \dot{N}}{\Delta s} = \frac{\Delta \dot{N}}{\Delta t} \cdot \frac{1}{\Delta s} = -\phi \sigma_{mb} \Delta x$$

Siamo ora in grado di vedere come varia il flusso:

- $\Delta\phi = -\phi\sigma m_b \Delta x \Rightarrow \phi(x) = \phi_0 e^{-m_b\sigma x}$

È anche vero che:

- $\dot{N} = -\Delta\phi \Delta s = \phi\sigma m_b V = \phi\sigma N_b$ num. interazioni al secondo
se i centri diffusori sono i nuclei: $m_b = \rho \frac{N_A}{A} (\cdot z) [e^-]$

La sezione d'urto si misura in barn:

$$1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$$

(N.B.: dimensioni di un nucleo $\approx 10^{-14} \text{ m}$)

Si definisce inoltre luminosità $\mathcal{L} = \phi \cdot N_b$

$$\mathcal{L} = \phi \cdot N_b = \frac{dN}{dt} \cdot \frac{1}{S} \cdot m_b \cdot S \cdot d = \text{marta}$$

CAMMINO LIBERO MEDIO

↓ sola particella. Probabilità che interagisca dopo Δx :

$$P(x) = e^{-\mu x} \quad (\text{probabilità di NON interagire})$$

$$P_{\text{int}}(x) = 1 - e^{-\mu x}$$

$$dP_{\text{int}} = \mu e^{-\mu x} dx$$

Calcoliamo il valore medio ^{del} percorso fatto dalla particella prima di interagire:

$$\langle x \rangle = \frac{\int_0^{\infty} x \mu e^{-\mu x} dx}{\int_0^{\infty} \mu e^{-\mu x} dx} = \frac{1}{\mu} \equiv \lambda \quad \text{Cammino libero medio}$$

$$\int_0^{\infty} \mu e^{-\mu x} dx = \mu \cdot \frac{1}{\mu} = 1$$

$$\int_0^{\infty} \mu x e^{-\mu x} dx = \mu \left[-\frac{x}{\mu} e^{-\mu x} \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} -\frac{1}{\mu} e^{-\mu x} dx \right] =$$

$$= \left[-x e^{-\mu x} \right]_0^{\infty} + \left[\frac{1}{\mu} e^{-\mu x} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{\mu} \dots$$

Finora abbiamo considerato la sezione d'urto integrale, rivelando tutte le particelle possibilmente scatterate in tutte le direzioni.

Ma possiamo supporre anche di poter rivelare solo le particelle in un angolo solido $d\Omega$ attorno alla

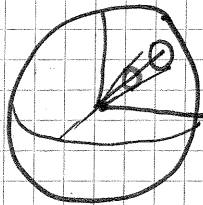
direzione di propagazione del proiettile

Angolo solido

- 4π è tutto lo spazio

$$\int \sin\theta d\theta d\varphi = 4\pi \quad 0 \leq \theta \leq \pi \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

Fissata una sfera, si dice angolo solido l'elemento:



$$\sin\theta d\theta d\varphi = d\Omega$$

Ω angolo solido
= area cerchio sulla sfera / r^2

~ . ~ . ~ . ~ . ~ . ~ . ~ . ~

Quindi, se rileviamo solo le particelle in $d\Omega$:

$$\dot{N} = \phi N_0 \sigma \longrightarrow d\dot{N} = \dot{N}(\theta, \varphi) d\Omega = \phi N_0 \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\dot{N}(\theta, \varphi)}{\phi N_0} \leftarrow \text{quantità di particelle nel'angolo solido attorno alla direzione } (\theta, \varphi)$$

Possiamo anche rilevare particelle con un certo intervallo di energia:

$$\dot{N}(\varepsilon, \theta, \Delta\Omega) = \int \frac{d\sigma(\varepsilon, \theta)}{d\Omega} \Delta\Omega$$

$$\Delta\Omega = A/r^2 \quad A \text{ area del rivelatore, } r \text{ distanza}$$

Sezione d'urto totale:

$$\sigma_{\text{tot}}(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon_{\text{max}}} \int_{4\pi} \frac{d^2\sigma(\varepsilon, \varepsilon', \theta)}{d\varepsilon' d\Omega}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\dot{N}(\theta, \varphi)}{N_i} \Delta s \Delta t \cdot \frac{\Delta x}{\Delta x} = \dot{P}_{i\varphi} \frac{V}{v}$$

$\dot{P}_{i\varphi}$ = probabilità per unità di tempo di transizione da i ad f .

13.04.2010

Vedi calcoli esperimento di Rutherford.

- 3 relazione tra angolo di scattering e parametro d'impatto
- simmetria cilindrica attorno alla direzione dei proiettili.
- si calcola l'elemento di area del bersaglio utile alle interazioni - Integrando, si avrà la sezione d'urto totale.

Differenziazione b significa punto rispetto a θ , l'unica variabile da cui dipende direttamente -

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m^2}{q^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Sezione d'urto differenziale legata alle probabilità di scattering dell'esperimento di Rutherford -

Il termine $\sin^4 \frac{\theta}{2}$ assicura che è molto + probabile che lo scattering sia "in avanti", e che poche a vengono riflesse all'indietro.

A questo punto siamo in grado di calcolare il num. di particelle che hanno subito interazioni per unità di tempo nell'angolo solido $d\Omega$ intorno alla direzione θ :

$$\frac{dN_e}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot I_0 \cdot m_b \cdot \Delta x \quad (\Delta x \text{ spessore materiale})$$

Al posto di $\frac{dN_e}{d\Omega}$ poi si inserisce il numero di conteggi sperimentali -

Su una sfera:

$$dS = r^2 \sin\theta d\theta d\phi$$
$$\Rightarrow \frac{dS}{r^2} = \sin\theta d\theta d\phi = d\Omega$$

Cioè l'angolo solido coperto è uguale all'area del rivelatore diviso per la distanza al quadrato dall'evento -

$$\Rightarrow \Delta N_e = \frac{d\sigma}{d\Omega} I_0 m_b \Delta x \Delta \Omega = \frac{d\sigma}{d\Omega} I_0 m_b \Delta x \frac{A_{riv}}{r^2}$$

(conteggi \times unità di tempo)

ΔN_e = misurato

$I_0, m_b, \Delta x, A_{riv}, r^2$ conosciuti.

\Rightarrow si ricava la sezione d'urto -

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1,44 \text{ eV} \cdot \text{nm}$$

- la dipendenza del numero di particelle scatterate, fissato l'angolo, dallo spessore del foglio è lineare.
- la dipendenza dall'energia delle α è del tipo $N \propto T^{-2}$.
Per cambiare l'energia delle α occorre cambiare la sorgente.

- $N \propto z^2$ (z del bersaglio). parametro d'impatto
- Eguagliando T e V per $b=0$ si ricava anche la distanza di massimo avvicinamento tra α e nucleo, trovando un limite superiore per le dimensioni del nucleo.

Al modello atomico di Rutherford mancarono i neutroni!

A volte al posto dello spessore viene dato lo spessore massico
 $\Delta x [\text{g}] \rightarrow \rho \Delta x \left[\frac{\text{m}}{\text{cm}^2} \right]$

$$\frac{I_x}{I_0} = e^{-\mu x} \rightarrow \mu = \rho \frac{N_A}{A} \sigma$$

19/04/2010

INTERAZIONE RADIAZIONI - MATERIA

Studieremo queste interazioni: fino ad energie di qualche centinaio di GeV (fisica applicata ~ keV, MeV).

Chiamiamo RADIAZIONE una particella che trasporta energia.

Interazioni tra campo elettrico della particella incidente e mezzo attraversato \Rightarrow fenomeni di frenamento (scambi di energia).

Si tratta di trasferimenti di impulso da particella carica a mezzo.

In funzione della distanza dal nucleo della particella incidente \Rightarrow 3 casi:

- $b \gg r_{\text{raggio atomico}}$
Interagisce il campo E dell'atomo (totale) con la

particella incidente. Eccitazione, ionizzazione, senza deflessione della particella incidente. σ è quella tipico dei fenomeni elettromagnetici ($\approx 10^{-17} \text{ cm}^2$), che è \gg di quella dei fenomeni di int. forte.
 \Rightarrow i fenomeni e-m sono molto + freq. di quelli nucleari.

- $b \approx$ raggio atomico

Ancora la particella non "vede" il nucleo.

- raggio nucleare $< b <$ raggio atomico

Si ha deflessione della particella da parte del campo coulombiano del nucleo. Se le particelle sono e^- perdiamo E per irraggiamento.

A seconda del tipo di particelle incidenti: fenomeni possibili sono diversi:

- particelle cariche:

- ionizzazione

- emissione di luce (scintillazione, Cherenkov, transizioni)

- particelle neutre:

- fotoni \rightarrow fotoelettrico, Compton, coppie

- neutroni \rightarrow urti, rinculo di protoni, cattura radiativa

- neutrini \rightarrow diffusione su bersagli massivi

- decadimenti π^0, K^0, Z^0 , ecc.

Vediamo la perdita di energia per ionizzazione.

Abbiamo una particella carico a che attraversa un mezzo, eccita elettroni atomici o addirittura ionizza atomi, e per questo perde la sua energia. Sapp. il mezzo omogeneo. Nucleo di carica $Z|e|$, particella incidente di carica $z|e|$, massa $M \gg m_e$ e vel. v .

Nel sistema della partic. incidente: vedo l'atomo che si avvicina a $-v$.

Le componenti lungo la dir. della \vec{v} delle forze agente sull'elettrone atomico si annullano.

Per calcolare l'impulso ceduto considero quindi solo il campo elettrico trasverso.

La nostra particella è pesante \Rightarrow non subisce deflessione.
 Per calcolarlo il campo el. ad essa associato posso usare il teorema di Gauss:

$$\int \vec{E}'_l dx' = \frac{ze}{\epsilon_0} \cdot \frac{1}{2\pi b}$$

$$\Delta \vec{p}_e = \frac{e}{v} \int \vec{E}'_l dx' = \frac{e}{v} \frac{ze}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{b} = \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 b^2} \cdot \frac{2b}{v} \equiv \text{tempo d'urto}$$

forza a distanza b

Questo è il Δp associato ad un singolo elettrone atomico. Vediamo l'energia che questo acquista:

$$\bar{E}_K = \frac{p_e^2}{2m_e} = \left(\frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 b} \right)^2 \frac{2}{m_e v^2} \cdot \frac{m_e c^4}{m_e c^4} = 2z^2 \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} \right)^2 \frac{(m_e c^2)^2}{b^2 m_e v^2}$$

Il raggio classico dell' e^- si ricava facilmente col teor. di Gauss.

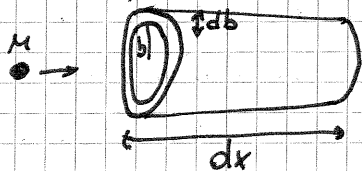
raggio classico dell'elettrone $\equiv r_e$

$$E_K = 2m_e c^2 \frac{z^2}{\beta^2} \frac{r_e^2}{b^2} \quad \text{le uniche cose "mobili" sono } \beta \text{ e } b.$$

\hookrightarrow sempre singolo urto!

$m_e \equiv$ num. di e^- per unità di volume $= \rho \frac{N_A}{A} z$

In un tratto dx , al variare del p . d'impatto tra b e $b+db$, il numero di urti sarà: $m_e \cdot 2\pi b db dx$



Allora l'energia perduta si scrive:

$$\frac{d^2 E}{db dx} = m_e r_e^2 m_e c^2 \frac{4\pi}{b^2} \frac{z^2}{\beta^2}$$

Integrando in db :

$$\frac{d\bar{E}}{dx} = \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{d^2 E}{db dx} db$$

Scegliamo $b=0$ e $b=\infty$.

\bullet $\frac{b}{r}$ ha le dim. di un tempo d'urto.

Perché ci sia interazione e.m. la particella

deve vedere l' e^- fermo, altrimenti \times simmetria l'interazione totale sarebbe nulla. Deve essere Tempo $<$ Orbita e^- .

Relativisticamente $v \rightarrow \gamma v$

$$\Rightarrow b_{\max} = \pi r_e \cdot \gamma v = \gamma v / 2e$$

- L' e^- ha dimensioni finite < dim. particella incidente
 $\Rightarrow b=0$ è utopistico, al minimo varia le dim. dell' e^- . Per de Broglie:

$$\lambda_e = \frac{h}{p_e} \quad p_e = m_e c \beta \gamma \quad \Rightarrow b_{\min} \approx \frac{h}{m_e c \beta \gamma}$$

Quindi ricaviamo:

Formule di Bohr (1915)

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi r_e^2 m_e c^2 \frac{N_A z \rho}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \ln \left(\frac{m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{h \lambda_e} \right) \quad [\text{eV/cm}]$$

N.B. abbiamo fatto i calcoli nel sistema della particella incidente. Ma il prodotto $E \perp dt$ risulta un invariante.

Analizziamo la formula:

- dipendenza dal mezzo: $\rho \frac{N_A z}{A}$
- dipendenza dallo z della particella incidente
- dipendenza dal β della particella: $\ln \left(\frac{m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{h \lambda_e} \right)$

Possiamo riscrivere la formula in modo semplice.

Scegliamo di esprimere:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \quad \left[\frac{\text{MeV}}{\text{g} \cdot \text{cm}^2} \right]$$

$$C \equiv 4\pi r_e^2 m_e c^2 N_A \approx 0,3 \text{ MeV/g} \cdot \text{cm}^2$$

tutto il resto è adimensionale e posso scrivere:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = C \underbrace{\left(\frac{z}{A} \right)}_{\text{mezzo}} \underbrace{\left(\frac{z^2}{\beta^2} \right)}_{\text{particella}} \ln \left(\frac{m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{h \lambda_e} \right) \quad \frac{\text{MeV}}{\text{g} \cdot \text{cm}^2}$$

dove $\langle I \rangle = h \lambda_e =$ potenziale medio di ionizzazione PDG

È conveniente questo tipo di espressione perché è quasi indipendente dal tipo di mezzo, basta cambiare z ed A :

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \propto \frac{z}{A}$$

In un tratto unitario di percorso ($dx = 1$): il numero di collisioni è dato da: $d\sigma = 2\pi b db m_e$

Possiamo "trovare" b : $d\sigma = 2\pi r_e^2 m_e c^2 \frac{z^2}{\beta^2} \frac{dE_e}{E_e^2}$

Da questa espressione si capisce che sono molto più probabili le collisioni in cui l'energia E_e ceduta all'elettrone è molto piccola, infatti:

$$\frac{d\sigma}{dE_e} \propto \frac{1}{E_e^2}$$

Non abbiamo considerato gli urti con i nuclei.

Bisognerebbe cambiare $\frac{p^2}{2m_e}$ in $\frac{p^2}{2m_n}$, ovvero cambiare ridurre quel termine di $\frac{1}{1840 \cdot A}$.

Inoltre, la carica dell'e è 1,

quella del nucleo è z.

Facendo i conti si vede che, per collisioni

con nuclei, la perdita di energia per

ionizzazione è $2,5 \cdot 10^{-4}$ volte minore di

quella per collisioni con elettroni atomici.

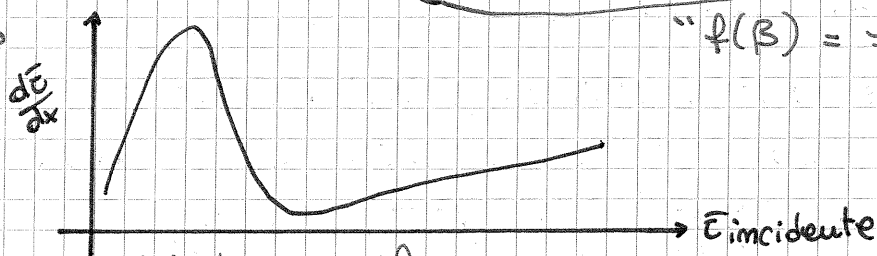
⇒ quelle sono collisioni trascurabili.

La formula di Bohr venne ricorata con conti classici. Tenendo conto dei risultati sperimentali vanno aggiunti dei termini correttivi:

Formula di Bethe - Bloch

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = -4\pi N_A \pi e^2 m_e c^2 \rho \frac{z^2 Z^2}{A \beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{2m_e \delta^2 v^2 T_{MAX}}{I^2} \right) - \beta^2 - \frac{\delta(\beta)}{2} - \frac{C}{Z} \right]$$

Il grafico



deriva da quest'ultima formula.

Vedi spiegazione grafico sulle dispense.

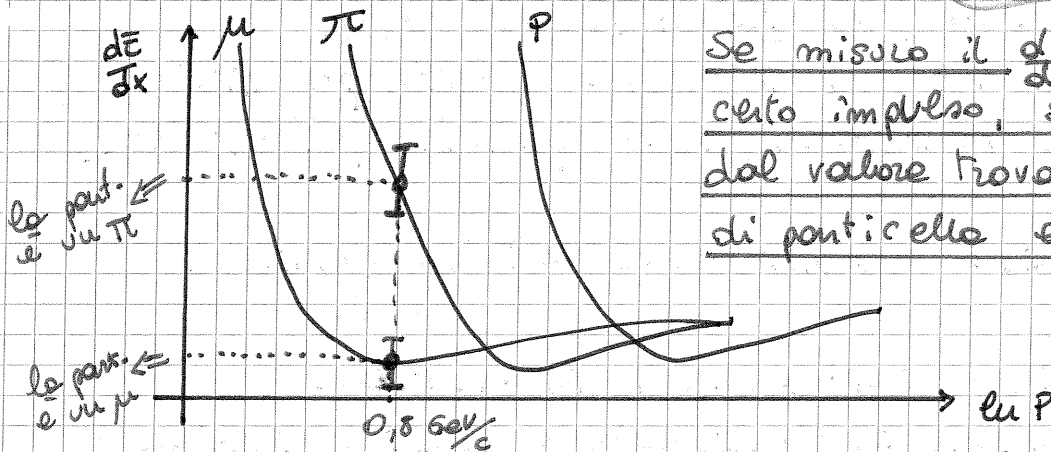
La particella carica polarizza il mezzo nel suo passaggio. Il campo elettrico della particella visto dagli elettroni, a causa della polarizzazione, si riduce tanto più ~~debole~~ il mezzo è denso, e tanto più è veloce la particella, e tanto più è grande il parametro d'impatto. (EFFETTO DENSITÀ)

$$\beta = \frac{pc}{E} \quad \sigma = \frac{E}{mc^2} \quad \beta\sigma = \frac{p}{mc}$$

Se facciamo lo stesso grafico in funzione di $\beta\sigma$ si vede che:

- c'è un minimo per $\beta\sigma \approx 3$
- la risultante per $\beta\sigma > 3$ va, al più, come $2 \cdot \beta\sigma$
- a grandi valori di $\beta\sigma$ il $\frac{dE}{dx}$ si può ritenere costante.

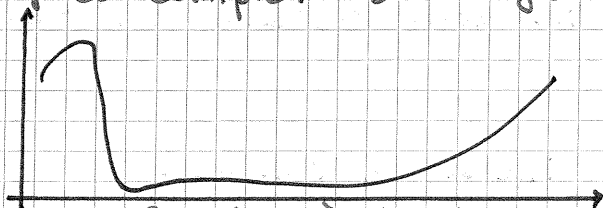
Si vede che, variando z del mezzo, la forma del grafico quasi non cambia. Si può anche fare il grafico in funzione di p ($\beta\sigma \rightarrow mc\beta\sigma$).



Se misuro il $\frac{dE}{dx}$ ad un certo impulso, so predire dal valore trovato che tipo di particella è il proiettile.

Inoltre, vediamo che $\frac{dE}{dx}$ materiale attraversato, la minima perdita di energia è: $1-2 \text{ MeV/g.cm}^2$ (è sempre lo stesso al variare della densità del materiale).

Il grafico completo della formula di Bethe-Bloch è:



La parte finale è dovuta all'irraggiamento ($\propto \frac{1}{\beta^2}$) da parte dei μ .

↑
accelerazione
in funzione di E_{inc}

Conoscendo la distribuzione della perdita di \bar{e} per irraggiamento per una particella, ad es. per un p^+ , come faccio a ricavare quella per un deuterio, o per un d ?

Sappiamo che:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = z^2 f(\beta) \quad *$$

$$E_k = (\gamma - 1) M c^2 \Rightarrow \beta = g\left(\frac{T}{m}\right) \quad [T = E_k]$$

Quindi:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = z^2 f\left(\frac{T}{m}\right) \quad (\text{non è la stessa } f \text{ di } *)$$

Si ricava questa legge di scala:

$$-\frac{dE_2}{dx}(T_2) = -\frac{z_2^2}{z_1^2} \frac{dE_1}{dx}\left(T_2 \frac{M_1}{M_2}\right)$$

Conseguenza: misurando contemporaneamente impulso e perdita di energia per unità di percorso, si identificano una particella. Inoltre, conoscendo queste grandezze per una data particella, le si predice per un'altro.

NB. le curve appaiono separate se le faccio in funzione dell'impulso.

In funzione di $\beta\gamma$ si sovrappongono in una sola.

Se le voglio disegnare in funzione dell'energia cinetica devo usare la legge di scala.

Esempio: nota $\frac{dE}{dx}(T_\alpha)$ per un α , trovarlo per un protone. Applicando la legge di scala:

$$\frac{dE_p}{dx}(T_p) = \frac{1}{4} \frac{dE_\alpha}{dx}(T_\alpha) \quad \text{dove } T_\alpha = 4 T_p$$

Infatti, un protone perde molta meno energia di una particella α .

Un cambiamento di carica corrisponde a traslare verticalmente la curva; un cambiamento di massa corrisponde a traslare orizzontalmente.

Vedi esercizi numero di Maggio.

20.04.2010

Esempio legge di scala: α e ρ con lo stesso β .

$$\frac{dE^\alpha}{dx} \propto z^2 \alpha \cdot \frac{m_\alpha}{T}$$

$$\frac{dE^\rho}{dx} \propto z^2 \rho \frac{m_\rho}{T} = \frac{dE^\alpha}{dx} \frac{z_\rho^2}{z_\alpha^2} \frac{m_\rho}{m_\alpha}$$

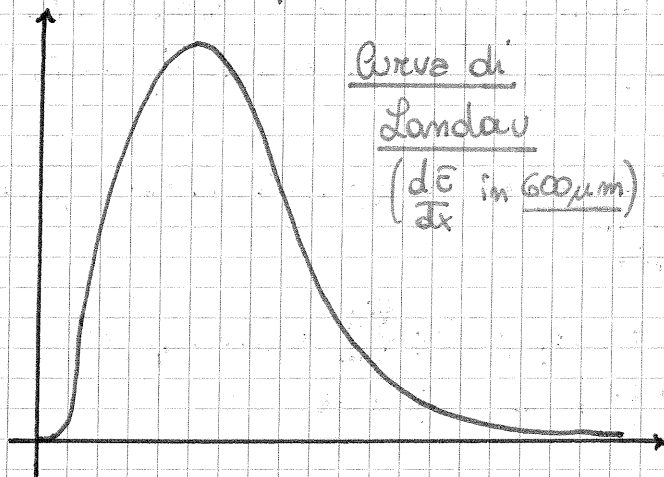
Questo permette di esprimere $\frac{dE^{\rho^*}}{dx}$ in termini di $\frac{dE^\alpha}{dx}$ e viceversa.

Bisogna tener conto che le collisioni dei proiettili con gli elettroni atomici sono fenomeni statistici e pertanto ammettono fluttuazioni.

Possiamo prevedere una distribuzione dei $\frac{dE}{dx}$ misurati.

Avremmo già dim. che sono più probabili le collisioni con un piccolo scambio di energia \Rightarrow no Gaussiana.

La distribuzione sperimentale ha questa forma:



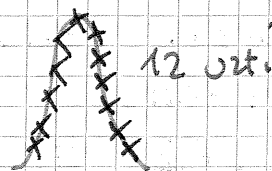
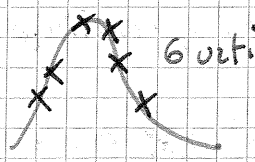
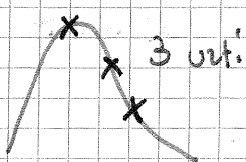
Ci sono due casi:

(rari) in cui la particella può cedere anche tutta la sua energia.

Il valore più probabile è quello che corrisponde al picco della distribuzione.

Se prendiamo spessori maggiori, il campione statistico di collisioni è più grande, e la curva si avvicina ad una Gaussiana. Viceversa, a spessori più piccoli, il valore più probabile diminuisce e la curva si asimmetrizza.

Suppongo Δx piccolo \Rightarrow piccolo campione statistico \Rightarrow la distribuzione è più sembiabile alle "code": si osservano fluttuazioni più grandi in corrispondenza di grandi valori di $\frac{dE}{dx}$. Questo succede anche per bersagli con piccolo z . Esempio:



Se mediamo solo su pochi valori rischiamo di dare troppo peso alle code.

Esercizi 6/5/2008 (vedi)

① $p+p \rightarrow M+p+p$

Possiamo usare l'espressione dell'energia di soglia:

$$T_s = \left[(M+2m_p)^2 - (2m_p)^2 \right] \frac{1}{2m_p}$$

Sappiamo anche che, definiti

$$P_A^\mu = (E_p, \vec{p}), \quad P_B^\mu = (M_p, 0)$$

è un invariante relativistico $(P_A^\mu + P_B^\mu)(P_{A\mu} + P_{B\mu})$

Energia di soglia = en. necessaria a produrre le particelle finali ferme nel centro di massa.

Il quadriimpulso totale finale sarà $(M+2m_p, 0)$,

il cui invariante $P^\mu P_\mu$ fa $(M+2m_p)^2$

Uguaglia con l'invariante di prima $(2m_p^2 + 2E_p m_p)$

NB.: per energia di soglia possiamo usare sia l'en. totale di soglia, che la T di soglia, basta essere coerenti.

b) Quadriimpulso iniziale SLAB = quadriimpulso finale SCM.

$$(P_\mu P^\mu)_{init}^{SCM} = (P_\mu P^\mu)_{fin}^{SCM}$$

$$\begin{cases} P_A^\mu = (E_p, \vec{p}) \\ P_B^\mu = (E_p, -\vec{p}) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} P_{LAB}^{init} &= (2E_p, 0) \equiv P_{SCM}^{fin} = (M+2m_p, 0) \\ \Rightarrow E_p &= \frac{M}{2} + m_p, \quad T_p = \frac{M}{2} \end{aligned}$$

vedi es. 2 29/06/2006

$m_p \xrightarrow{30 \text{ GeV}} \xleftarrow{30 \text{ GeV}} m_p$ impulsi: uguali in modulo.

$$P_A^\mu = (E_p, \vec{p}) \quad P_B^\mu = (E_p, -\vec{p})$$

L' E_{tot} nel CM è $P_A^\mu + P_B^\mu = (2E_p, 0) = 60 \text{ GeV}$

[Se due particelle hanno stesso \bar{E} e stessa massa, i loro \vec{p} devono per forza avere lo stesso modulo]

[In SCM la $\sum_n \vec{p}_n$ è sempre nullo. In questo caso, SLAB = SCM]

Per la seconda domanda, $P_A^\mu = (E_p, \vec{p}), P_B^\mu = (m_p, 0)$

$(P_A^\mu + P_B^\mu) \cdot (P_{A\mu} + P_{B\mu}) = \text{invariante}$, quindi la possiamo

uguagliare col modulo quadro del quadriimpulso calcolato precedentemente in SCM.

$$(E_p + m_p)^2 - p^2 = P_{LAB}^\mu P_{LAB\mu} \equiv (2E_p^*, 0)(2E_p^*, 0) = 4E_p^{*2}$$

L'incognita è E_p (en. del p. incidente)

$$E_p^2 + m_p^2 + 2E_p m_p - p^2 = 2m_p^2 + 2E_p m_p = 4E_p^*$$

$$[E_p^2 - p^2 = m_p^2] \quad \text{Risulta } E_p = 1918 \text{ GeV}$$

⇒ Sono molto più convenienti le collisioni tra due proiettili in moto.

es. 2 14.05.2009

$$K^0 \rightarrow \pi + \pi^-$$

$$Mc^2 = 498 \text{ MeV } (K^0) \quad mc^2 = 140 \text{ MeV } (\pi)$$

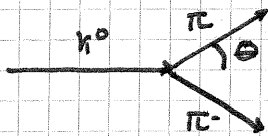
$$P = Mc \quad (K^0) \Rightarrow pc = Mc^2$$

$$\beta = \frac{pc}{E} = \frac{m_0 \gamma v \cdot c}{m_0 \gamma c^2} \quad E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{Mc^2}{\sqrt{M^2 c^4 + M^2 c^4}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\beta \text{ del } K^0 \text{ in SLAB})$$

K^0 ha un momento ⇒ non è in SCM, altrimenti \vec{p} sarebbe 0. La componente trasversa dell'impulso è un'invariante.

In SLAB vediamo:



Se è massima in SLAB è massima anche in SCM

$$P_T^{LAB} = P \sin \theta_{LAB} = P_{CM} \sin \theta_{CM}$$

Il massimo si ha per $\theta_{CM} = 90^\circ$

$$\text{per } \theta_{LAB} = 90^\circ \Rightarrow \sin \theta_{CM} \equiv 1$$

P_{CM} è un oggetto che so calcolare.

$P_L^{LAB} = P \cos \theta_{LAB}$ vogliamo esprimerlo in termini di grandezze legate al CM.

$$\text{Calcolo } P_{\pi}^{CM} \equiv \vec{p}_{\pi}^* = -\vec{p}_{\pi^-}^*$$

$$(M_{K^0}, 0) = 2 \left(\sqrt{p_{\pi}^{*2} + m_{\pi}^2}, 0 \right)$$

$$E^* = \frac{M_{K^0}}{2} = \sqrt{p_{\pi}^{*2} + m_{\pi}^2} \Rightarrow P_{\pi}^* = 205.9 \text{ MeV}/c$$

$$\begin{pmatrix} E_i \\ p_{ii}^i \\ p_c^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_i^* \\ p_{ii}^{*i} \\ p_c^{*i} \end{pmatrix}$$

[Se passassimo da SLAB ad SCM: $\beta\gamma$ avrebbero un "-" davanti]

$$P_{CM}^* = P_c^{*MAX} = 205.9 \text{ MeV}/c$$

$$P_{ii}^i = P_{LAB}^i \cos \theta_{LAB} = \gamma (\beta E_i^* + P_{CM}^* \cos \theta_{CM}) \quad \text{per il valore MAX}$$

$$\text{prendiamo } \cos \theta_{CM} \equiv 1$$

vedi os 9/6/08 (3)

$$N.B.: \tau_{LAB} = \gamma \tau \quad (\tau = \text{vita media})$$

$$L_{LAB} = v \tau_{LAB} = \beta \cdot c \cdot \gamma \tau = \frac{P}{mc} \tau \quad \tau = \frac{m}{p} \frac{1}{c} L_{LAB}$$

NB: p è fornito in GeV $/c$, quindi il valore fornito equivale a p/c e non semplicemente a p .

I pioni sono particelle cariche, sono adroni, e hanno massa di 140 MeV.

$$1 \text{ mb} = 10^{-3} \cdot 10^{-28} \text{ m}^2$$

27.04.2010

La prima applicazione del concetto di RANGE fu la scoperta del neutrone da parte di Chadwick.

Range \leftrightarrow cammino che una particella può percorrere prima di perdere tutta la sua T (in un mezzo).

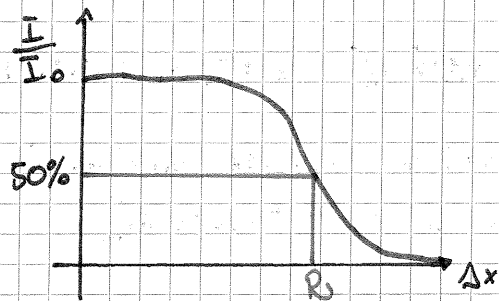
Questo ha senso solo per particelle cariche pesanti; che non fanno un percorso a zigzag dentro il mezzo.

Sarà una funz. dell'energia e dipenderà dalle caratteristiche del mezzo (fissata la particella incidente).

$$-\frac{dE}{dx} = f(E) \Rightarrow dx = -\frac{dE}{f(E)}$$

$$\int_0^R dx = -\int_E^0 \frac{dE}{f(E)} = \int_0^E \frac{dE}{f(E)} = \int_0^E \frac{dE}{\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ionizzazione}}} = R(E)$$

Ricordiamo che:



(v. p. s. ra applicata)

Range massico $\leftrightarrow R \cdot \rho$ (ρ densità del mezzo)

La dipendenza di R ~~da~~ da E è quasi lineare.

Quella di ρR è esponenziale.

$$\text{Sappiamo che: } R(E) = \int_0^E \frac{dE}{\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ion}}} \propto \int_0^E \frac{dE}{\rho}$$

Il grafico $PR - E$ varia a seconda della particella incidente, ma mantiene la stessa forma.

Questo perché le particelle riescono a camminare più a lungo se hanno ~~meno~~ ^{meno} massa.

Perdite di en. x ionizzazione:

$$\frac{dE}{dx} \propto \rho \frac{NA}{A} \frac{z}{A} z^2 \left(\frac{1}{\beta^2}\right) \ln[...]$$

$$= \rho \frac{NA}{A} \frac{z}{A} z^2 \left(\frac{T}{m}\right) \ln[...]$$

$$\beta = \frac{p}{E} \quad \frac{1}{\beta} = \frac{E}{p}$$

$$\frac{1}{\beta^2} = \frac{E^2}{p^2} = \frac{p^2 + m^2}{p^2}$$

⇒ a parità di T , la perdita di energia per ionizzazione decresce al crescere della massa.

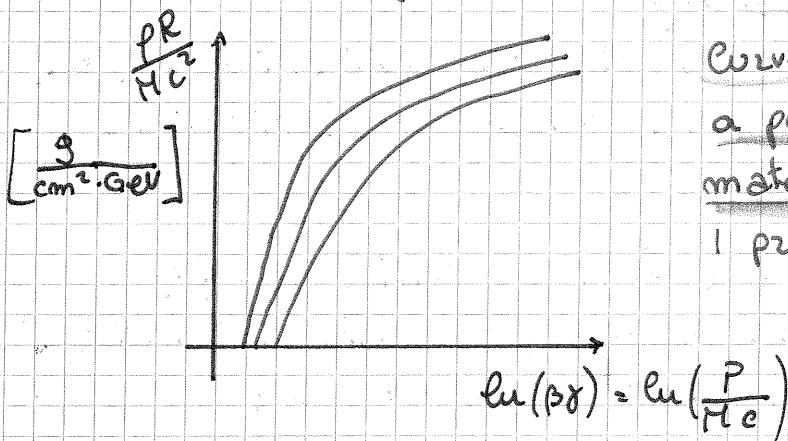
In generale posso scrivere:

$$R = \int_{\beta_0}^0 \frac{Mc^2 \beta d\beta}{z^2 f(\beta, Z, A)} = \frac{Mc^2}{z^2} F(\beta_0, Z, A)$$

$$E = m_0 \gamma c^2 = m_0 \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} c^2 \Rightarrow dE = m_0 c^2 (1-\beta^2)^{-3/2} \beta d\beta$$

$$\frac{z}{Mc^2} R = F(\beta_0, Z, A)$$

Andamento del "range massico" in funzione di $\beta\gamma$:



Curve diverse si riferiscono a particelle incidenti in materiali diversi -

I proiettili hanno $z=1$.

Gli Adroni sono particelle costituite da quark. Ad alte energie sono i quark quelli che interagiscono con la materia → interazione forte -

Per gli adroni il cammino libero medio è quello che fanno prima di interagire in modo forte.

Prime idee sulla struttura del nucleo.

Sperimentalmente:

- massa dei nuclei leggeri \approx multipli di m_p
- decadimento β : emissione spontanea di e^- da parte di alcuni nuclei.

Ipotesi: il nucleo di un atomo di numero atomico Z e massa A è un sistema di A protoni ed $A - Z$ elettroni legati insieme in qualche modo.

Con il principio di indeterminazione si dimostra che questo non è possibile.

Dalle osservazioni sul decadimento β si vede che gli e^- hanno energie massime di qualche MeV.

Possono essere confinati in uno spazio piccolo quanto quello che contiene il nucleo?

Per il $\Delta x \Delta p \approx \hbar$ si ha che gli e^- , per stare confinati nel nucleo, dovrebbero avere un'energia cinetica di ≈ 60 MeV.

Sperimentalmente non si sono mai osservati e^- con energia $\gg 1$ MeV.

Questa ipotesi ha tuttavia altri problemi, ad esempio l'anomalia dell'azoto.

Si misura sperimentalmente uno spin intero, $= 1$, si misurano Z ed A , ma il modello restituisce uno spin semi-intero.

1920 - Rutherford suggerisce che coppie $e^- + p^+$

formassero particelle neutre, che chiamo "neutroni".

1928 - Sperimentalmente: $\alpha + Be \rightarrow C + ?$

Le "?" erano particelle neutre, non direttamente ionizzanti, molto penetranti e sconosciute.

1931 - Irene Curie e Joliot sostengono che tale radiazione neutra è in grado di espellere protoni dalla paraffina, e pensano che siano protoni che fanno effetto Compton sulla paraffina.

L'energia dei protoni espulsi andava fino a 5.3 MeV - Chadwick andò a calcolare l'energia necessaria

ai fotoni: per produrre tale effetto -

Dall'esperimento precedente, si ha che l'energia massima dei fotoni prodotti è $\bar{E}_\alpha + \bar{E}_\beta - E_c$ (q-valore) \approx qualche MeV -

Dall'ipotesi di Curie invece doveva essere ≈ 50 MeV, 10 volte superiore -

PROVA IN ITINERE: LUNEDÌ 10 MAGGIO

Se la particella incidente è un neutrone, con massa simile a quella del protone, allora in un urto è in grado di cedere tutta la sua energia al protone -

Questi protoni lasciavano tracce sul rilevatore usato da Chadwick ionizzando gli atomi, quindi si poteva vedere quanto cammino facevano \Rightarrow si risalì alla distribuzione dell'energia ceduta dai "?" ai protoni -

Soluzione struttura nucleare: un nucleo di num. atomico Z e massa A contiene un sistema legato di Z protoni ed $A-Z$ neutroni -

Chadwick misurò i range dei p^+ espulsi, quindi le loro velocità ($R \propto M^2 f(\beta_0)$, M e c naturalmente fissati) iniziali - Chadwick ripeté la misura usando azoto anziché paraffina \Rightarrow a rinvoltone erano i nuclei di azoto -

Classicamente, in un urto, date 2 masse, e data la v_{max} di una delle due particelle, si può trovare la v_{max} dell'altra:

$$v_{max}^1 = \frac{2m_2}{m_2 + m_1} v_{max}^2$$

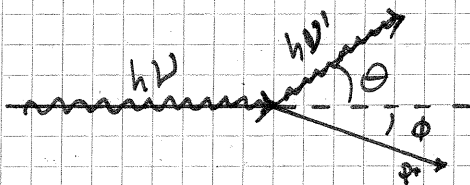
La velocità massima dei n^0 è data dal q-valore della reazione col berillio - La v_{max} del protone [del nucleo di N] si misura - Si ricava la massa del "?" -

$$\frac{V_{MAX}^P}{V_{MAX}^N} \approx 1,5 = \frac{m_{mp} + m_N}{m_{mp} + m_p} \Rightarrow \text{si ricava } m_{mp} \approx m_p$$

Vedi trattazione piú approfondita degli ultimi argomenti sulle dispense Ceradini (capitolo 1.4 escluso 1.4.5) -

Effetto Compton $\rightarrow h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_p c^2} \cdot (1 - \cos\theta)}$
 (fotone incidente su p^+)

• Vedi esercizio Chadw. pdf



$$E_p^{MAX} = h\nu - h\nu'_{MIN}$$

50 MeV

$h\nu'_{MIN}$ si ha per $\theta = 180^\circ$

$$\frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu \cdot 2}{m_p c^2}} = \frac{50 \text{ MeV}}{1 + \frac{100 \text{ MeV}}{938 \text{ MeV}}} \Rightarrow h\nu' = \frac{45 \text{ MeV}}{1,04}$$

$$\Rightarrow E_p^{MAX} = 4,96 \text{ MeV} + m_p c^2 \approx 943 \text{ MeV}$$

$E^2 - m_p^2 c^4 = p^2 c^2 \Rightarrow$ si calcola l'impulso p .

nello scritto ci saranno esercizi fino al tempo.

03.05.2010

Protoni da 16 GeV attraversano 2,5 cm di aria.

$$\left\{ \rho = 0,0012 \text{ g/cm}^3; \frac{Z}{A} = \frac{1}{2}; I = 100 \text{ eV} \right\}_{\text{aria}}$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = C \cdot \frac{Z}{A} \cdot \frac{e^2}{\beta^2} \left(\ln \frac{2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{\langle I \rangle} - \beta^2 \right)$$

$$C = 4\pi r_e^2 m_e c^2 N_A = 0,30 \frac{\text{MeV}}{\text{g} \cdot \text{cm}^2}$$

I = potenziale di ionizzazione del mezzo attraversato.

$$\vec{p}_p = \sqrt{E_{tot}^2 - m_p^2} \quad \beta = \frac{p_p}{E_{tot}} = 0,998 \quad \gamma = \frac{E_{tot}}{m_p} = 17$$

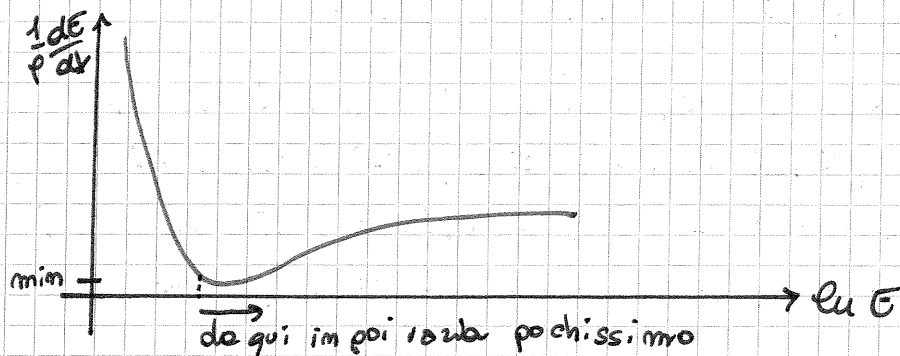
$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = 0,3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{0,998^2} \left(\ln \frac{2 \cdot 0,51 \cdot 289,79}{100 \cdot 10^{-6}} - 0,998^2 \right) = 2,14 \frac{\text{MeV}}{\text{g} \cdot \text{cm}^2}$$

Abbiamo visto che, al minimo, la $\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}$ è + o - uguale per tutte le particelle e vale circa $2 \text{ MeV/g} \cdot \text{cm}^2$.

Il valore che abbiamo trovato per i protoni in aria è molto vicino al minimo.

Attorno a questi valori dell'energia ~~incidente~~ ^{prossima} posso dunque considerare praticamente costante

la perdita di energia per ionizzazione per unità di percorso -



Andiamo per trovare l'energia persa in 2,5 cm basta fare $\frac{1}{p} \frac{dE}{dx} \cdot \Delta x \cdot p$

$$\Delta E = 2,14 \cdot p \cdot \Delta x = 6420 \text{ eV}$$

Per creare una coppia ione - elettrone occorrono circa 30 eV

$$N_{\text{coppie}} = \frac{6420}{30} = 214$$

E se invece dei protoni avessimo avuto particelle α ? Abbiamo già visto che, per β fissato, le α hanno capacità di ionizzazione molto più grande:

$$\left. \frac{dE}{dx} \right|_{\alpha} \approx \frac{z_{\alpha}}{z_p} \left. \frac{dE}{dx} \right|_p = 4 \left. \frac{dE}{dx} \right|_p$$

$$\Rightarrow \Delta E \approx 25 \text{ KeV}; \quad N_{\text{coppie}} \approx 850$$

SCATTERING MULTIPLO

Supponiamo di avere un proiettile molto veloce ed un bersaglio. Il proiettile può incidere:

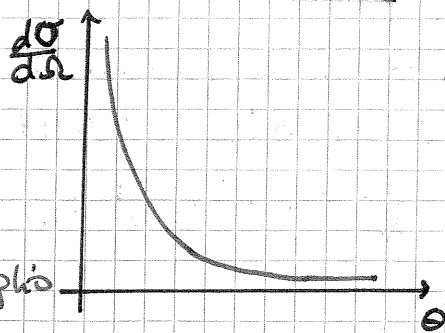
- sui nuclei: poca energia ceduta, ma significativa deviazione (scattering) del proiettile
- sugli elettroni atomici: molta energia ceduta, ma piccolissimo scattering.

Abbiamo già visto lo scattering Rutherford (collisione con nuclei):

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{Ruth.}} = \left(\frac{zZ e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{4p^2 v^2} \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Notiamo che:

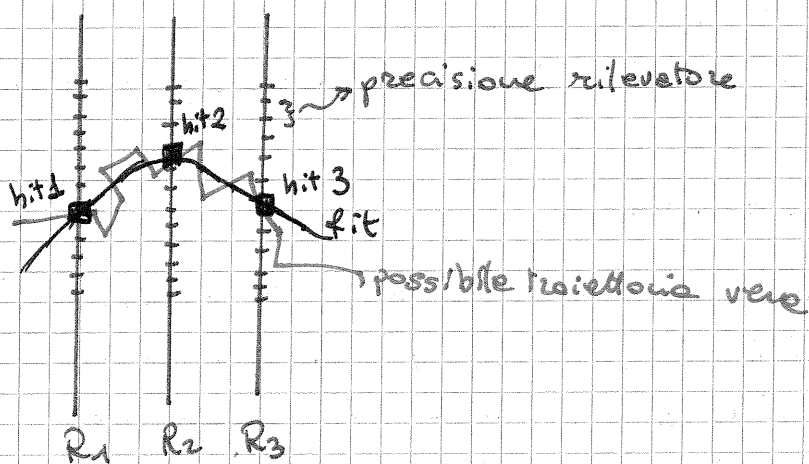
- avevamo considerato un bersaglio di spessore infinitesimo



- la formula diverge per $\theta = 0$.
- l'angolo di diffusione medio è $\langle \theta \rangle = 0$.

Dobbiamo considerare che in genere i bersagli hanno spessore finito, quindi il proiettile può subire più di uno scattering - quello che possiamo misurare è lo scattering finale, la somma di tutti quelli avvenuti.

Abbiamo dunque, sulla traiettoria della particella, un errore più grande di quello sistematico del rivelatore:



Ogni singolo processo di scattering è casuale, quindi ci aspettiamo che, dopo tot collisioni, il valor medio di θ sarà nullo... Ma non ci aspettiamo che lo sia anche $\langle \theta^2 \rangle$!!

- ipotesi: collisioni casuali ed indipendenti tra loro: la distribuzione di $\langle \theta \rangle$ sarà una Gaussiana centrata in 0 con varianza (lunghezza):

$$\langle \theta^2 \rangle = \int_0^x dx \int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \theta^2 P(\theta) 2\pi\theta d\theta = \underbrace{(21 \text{ MeV})^2}_{\text{costanti}} \cdot \underbrace{\left(\frac{z}{\beta\gamma}\right)^2}_{\text{inad.}} \int_0^x \frac{dx}{x_0} \rightarrow \text{costante}$$

dove:

- $P(\theta)$ è la probabilità di collisione (VEDI SLIDE)
- x_0 si dice LUNGHEZZA di RADIAZIONE ed è:

$$\frac{1}{x_0} = 4\pi e^2 d \frac{N_A}{A} Z^2 \rho \ln(183 \cdot Z^{-1/3})$$

$\langle \theta^2 \rangle$ è tanto più grande quanto più è piccolo x_0 , ed x_0 è tanto più grande quanto più grande è z^2 del mezzo attraversato.

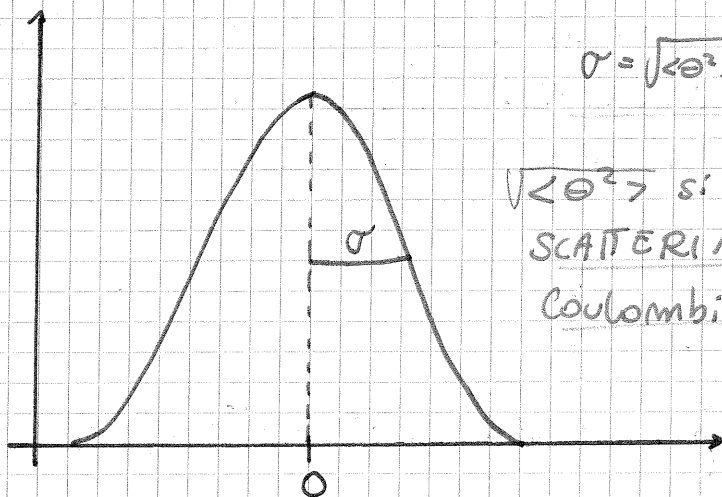
\leftarrow piccolo $\leftarrow x_0 \propto z^{-2}$

A volte può servire la proiezione della varianza dell'angolo di diffusione su un piano ortogonale alla propagazione della particella. Ad esempio:

$$\langle \theta^2 \rangle = \langle \theta^2 \rangle_z + \langle \theta^2 \rangle_y = \theta_z^2 + \theta_y^2$$

Se il mezzo è isotropo:

$$\langle \theta^2 \rangle_z = \langle \theta^2 \rangle_y = \frac{1}{2} \langle \theta^2 \rangle$$



$$\sigma = \sqrt{\langle \theta^2 \rangle} = \frac{z^2}{\rho c \beta} \sqrt{\frac{\Delta t}{x_0}}$$

$\sqrt{\langle \theta^2 \rangle}$ si dice ANGOLO di SCATTERING MULTIPLO Coulombiano.

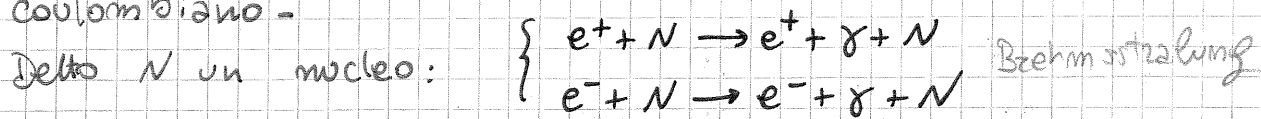
A volte per un mezzo viene fornito x_0 in $\frac{g}{cm^2}$, occorre fare $\frac{x_0}{\rho}$ per portarlo in cm.

La formula per $\sqrt{\langle \theta^2 \rangle}$ restituisce l'angolo in radianti.

$$\frac{1}{x_0} \propto \rho \frac{N_A}{A} z^2 \Rightarrow x_0 \propto \frac{A}{\rho N_A z^2}$$

Particelle leggere

Elettroni e positroni fanno parte della radiazione ionizzante. Non essendo composti da quark, interagiscono in modo Coulombiano.



Interagendo col nucleo, l'elettrone viene accelerato ed irradia. Un elettrone non irradia mai spontaneamente.

$e^- \rightarrow e^- + \gamma$ nel S.D.R del C.M di $e^- + \gamma$: $(\vec{e}_e + \vec{e}_\gamma, 0)$
 nello stato iniziale: $(M_e, 0)$

Usando l'invarianza del modulo quadro:

$$M_e^2 = (\epsilon_e + h\nu)^2$$

Ma $(\epsilon_e + h\nu)^2 > M_e^2$ e vale $e' =$ solo per elettroni fermi.

Ma un e^- fermo non irraggia.

C'è un altro processo possibile:

$e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$ (2 fotoni, se fosse uno solo le reazioni non potrebbero avvenire)

In una collisione con un e^- atomico un e^- può cedere anche tutta la sua energia, quindi può venire fortemente deflesso. Inoltre in questo caso siamo nell'ambito della quantistica, perché i due e^- collidenti sono indistinguibili. Vedi slide perdita di energia per irraggiamento per e^- ed e^+ .

Si ha:

$$-\frac{d\bar{\epsilon}}{dx} \Big|_{e^-, \text{irraggiamento}} = \frac{\bar{\epsilon}}{X_0}$$

$$\frac{1}{X_0} = 4z(z+1) \rho \frac{N_A}{A} \cdot \text{costante} \cdot \ln(183 \cdot z^{-1/3} - f(z))$$

Possiamo anche scrivere:

$$-\frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon}} = \frac{dx}{X_0} \Rightarrow \bar{\epsilon}(x) = \bar{\epsilon}_0 e^{-\frac{x}{X_0}}$$

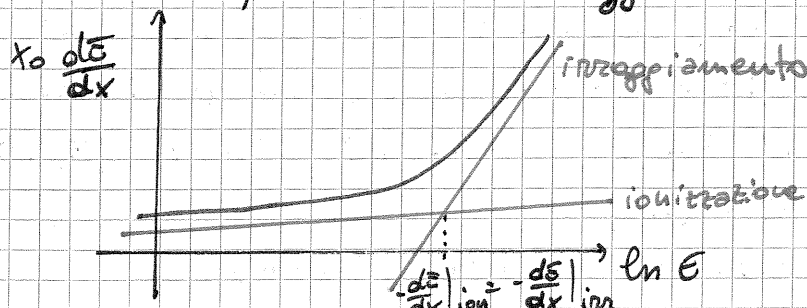
I fotoni vengono attenuati solo in intensità, mentre gli elettroni vengono attenuati in energia.

Per grandi z , le formule per $\frac{1}{X_0}$ si approssimano alla precedente.

Abbiamo anche perdita di energia per collisioni.

$$-\frac{d\bar{\epsilon}}{dx} \Big|_{e^-, \text{collis.}} = \rho \frac{N_A}{A} z \frac{e^4}{4\pi\epsilon_0^2} \frac{1}{2m_e} \frac{1}{\beta^2 c^2} \phi'(\beta); \quad -\frac{d\bar{\epsilon}}{dx} \Big|_{e^-, \text{irragg.}} = \frac{\bar{\epsilon}}{X_0}$$

$$-\frac{d\bar{\epsilon}}{dx} \Big|_{e^-} = -\frac{d\bar{\epsilon}}{dx} \Big|_{e^-, \text{coll.}} + -\frac{d\bar{\epsilon}}{dx} \Big|_{e^-, \text{irragg.}}$$



L'energia alla quale i due contributi sono uguali si dice ENERGIA CRITICA e vale:

$$E_c \approx \frac{600}{Z} \text{ MeV} \quad \text{dove } Z \text{ è lo } Z \text{ del mezzo.}$$

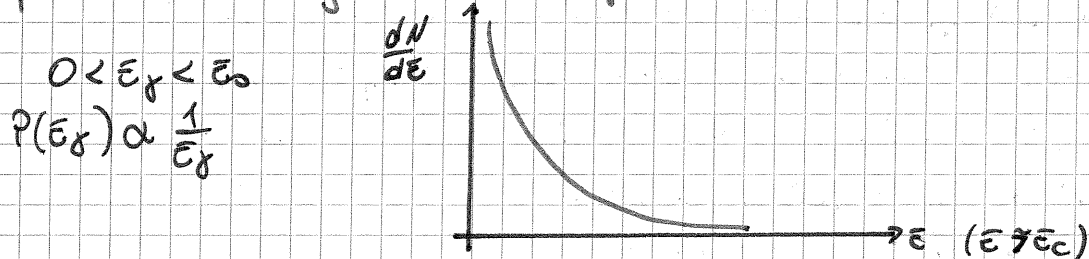
(In realtà sarebbe $\frac{600 \div 750}{Z}$)

Elettroni e positroni tendono a diffondersi nel mezzo più che attraversarlo \Rightarrow il concetto di range perde senso. I processi di bremsstrahlung avvengono al solito a distanze dal nucleo alle quali esso si possa considerare puntiforme e vale considerata l'azione di schermo degli e⁻ atomici.

Per la sezione d'urto relativa si dimostra:

$$\sigma_{\text{Brems}} \propto \frac{e^2}{M_e^2}$$

Spettro in energia dei fotoni emessi:



L'angolo medio di emissione del fotone rispetto alla direzione dell'e⁻ è: $\langle \theta \rangle \approx mc^2/E_0$

(supponendo $E \gg mc^2$) -

I fotoni vengono emessi in direzione tangente a quella dell'elettrone; l'angolo è quasi indipendente dall'energia del fotone.

FOTONI

- eff. fotoelettrico
- eff. Compton
- produzione di coppie

Per i fotoni vale la legge di attenuazione: $N(x) = N_0 e^{-\mu x}$

$\mu = \frac{1}{\lambda} = \rho \frac{N_A}{A} \sigma_{\text{TOT}}$ $N(x)$ si riferisce al numero di

fotoni che non subiscono deflessione né assorbimento -

μ si dice coeff. di attenuazione lineare.

Anche per i neutroni vale $\mu = \rho \frac{NA}{A} \sigma_{\text{tot}}$

$$\Rightarrow \mu_{\text{tot}} = \mu_{\text{foto}} + \mu_{\text{Compt}} + \mu_{\text{coppie}}$$

Si definisce anche un coefficiente di attenuazione massico:

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{NA}{A} \sigma$$

Effetto fotoelettrico: un fotone cede tutta la sua energia ad un elettrone legato, liberandolo.

$$\sigma_{\text{foto}} \propto \frac{Z^5}{E^3}$$

\Rightarrow domina a basse energie.

Detto A il generico atomo la reazione è: $\gamma + A \rightarrow e^- + A^+$

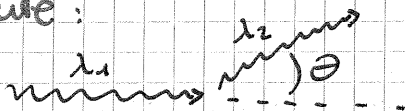
Per la conservazione del quadrimpulso la reazione non è possibile senza atomo.

In realtà la σ è: $\sigma_{\text{foto}} = \text{costante} \cdot \frac{Z^k}{E^{3,5}}$, $k = 4 \div 5$

Scattering Compton: un fotone collide con un e^- legato come se fosse una particella. Cede dunque anche impulso. L'energia ceduta varia tra 0 ed un valore massimo al Compton edge.

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)$$

dove θ è calcolato rispetto alla direzione del fotone incidente:



$$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow \left(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_0} \right) = \frac{1}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

$$\text{per i fotoni } E = cp \Rightarrow \frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_0} = \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)$$

$$E_1 E_0 = \frac{E_0 m_e c^2 - E_1 m_e c^2}{1 - \cos \theta}$$

$$E_1 = \frac{E_0 m_e c^2}{1 - \cos \theta} \cdot \frac{1}{E_0 + \frac{m_e c^2}{1 - \cos \theta}} = \boxed{\frac{E_0}{1 + \frac{E_0}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}} = E_1$$

L'energia finale del fotone dipende solo dall'energia iniziale e dall'angolo a cui viene deflesso.

\Rightarrow si possono selezionare fotoni monocromatici selezionandoli in una sola direzione.

$$\cos\theta = 1 \Leftrightarrow \theta = 0 \Leftrightarrow \bar{E}_1 = \bar{E}_0 \quad (\bar{E}_1 \text{ è massima})$$

$$\cos\theta = -1 \Leftrightarrow \theta = \pi \Leftrightarrow \bar{E}_1 \text{ è minima}$$

04.05.2010

$$\Rightarrow \cos\theta = 1 \Rightarrow \bar{E}_{e^-} = 0$$

$$\cos\theta = -1 \Rightarrow \bar{E}_{e^-} = \bar{E}_0 - E_1$$

Energia massima rilasciata all'e⁻:

$$\theta = \pi \Rightarrow E_e^{\text{MAX}} = h\nu_0 \frac{2E}{1+2E}, \quad E = \frac{E_0}{m_e c^2}$$

Si può anche scrivere: $\frac{h\nu_0}{m_e c^2} \cdot \frac{2E m_e c^2}{1+2E} = \frac{2E m_e c^2}{1+2E}$ COMPTON EDGE

La sez. d'urto Compton dipende da:

- num. elettroni liberi ($\rho \frac{NA}{A} z$)
- debolmente da $h\nu_0$

Intorno agli anni '30 fu calcolata la sez. d'urto differenziale (probabilità che un fotone venga scatterato nella direzione θ dell'angolo solido $d\Omega$):

Formula di Klein-Nishina (eff. Compton)

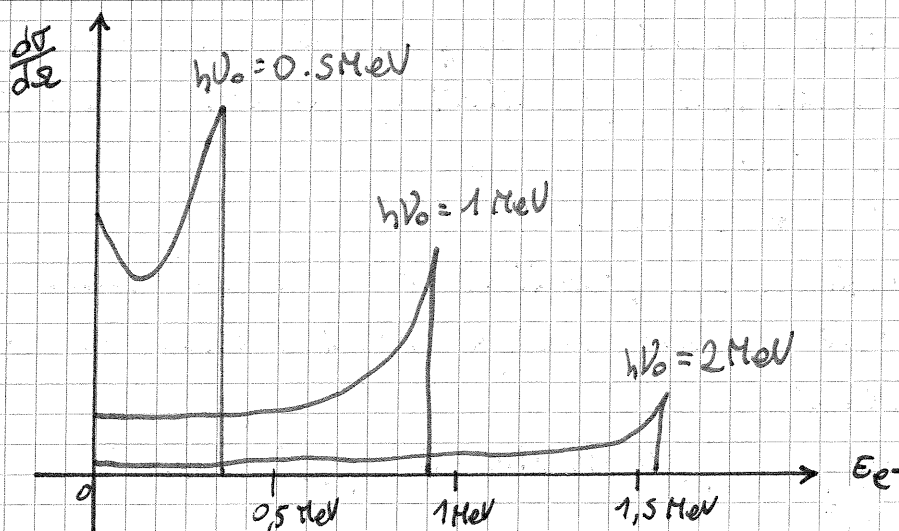
$$\alpha = h\nu_0 / m_e c^2$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = Z r_e^2 \left(\frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \right)^2 \left(\frac{1 + \cos^2\theta}{2} \right) \left(\frac{1 + \alpha^2(1 - \cos\theta)^2}{(1 + \cos^2\theta)[1 + \alpha(1 - \cos\theta)]} \right)$$

È più probabile uno scattering "all'indietro" per fotoni di bassa energia. (vedi grafico polare slides)

⇒ Un fotone ad alta energia procede praticamente nella stessa direzione nella quale è stato emesso.

Distribuzione dell'energia dell'elettrone Compton per vari valori di $h\nu_0$:



A basse energie sono presenti altri tipi di scattering
oltre al Compton:

- [• Scattering Rayleigh: fotone scatterato da un atomo
- [• Scattering Thompson: " " " " elettrone libero
(avviene solo a bassissime energie)

In questi 2 casi non c'è trasferimento di energia al mezzo, cambia solo la direzione del fotone.

Rayleigh (scattering coerente):

$$\sigma \approx Z^2 \pi_0^2$$

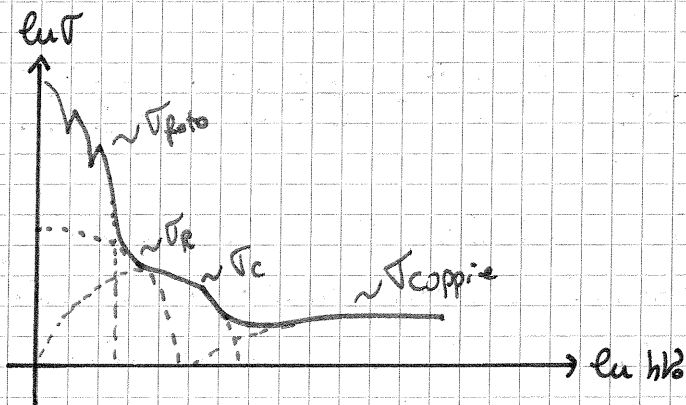
Thompson:

$$\sigma \approx Z \left(\frac{8\pi}{3} \pi_0^2 \right)$$

SEZIONE D'URTO TOTALE COMPTON:

- $\frac{h\nu_0}{m_e c^2} \ll 1 \Rightarrow \sigma_c \approx \frac{Z}{A} \frac{8\pi \pi_0^2}{3} \left(1 - \frac{2h\nu_0}{m_e c^2} \right)$
- $\frac{h\nu_0}{m_e c^2} \gg 1 \Rightarrow \sigma_c \approx k \cdot \frac{Z}{A} \cdot \frac{8\pi}{3} \pi_0^2 \frac{1}{h\nu_0}$

Sommata tutti i contributi, la sezione d'urto totale per fotoni è del tipo:



Vedi distribuzione angolare fotone scatterato per diversi $h\nu_0$ sulle slides.

Vediamo l'ultimo meccanismo, la produzione di coppie.
È un effetto prettamente quantistico ed avviene solo in presenza di un nucleo:



Per la conservazione del quadrimpulso e della massa invariante questo processo non può avvenire senza un nucleo:

$$\text{supp. } \gamma \rightarrow e^+ + e^-$$

$$|(h\nu, h\nu)|^2 = 0$$

$$|(Me + Te + Me + Te', p)|^2 \geq 4m_e^2$$

Oppure, nel centro di massa:

stato finale: $(2(m_e + T_e), 0)$

stato iniziale: $(h\nu, h\vec{\nu}) \neq$

Esiste un'energia di soglia, pari a $2m_e c^2 (\approx 1,02 \text{ MeV})$

Se invece il processo avviene non in presenza di un nucleo ma di un elettrone atomico, l'energia di soglia è doppia: $\approx 4 m_e c^2 (\approx 2,04 \text{ MeV})$

Distribuzione angolare degli e^\pm rispetto alla direzione di volo del fotone: $\langle \theta_\pm \rangle \approx \frac{m_e c^2}{h\nu}$

È un angolo molto piccolo, la coppia $e^- e^+$ è praticamente "chiusa" e viaggia quasi // al fotone.



SEZIONE DURTO PROD. COPPIE

$$\alpha \approx \frac{1}{137}$$

• $2m_e c^2 < h\nu < \frac{1}{Z^{1/3}} m_e c^2$

$$\sigma = Z^2 \alpha \pi r_0^2 \left(\frac{28}{9} \ln \frac{2h\nu}{m_e c^2} - \frac{218}{27} \right)$$

• $h\nu \gg m_e c^2$

$$\sigma = Z^2 \alpha \pi r_0^2 \left(\frac{28}{9} \ln \frac{183}{Z^{1/3}} - \frac{2}{27} \right)$$

• $h\nu \gg \gg m_e c^2$

$$\sigma \propto Z^2 \quad (\text{poca dipendenza da } h\nu)$$

$$\Rightarrow \sigma_{\text{pair}} \approx \frac{7}{9} \frac{1}{X_0} \frac{A}{\rho N_A} \quad X_0 \text{ length. di radiazione}$$

$$\text{Inoltre: } \mu = \sigma \rho \frac{N_A}{A} \Rightarrow I = I_0 e^{-\mu x}$$

sez. d'urto totale coppie + fotoel. + Compton totale

Per la sola produzione di coppie:

$$I = I_0 e^{-\frac{7}{9} \frac{x}{X_0}}$$

$\frac{9}{7} X_0 \approx$ cammino libero medio fotone per produzione di coppie.

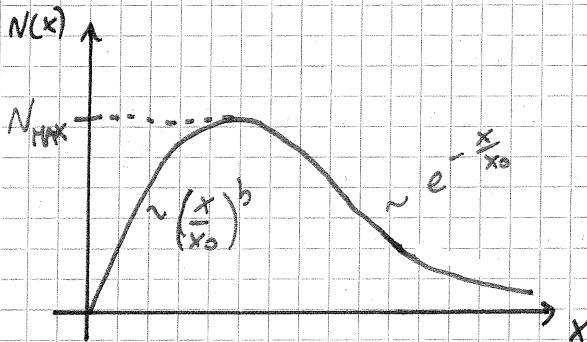
Si ha che il numero massimo di lunghezze di radiazione attraversabili prima che il fotone iniziale e tutte le coppie prodotte smettano di moltiplicarsi è dato da:

$$n_{MAX} = \frac{lu(\bar{\epsilon}_0/\bar{\epsilon}_c)}{lu 2}$$

dove $\bar{\epsilon}_0 = h\nu_0$; $\bar{\epsilon}_c = \epsilon_c$ - critica -

Il numero massimo di particelle dello sciame sarà:

$$N_{MAX} \approx \frac{h\nu_0}{\bar{\epsilon}_c} \propto h\nu_0$$



11.05.2010

Metodi usati per identificare le particelle -

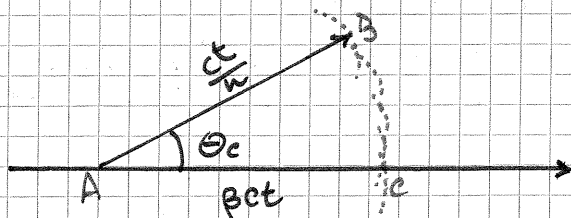
Effetto Cherenkov

Particella carica che attraversa un mezzo trasparente con velocità $\beta c = v > \frac{c}{n} \Rightarrow \beta > \frac{1}{n}$

Nel suo passaggio la particella polarizza gli atomi del mezzo. Se $\beta < \beta_c$ (β critico) la polarizzazione è simmetrica all'indietro. Per $\beta > \beta_c$ la simmetria non c'è più ed ogni punto della traiettoria è costellato di dipoli che, emettendo luce, tornano alla loro posizione di equilibrio.

La radiazione emessa è coerente sulla superficie di un cono con asse la direzione della particella ed apertura angolare $\cos \theta_c = \frac{1}{n}$, $n = n(\lambda) \geq 1$

Qualitativamente è la stessa situazione dell'onda d'urto, dove ogni punto della traiettoria è sorgente di OSM.



$$\frac{AB}{AC} = \cos \theta_c$$

BC appartiene ad un fronte d'onda piano.

È una velocità di soglia $\beta_s = \frac{1}{m}$ per la quale $\theta_c \approx 0$,
 ed è un angolo massimo: $\beta = 1 \Rightarrow \theta = \theta_{\max} = \arccos\left(\frac{1}{m}\right)$

Se OEM emesse assumono frequenze visibili e limitrofe (IR, UV).

Si può calcolare il numero di fotoni prodotti per unità di percorso:

$$\frac{d^2N}{dx dx} = \frac{z^2 \alpha}{c} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 m^2(\omega)}\right) \quad \alpha \text{ cost. di s. fine}$$

$$\frac{d^2N}{dx dx} = \frac{z^2 \alpha}{c} \overbrace{\sin^2 \theta_c}$$

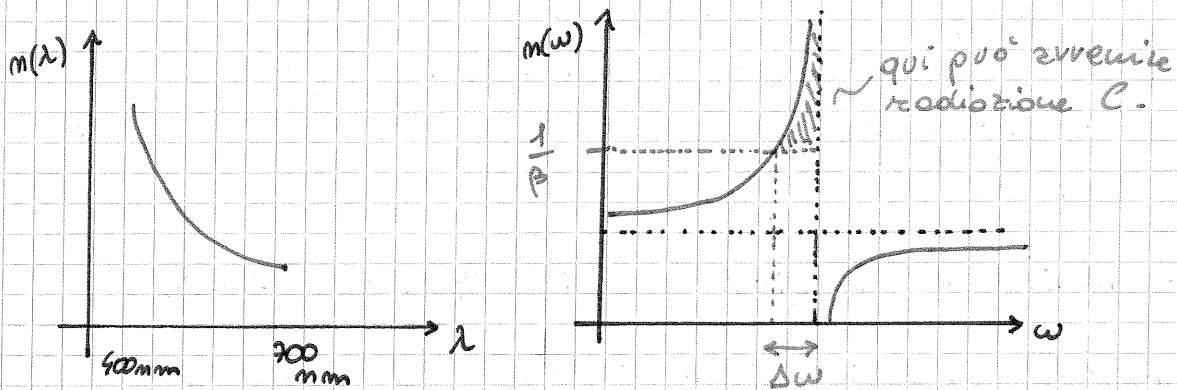
N si ottiene integrando nell'intervallo di frequenza $\Delta\omega$ in cui $m(\omega)$ è positivo, $\omega < \omega_0$, e vale $\frac{1}{\beta} < m(\omega) < m(\omega_0)$.
 Mediamente, si ha:

$$\left\langle \frac{dN}{dx} \right\rangle \approx \left[600 \frac{\text{fotoni}}{\text{cm}} \right] \cdot z^2 \sin^2 \theta_c$$

z è la carica della particella - incidente
 la formula completa è:

$$\frac{dN}{dx} = \frac{z^2 \alpha}{c} \int_{\Delta\omega} \sin^2 \theta_c(\omega) d\omega \approx \frac{z^2 \alpha}{c} \langle \sin^2 \theta_c \rangle \Delta\omega$$

$m(\omega)$ è > 0 nel visibile.



Nel visibile e ultravioletto si ha $\hbar \Delta\omega \approx 2 \text{ eV}$.

$$\hbar \Delta\omega = 2 \text{ eV}$$

$$\frac{z^2 \alpha}{c} \langle \sin^2 \theta_c \rangle \Delta\omega = \frac{z^2 \alpha}{c} \langle \sin^2 \theta_c \rangle \frac{2 \text{ eV}}{\hbar}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm} \quad 1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m} = 10^{-13} \text{ cm}$$

$$\frac{z^2}{137} \cdot \frac{1}{197 \cdot 10^6 \cdot 10^{-13}} \cdot 2 \langle \sin^2 \theta_c \rangle \approx 600 \cdot z^2 \cdot \langle \sin^2 \theta_c \rangle = \frac{dN}{dx}$$

Più il mezzo attraversato è spesso, più il lampo è vistoso.

L'effetto Čerenkov è un effetto a soglia. Si può risalire all'impulso della particella che l'ha causato, o, poiché alla sua massa e quindi identificare la particella.

Affinche' avvenga emissione c.:

$$p > p_{soglia} = m \gamma_s \gamma_s = m \beta_s c \gamma_s = m \beta_s c \frac{1}{\sqrt{1-\beta_s^2}} = \\ = \frac{m}{n} c \frac{n}{\sqrt{n^2-1}} \quad (\beta_s = \frac{1}{n})$$

Conosciuto l'indice di rifrazione del mezzo radiatore, la condizione si scrive:

$$p > \frac{mc}{\sqrt{n^2-1}}$$

Evidentemente, più la particella è leggera e più la soglia è bassa - $p_s \propto m$.

In generale la radiazione cosmica supera la soglia \forall tipo di particelle. In laboratorio invece abbiamo impulsi più bassi e si può utilizzare la soglia Cherenkov per identificare le particelle.

Esercizio Dato un mezzo con $n = 1,002$ ed una incognita particella con $p = 30 \text{ MeV}/c$, dire:

- se l'e⁻ fa Cherenkov
- se il p⁺ fa Cherenkov
- se una delle due è sotto soglia, qual è l'impulso da dare per farle produrre effetto Cherenkov.

Solo particelle massive e cariche fanno Cherenkov.

Con l'eff. Cherenkov siamo in grado di selezionare particelle di massa tale che:

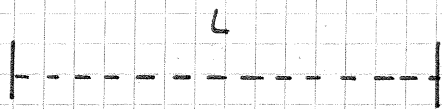
$$mc^2 < pc \sqrt{n^2-1}$$

L'emissione c. non contribuisce apprezzabilmente alla perdita di energia della particella, perché $\frac{dE}{dx} \approx z^2 \sin^2 \theta_c \text{ [keV/cm]}$.
Quindi la particella "non si modifica" producendo luce Cherenkov.

Energia persa: $\langle \frac{dN}{dx} \rangle \cdot$ energia singolo fotone ($\approx 2 \text{ eV}$)

1 fotone nel visibile vanno da 3 a 6 eV.

Un altro modo per distinguere particelle con stesso impulso e massa diversa è la misura del tempo di volo.



La particella più leggera arriva prima.

$$t_i = \frac{L}{v_i} = \frac{L}{c\beta_i} = \frac{L}{c^2 \frac{p}{E_i}} = L \frac{\sqrt{p^2 c^2 + m_i^2 c^4}}{c^2 p}$$

$$= \frac{L}{c} \sqrt{1 + \frac{m_i^2 c^2}{p^2}}$$

Se ho due particelle di masse m_1 ed m_2 :

$$\Delta t \equiv t_2 - t_1 = \frac{L}{c} \left(\sqrt{1 + \frac{m_2^2 c^2}{p^2}} - \sqrt{1 + \frac{m_1^2 c^2}{p^2}} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta t}{L} = 3,33 \frac{\text{ms}}{m} \left(\sqrt{1 + \frac{m_2^2 c^2}{p^2}} - \sqrt{1 + \frac{m_1^2 c^2}{p^2}} \right) \quad (m \text{ e } p \text{ misurate in MeV})$$

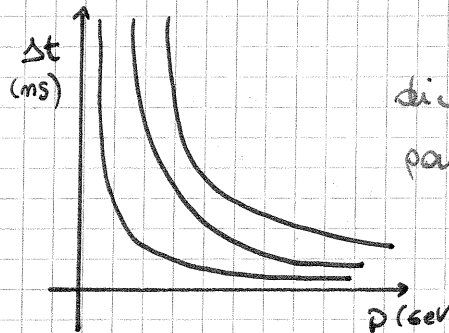
Se vale $p \gg m_1$ \wedge $p \gg m_2$:

$$\frac{\Delta t}{L} \approx 1670 \frac{(m_2^2 - m_1^2)}{p^2} \frac{\text{ps}}{m} \Rightarrow \Delta t \approx \frac{Lc}{2p^2} (m_1^2 - m_2^2)$$

Il tempo di volo in genere viene usato per studiare particelle con $p > 1 \text{ GeV}$.

Si nota che la separazione temporale è tanto maggiore quanto più grande è L e quanto più piccolo è p .

fissate le masse:



(L fissato. Curve diverse sono coppie di particelle diverse)

Si definisce potere di separazione il Δt froto la deviazione standard sulla misura di t_1 o t_2 -

$$\frac{\Delta t_1(p) - \Delta t_2(p)}{\sigma(t_1 - t_2)} > 1$$

17/05/2010

FISICA NUCLEARE

$$r = r_0 A^{1/3} \quad r_0 = 1,2 \text{ fm} \quad (\text{raggio di un nucleo})$$

Spettrometro di massa \rightarrow libro \rightarrow Krane

Come si determina la massa di un nucleo? Sul libro è riportata la massa atomica, non nucleare. Per misurare la massa atomica, per nuclei stabili, c'è la spettroscopia di massa; altrimenti si studiano le reazioni nucleari.

energia di legame di un e^- dell'H: $13,6 \text{ eV} = 14 \cdot 10^{-9} M_H c^2$
 eu. di l. di un nucleone del deuterio: $2,2 \text{ MeV} = 1,2 \cdot 10^{-3} M_D c^2$

Dalla determinazione della massa nucleone segue la determinazione dell'energia di legame dei nuclidi.

$$M_N c^2 = M_C c^2 - Z m_e c^2 + \sum_{i=1}^Z B_i(e^-)$$

Trascurando le eu. di legame degli e^- , calcoliamo l'eu. di legame nucleare:

$$B_N = \{ Z m_p + N m_n - (M - Z m_e) \} c^2 = \{ Z \cdot M_H + N m_n - M \} c^2$$

Conoscendo specie chimica (n. di e^-) e massa atomica M e immediatamente ricavare la massa nucleare.

~~vedi spettrometro di massa~~ vedi spettrometro di massa: $m = qB^2 r / E$

$$r = \frac{mv}{qB} \Rightarrow r = r(m) \text{ [raggio di curvatura]}$$

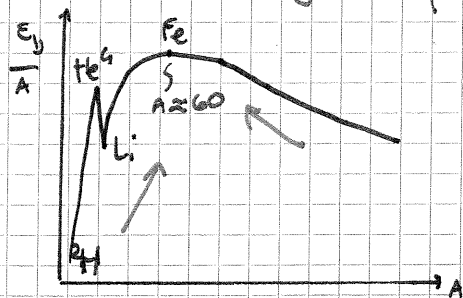
Per ioni di carica diversa il raggio di curvatura dipende dal rapporto m/q .

I due campi magnetici usati nello spettrometro sono = in modulo.

$$\frac{\Delta m}{m} = \left[\left(\frac{\Delta r}{r} \right)^2 + \left(2 \frac{\Delta B}{B} \right)^2 + \left(\frac{\Delta E}{E} \right)^2 \right]^{1/2}$$

E_b = eu. di legame

E_b/A = eu. di legame per nucleone



N.B.: notare possibili applicazioni per il ricavo di energia. Fusione x nuclei leggeri, fissione x m. pesanti.

Si vede che E_b/A : dopo un certo num. di nucleoni, l' E_b si satura. Questo vuol dire che ogni nucleone non interagisce con tutti gli altri, ma solo con i propri vicini.

Energia di legame + grande significa fissa energia totale + bassa (E_b è negativa).

l'interazione FORTE non dipende dalla carica. \bar{e} è più forte di quella Coulombiana, ed è a corto raggio (effetti fino a distanze di 1 fm). Se fosse a lungo raggio andrebbe come $A(A-1)$, invece va come A .

Osservando il grafico dell' E_b si osservano picchi in corrispondenza di Z o $A = 2, 8, 20, 28, 50, 82$ o 126 ("numeri magici").

Sono nuclei particolarmente stabili quelli con Z ed A pari (nuclei pari-pari).

I nuclei con sia Z che A "numeri magici" sono stabilissimi.

1935 modello di Wieszäcker: nucleo a goccia coesa incompressibile.

Secondo questo modello:

- $\bar{e} \propto V \Rightarrow \bar{e} \propto \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow \bar{e} \propto (A^{1/3})^3 \Rightarrow \bar{e} \propto A$
- tensione superficiale: $\propto -A^{2/3}$
- c'è anche la repulsione Coulombiana

Non meno che aumenta A , il numero di neutroni deve crescere rispetto a Z per mantenere la stabilità dell'atomo. Ci sarà un termine di simmetria che per grandi nuclei abbassa l'eu. di legame: $-a_{\text{sim}} \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta$. Il termine δ schematizza il comportamento di E_b al variare della parità di A e Z .

Per atomi con lo stesso A la differenza di energia di legame è dovuta alla diff. di eu. elettrostatica. ^{nucleare}

18/05/2010

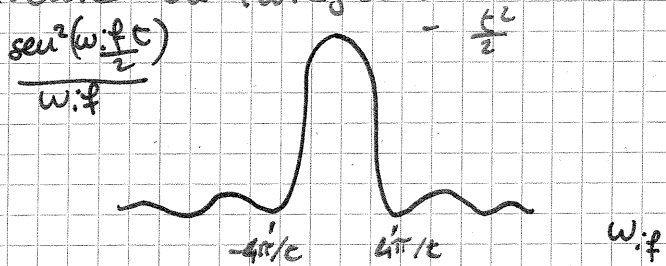
Vedi regola d'oro di Fermi (dato un sistema, qual è la probabilità di transizione da uno stato A ad uno stato B ?)

Questa è in realtà la seconda regola d'oro di Fermi ed aiuta nel calcolo delle sezioni d'urto.

$$P(J \rightarrow m) = \frac{q |H_{I2}^{jm}|^2}{(\bar{E}_m - \bar{E}_j)^2} \text{sen}^2 \left[\frac{(\bar{E}_m - \bar{E}_j)t}{2\hbar} \right]$$

Questo è la probabilità di transizione dallo stato $|J\rangle$ ad un preciso stato $|m\rangle$. Se voglio semplicemente la

probabilità di decadimento dallo stato $|I\rangle$ devo sommare su tutti gli stati finali accessibili. Se si ha un continuo di stati accessibili la sommatoria diventa un integrale -



Il picco è tanto più stretto quanto più è lungo il tempo di osservazione.

Per camp. t tali che $\Delta E_f = 4\pi\hbar/t$ i contributi dei picchi minori ~~non~~ sono trascurabili. ΔE_f è l'intervallo di energie degli stati finali considerati. $\Delta E_f \approx$ qualche MeV per transizioni nucleari, qualche eV per transizioni atomiche.

Per tempi di osservazione "umani" il ΔE risulta piccolissimo, ~~però~~ perciò posso considerare costante la densità di stati $|\rho\rangle$ accessibili -

$$P(i \rightarrow f) = \frac{4}{\hbar} |H_I^{if}|^2 \rho(E_f) \int \frac{\text{sen}^2(\frac{\omega_{if}t}{2})}{\omega_{if}^2} d\omega_{if} = P_{i \rightarrow f}(t)$$

$$\approx \frac{2\pi}{\hbar} t |H_I^{if}|^2 \rho(E_f)$$

o anche:

$$\frac{dP(i \rightarrow f)}{dt} = \dot{P}(i \rightarrow f) = \frac{2\pi}{\hbar} |H_I^{if}|^2 \rho(E_f)$$

(ricavata in MQ non relativistica!)

Si può applicare ai decadimenti, ma occorre conoscere le H_I hamiltoniane e la densità degli stati accessibili -

$$\hbar c = 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

24.05.2010

Vediamo come si può misurare il raggio nucleare sfruttando un fascio di elettroni: - Gli e^- sono leptoni, non costituiti da quark \Rightarrow possono interagire solo in modo debole ed in modo elettromagnetico. Occorre che:

$$\lambda \leq \text{dimensioni: nucleo}$$

Mel caso dei nuclei:

$$R = R_0 A^{1/3} = (1,2 \pm 0,2) \text{ fm} \cdot A^{1/3}$$

Supponiamo di attribuire ad un nucleo un diametro $D = 10 \text{ fm}$

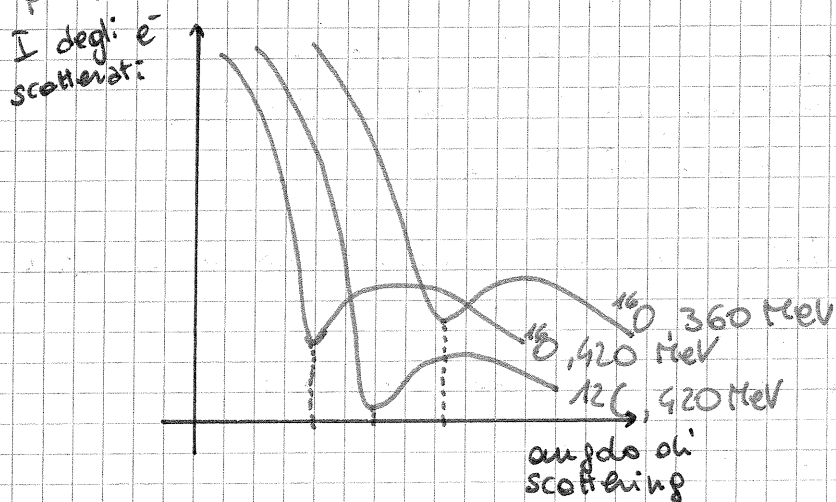
$$\Rightarrow \lambda \leq 10 \text{ fm} \quad \lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow p \gg \frac{h}{10 \text{ fm}}$$

$$p \gg \frac{hc}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{c} \cdot \frac{1}{10 \text{ fm}} = \frac{197,8 \text{ MeV}}{10 \text{ fm}} \cdot 6,4 \Rightarrow p \gg 100 \text{ MeV}/c$$

Ci aspettiamo che il fascio di e^- si comporti come un'onda piana che incide su dischi opachi. - Ci saranno fenomeni di diffrazione, per cui per ostacoli circolari,

$$\text{sen } \theta = 1,22 \frac{\lambda}{D} \text{ sarà la posizione angolare del 1° minimo.}$$

Sperimentalmente si è ottenuto:



$$\text{sen } \theta = 0,61 \frac{\lambda}{R} \rightarrow \text{(raggio del nucleo)}$$

Conoscendo λ e determinando sperimentalmente il θ del primo minimo (vedi grafico sopra) si può calcolare R .
NB.: per e^- di grande energia, $p \approx E$.

Notiamo che, diminuendo l'impulso, la posizione del minimo si allontana dall'origine.

Il nucleo non ha un bordo ben definito, i nucleoni sono infatti in movimento: questo è il motivo + cui i

minimi di diffrazione non vanno a 0.

Molti esperimenti di questo tipo vennero condotti da Hofstadter & co.

Utilizziamo ora qualche applicazione pratica della regola d'oro di Fermi:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{N_f(\theta, \phi)}{\phi N_b} = \frac{N_f(\theta, \phi)}{n_a n_a N_b} = \dots = \frac{N_f(\theta, \phi)}{I m_b \Delta x}$$

Da $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ si può misurare sperimentalmente, misurando $N_f(\theta, \phi)$ e conoscendo I, m_b e Δx .

Si può scrivere: $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{N_f(\theta, \phi)}{N_A N_b} \frac{V}{N}$

Questa vale per un singolo bersaglio.

Se $N_b \rightarrow 1$, $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ resta costante, quindi il numeratore diminuisce:
 $N(\theta, \phi) \equiv N_f(\theta, \phi) / N_b$

Per un singolo bersaglio:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{N(\theta, \phi)}{N_A} \frac{V}{N} = \dot{P}(i \rightarrow f)(\theta, \phi) \frac{V}{N}$$

$\frac{N(\theta, \phi)}{N_A N_b}$ è una probabilità di transizione per unità di tempo!

Si possono dunque confrontare misure

sperimentali con le probabilità di transizione teoriche calcolate con la regola d'oro di Fermi.

Numero di stati disponibili per un sistema su tutto lo spazio:

$$n = \frac{\int V p^2 dp d\Omega}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{4\pi V}{(2\pi\hbar)^3} p^2 dp$$

Ma se voglio solo una porzione di angolo solido:

$$d^2 n = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} p^2 dp d\Omega = p(E, \Omega) dE d\Omega$$

$$\frac{d^2 n}{dE d\Omega} = \frac{V p^2}{(2\pi\hbar)^3} \frac{dp}{dE}$$

$$2p dp = 2m dE \Rightarrow p \frac{dp}{dE} = m$$

$$p(E, \Omega) = \frac{d}{d\Omega} \frac{dn}{dE} = \frac{V p m}{(2\pi\hbar)^3}$$

[In approssimazione NON relativistica]

Scriviamo ora: $\dot{P}_{i \rightarrow f}(\theta, \phi) \equiv \frac{d}{d\Omega} \dot{P}_{i \rightarrow f}^{\text{tot}}(\theta, \phi)$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{N_f(\theta, \phi)}{N_A} \frac{V}{N} = d\dot{P}_{i \rightarrow f}$$

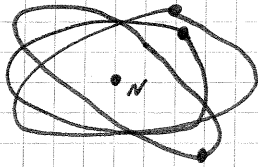
Si ha

$$\text{teorico} \rightarrow \sigma_{\text{tot}} = \frac{N_f}{N_A} \frac{V}{N} = \frac{N_f}{I p N_A \Delta x} = \sigma_{\text{tot}} \leftarrow \text{sperimentale}$$

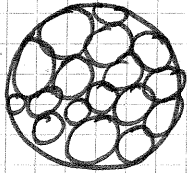
Vedi esercizi regola d'oro di Fermi...

Ogni sistema che presenta uno spettro discreto ha una struttura interna di componenti legati.

- nel caso dell'atomo la scala è dell'ordine dell'eV



- nel caso del nucleo la scala è del MeV



- per i nucleoni siamo su energie dell'ordine del GeV.



25.05.2010

Per un e^- relativistico, la $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ si annulla per $\theta \rightarrow 180^\circ$: l' e^- non può fare scattering all'indietro perché la sezione d'urto per lo scattering all'indietro è nulla.

Per collisioni con nuclei con $J = J_z = 0$:

- l'unica particella dotata di J e J_z è l' e^- : $J^e = S$, $J_z^e = S_z$
- si conserva l'elicità dell' e^- :

$$h = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s}| |\vec{p}|}$$

Per un e^- la probabilità di trovare un e^- con elicità positiva è data da $1 - v/c$

- In definitiva, si conservano h , J e J_z .

Questo è il motivo per cui non può avvenire scattering all'indietro. È l'origine del fattore:

$$1 - \beta^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

nella $d\sigma/d\Omega$.

Per:

- nuclei pesanti
- $E \approx 500 \text{ MeV}$
- $p/p' \approx E/s' \approx 1$

$$\left. \begin{array}{l} \text{• nuclei pesanti} \\ \text{• } E \approx 500 \text{ MeV} \\ \text{• } p/p' \approx E/s' \approx 1 \end{array} \right\} \Rightarrow q^2 = \frac{|\vec{p} - \vec{p}'|^2}{\hbar^2} = \frac{4E^2}{\hbar^2 c^2} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

da $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ per $J=J_z=0$ si può scrivere $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{MOTT}} \cdot |F(q)|^2$,
 dato che, escluso il fattore di forma, fu MOTT a
 formularla per primo.

$$\frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{spesim.}}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{MOTT}}} = |F(q)|^2$$

Il fattore di forma è dato dalla distribuzione di
 carica del nucleo:

$$F(q) = \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \rho(\vec{r}) d^3r, \text{ e se } \rho(\vec{r}) = \rho(r) \text{ si ha}$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \int_0^R e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \rho(r) r^2 dr d\cos\theta d\phi$$

È una specie di trasformata di Fourier della densità
 di carica del nucleo!

N.B.: lo scattering è elastico, ovviamente, solo per
 $\frac{E'}{E} \approx 1$

Una volta misurato o calcolato il fattore di forma,
 si risale tramite la trasformata di Fourier alla
 densità di carica del nucleo.

A piccoli angoli di scattering, se $p \approx p'$, si ha
 $\vec{q}\cdot\vec{r} \ll 1$ e si può sviluppare in serie di potenze
 il termine $e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}}$:

$$F(q) = \iiint \rho(r) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} (i|\vec{q}|r \cos\theta)^m d\phi d\cos\theta r^2 dr$$

sopravvivono solo i termini con m pari!

Risultato:

$$F(q) = 4\pi \int_0^R \rho(r) r^2 dr = \frac{1}{6} q^2 4\pi \int_0^{\infty} \rho(r) r^4 dr + \dots$$

da cui si ricava:

$$\langle r^2 \rangle \approx -6 \frac{\partial F(q^2)}{\partial q^2} \Big|_{q^2=0}$$

ed inoltre $R = \langle r^2 \rangle^{1/2}$.

Nel caso di una distribuzione di carica sferica ed omogenea, il fattore di forma è una f. oscillante con il 1° minimo a $q \cdot R = 4,5$ (vedi 12C).

Nel caso del carbonio:

$$\text{sen } 51^\circ = 0,61 \frac{\lambda}{R} = 0,61 \frac{h}{pR} \Rightarrow R = 0,61 \frac{h c}{p c \text{sen } \Theta} = 1,9 \text{ fm}$$

$$q = \frac{2P}{\pi} \text{sen } \frac{\Theta}{2} \quad p = q \pi \cdot \frac{1}{2 \text{sen } \frac{\Theta}{2}}$$

Esempi di fattori di forma

distrib. di carica	fattore forma
puntiforme	costante (e ⁻)
esponenziale	dipolo (protoni)
gaussiana	gaussiana (nuclei leggeri)
sfera omogenea	oscillante
sfera con superficie diffusa	oscillante e smorzato (nuclei pesanti)

(trasformata di Fourier)

Per rilevazioni: su stesso nucleo (quindi stesso fattore di forma) effettuate con fasci di energia diversa:

$$\frac{\text{sen } \frac{\Theta_1}{2}}{\text{sen } \frac{\Theta_2}{2}} = \frac{P_2}{P_1}$$

Per impulsi + grandi la F(q) è la stessa per Θ più piccoli.

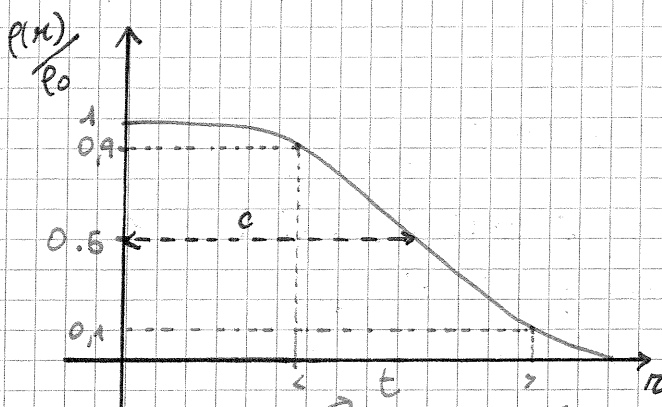
$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{Z^2 d^2 t^2 c^2}{4 p^2 c^2} \frac{\cos^2 \frac{\Theta}{2}}{\text{sen }^4 \frac{\Theta}{2}} |F(q)|^2$$

vedi grafico e cfz. i due 160

La $\rho(r)$ è ottenibile facendo $\mathcal{F}[F(q^2)]$.

Si trova che, per TUTTI i nuclei,

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{(r-c)}{a}}} \quad c, a \text{ costanti.}$$

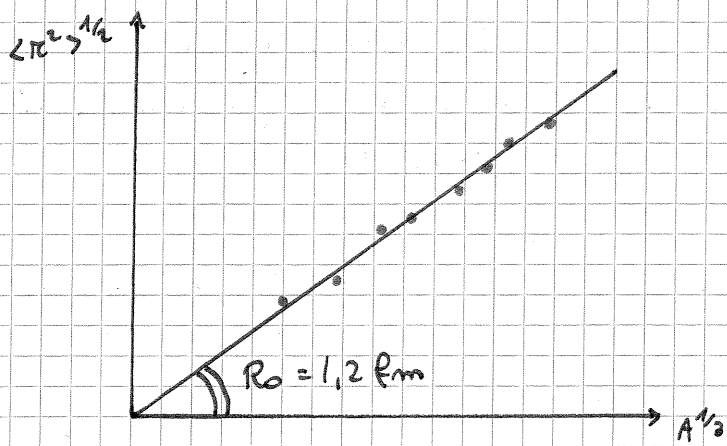


Per A molto grandi (nuclei pesanti):

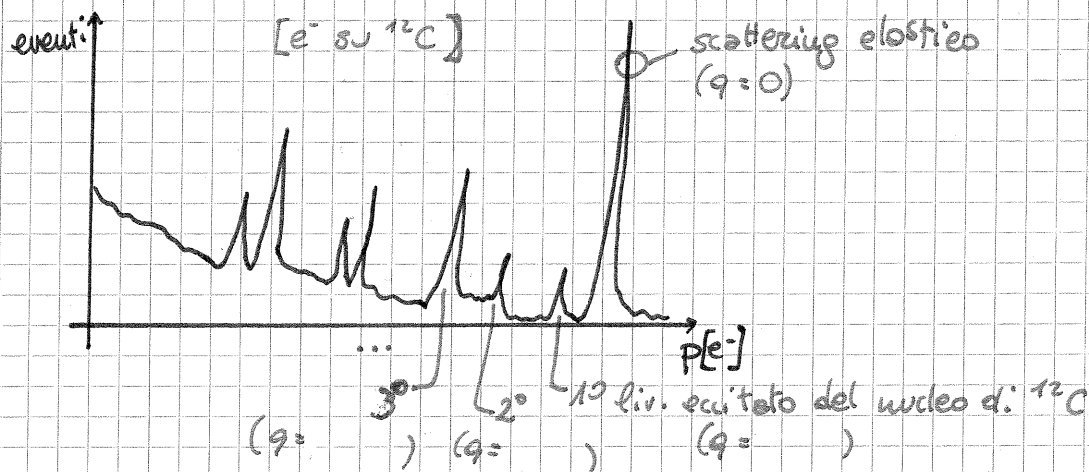
$$c = 1,07 \text{ fm} \cdot A^{1/3}$$

$$a = 0,54 \text{ fm}$$

$$t = 2a \text{ fm} \approx 2,4 \text{ fm}$$



I nuclei possono essere eccitati!



Si dice ridotta una lunghezza d'onda λ tale che $\lambda = \frac{h}{p}$:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p}$$

La densità di massa del nucleo è molto grande:

$$\frac{A}{\frac{4}{3}\pi(R_0 A^{1/3})^3} = \frac{0,17 \text{ nucleoni}}{(\text{fm})^3} = 10^{14} \text{ g/cm}^3$$

Si dicono nuclei speculari nuclei con stesso A ma con Z ed N scambiati. Ad esempio: ${}^{14}_6\text{C}_{(8n)}$ e ${}^{14}_8\text{O}_{(6n)}$ (di Opane)

L'energia di nuclei speculari sarebbe identica se non ci fosse l'interazione e.m. \Rightarrow l'interazione forte non coinvolge la carica!

$$B.E.(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z(Z-1)A^{-1/3} - a_{\text{sim}} \frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta$$

Per nuclei ad es. con A dispari tutti i termini sono uguali tranne quello coulombiano (il 3°).

$$DB.E. \approx \frac{\kappa}{R_0} A^{2/3} \quad \text{con } \kappa = 0,86 \dots$$

26/05/2010

Abbiamo visto che l'interazione forte è indipendente dalla carica.

Esercizio di spese pag. 32

Se l'energia di legame nucleare dei nuclei speculari ^{41}Sc e ^{41}Ca è rispettivamente 343,143 MeV e 350,20 MeV, stimare il raggio dei 2 nuclei usando la formula semiempirica di massa -

$$[Z_{\text{Sc}} = 21, Z_{\text{Ca}} = 20]$$

Se A è dispari, il nucleo è dispari-pari, e δ è nullo.

Il termine di differenza sarà quello relativo all'energia

$$\text{di Coulomb: } -\frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z(Z-1)}{R} = -\frac{3}{5} \alpha \hbar c \frac{Z(Z-1)}{R}$$

$$\Delta BE = BE_{\text{Sc}} - BE_{\text{Ca}} = -\frac{3}{5} \alpha \hbar c \cdot \frac{20(19-21)}{R} \Rightarrow R = 4,7 \text{ fm}$$

Avendo a disposizione una serie di nuclei speculari si può risalire alle lunghezze dei loro raggi.

n . n . n . n . n . n . n . n . n

MQ \rightarrow 4 numeri quantici + definire lo stato di un e^- :

- $n \leftrightarrow$ energia totale
- $l \leftrightarrow$ momento cinetico dovuto al moto orbitale
- $m \leftrightarrow$ influisce sull'energia se l'atomo è immerso in un campo magnetico esterno (effetto Zeeman)
- $s \leftrightarrow$ momento angolare intrinseco

Esistono numeri quantici anche per il nucleo!!

Uno spin percorso da corrente tende ad orientarsi con la normale // al campo magnetico in cui è immerso.

$$\text{momento di forza: } \vec{\tau} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$$

$$\text{energia: } \bar{E} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

Lo spin si orienta in modo che \bar{E} sia minima.

Se prendo un elettrone in moto attorno ad un nucleo:

$$\mu = iS = -\frac{e}{T} \pi R^2 \quad T \text{ periodo dell'orbita}$$

$$vT = 2\pi R \Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi R} \quad R \approx \pi$$

$$\mu = -\frac{e v \pi}{2} \cdot \frac{m}{m} = -\frac{e}{2m} m v \pi$$

Se l'orbita è circolare, \vec{r} e \vec{v} sono \perp , ed il momento angolare è $\vec{L} = \vec{r} \wedge m\vec{v} \Rightarrow L = m v r$

$$\text{Posso scrivere: } \vec{\mu} = -\frac{e}{2m} \vec{L}$$

Studiando gli spettri atomici si vide che l'e⁻ non ha solo un momento magnetico orbitale, ma anche un momento magnetico di spin. Si trova:

$$\vec{\mu}_L = -\frac{e}{2m} \vec{L} \quad \vec{\mu}_S = -\frac{e}{2m} \cdot 2\vec{S}$$

Per cui il momento magnetico totale:

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m} (\vec{L} + 2\vec{S})$$

Il 2 non era atteso dalla teoria, però fu misurato. In seguito, fu spiegato dalla teoria di Dirac.

NB: se un e⁻ è non eccitato (allo stato fondamentale) può avere solo un momento magnetico di spin.

Esperimento di Stern - Gerlach (1922)

$$\vec{S} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

Se ho un \vec{B} diretto lungo \hat{z} : $U(\theta) = -\mu_z B_z$

e \vec{B} è fatto a gradiente: $B_z = B_{0z} + \frac{\partial B_z}{\partial z} z$

Allora la forza sull'atomo è (atomi: con 1 solo e⁻)

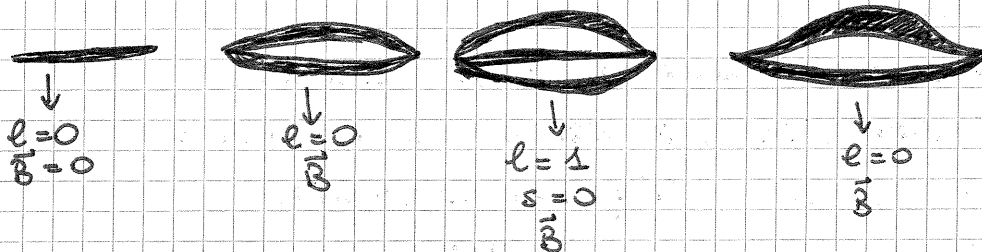
$$F_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

L'esperimento dimostra che $\vec{\mu}$ è quantizzato. In questo caso:

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_S = -\frac{e\hbar}{2m_e} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \quad (\text{spin alto})$$

Se mandiamo nel campo \vec{B} un fascio di atomi con 1 solo e⁻, discretizzato, se questi hanno spin alto il fascio viene spostato in alto, altrimenti in basso.

Il fascio di atomi viene edlimato prima della zona dove è presente il \vec{B} a gradiente, ma sullo schermo gli atomi vengono poi raccolti: in una figura ad "occhio":



Nel 1925 si ipotizza che l'e⁻ possieda uno spin, a cui era associabile un momento magnetico $\vec{\mu}_S$.

Si trovavano solo 2 orientazioni possibili \times lo spin \Rightarrow

$$2s+1 = 2 \Rightarrow s = 1/2$$

Dalla misura di Stern - Gerlach: $\vec{\mu}_S = -g_s \frac{e}{2m} \vec{S}$ \wedge $g_s \approx 2$

dove $|\vec{S}| = \sqrt{s(s+1)} \hbar$

$$s = 1/2 \quad S_z = m_s \hbar \quad m_s = \pm 1/2$$

N.C.

1928

Il fattore gromagnetico g_e^s deriva dall'equazione di Dirac e vale $2,002 \approx 2$.

Anche altre particelle sono dotate di spin (ad es. lo spin dell'adrone è determinato dagli spin dei quark che lo compongono).

Esercizio det. la massima separazione di un fascio di atomi di H con $l=0$, $s=1/2$ che attraversano un \vec{B} di 20 cm con una $v = 2 \cdot 10^5$ cm/s. Il gradiente di \vec{B} è: $2 \cdot 10^2$ T/m.

$$F_z = -\frac{\partial E}{\partial z} \quad E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

$$F_z = \mu_z \frac{\partial B}{\partial z} = m_H a_z = -g_e^s \frac{e}{2m} \hbar m_s \frac{dB}{dz}$$

$$t = \Delta x / v_x \quad \Delta z = \frac{1}{2} a_z t^2 = \frac{1}{2} \frac{F_z}{m_H} \left(\frac{\Delta x}{v_x} \right)^2$$

$$\Delta z^{\text{MAX}} = 2 \cdot \frac{1}{2} \frac{F_z}{m_H} \left(\frac{\Delta x}{v_x} \right)^2 \approx 1 \mu\text{m}$$

Per rendere visibile questo spostamento ci sono vari modi:

- aumentare $\frac{\partial B}{\partial z}$
- " Δx
- ...

Fare esercizi su dispense.

$$\vec{S} = \sqrt{S(S+1)} \hbar \quad -s \leq m_s \leq s$$

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad J = \sqrt{J(J+1)} \hbar \quad l-s \leq J \leq l+s$$

I livelli energetici di un atomo qualunque saranno dati da:

$$|m, J, l, s\rangle$$

Però molti livelli sono degeneri, e per trovare dei numeri quantici occorre imporre campi esterni.

$$X_J^{2s+1} \quad \text{con } X \text{ simbolo di } l \text{ (s, p, d, f, ...)}$$

Esempio: per il Boro $1s^2 2s^2 2p$

livello fondamentale: $2p_{1/2}$

1° livello eccitato: $2p_{3/2}$

Ci aspettiamo che le posizioni dei livelli energetici siano dati da n, l, J .

Per atomi con N elettroni: $\vec{L} = \sum_{i=1}^N \vec{L}_i$

$$\vec{S} = \sum_{i=1}^N \vec{S}_i \quad \vec{J} = \sum_{i=1}^N \vec{J}_i$$

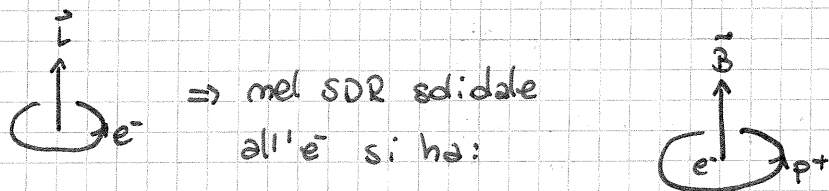
La spettroscopia ad alta risoluzione mostra negli spettri degli atomi nuove righe, altre buite in seguito all'interazione spin-orbita, dovuta al fatto che \vec{s} interagisce con il \vec{B} generato dal nucleo visto dall'e nel suo SDR.

L'interazione S.O.: $e \propto \vec{L} \cdot \vec{S}$

Dal modello di Bohr si ha $E_n = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2}$

$$E_n - E_m = \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \frac{1}{2} m_e \alpha^2 c^2 = \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \cdot 13.6 \text{ eV}$$

che non si accorda con i multipletti di righe S.O.



$$\vec{B}_{\text{mud}} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \hat{n} = \frac{\mu_0 e}{2\pi e T} = \frac{\mu_0 e v_p}{2\pi e 2\pi r} \hat{n}$$

$$|v_p| = |v_{el}| \quad |r_{el}| = |r_p| \quad \vec{B} \parallel \vec{L}$$

$$\vec{B}_{\text{mud}} = \frac{\mu_0 e \pi m_e v_e}{2\pi e^2 2\pi m_e r_e} \hat{n} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\hbar e \vec{e}}{4\pi m_e r_e^3}$$

Quindi l'energia di interazione sarà:

$$E_{\text{int}}^{\vec{L} \cdot \vec{S}} = -\vec{\mu}_e \cdot \vec{B}_{\text{mud}} = \left(-\frac{ge\hbar}{2m_e} \right) (\vec{S} \cdot \vec{e}) \frac{\hbar e}{4\pi m_e r_e^3 \epsilon_0 c^2} (-1)$$

Il calcolo corretto con la MQ relativistica (Dirac) fornisce

$$E_{\text{int}}^{\vec{L} \cdot \vec{S}} \text{ corr.} = \frac{1}{2} E_{\text{int}}^{\vec{L} \cdot \vec{S}}$$

$$\boxed{\frac{1}{4} g m_e c^2 \frac{\vec{L} \cdot \vec{S}}{m^6} \alpha^4} \quad \text{Energia d'interazione spin-orbita}$$

I livelli energetici sono quelli di partenza shiftati della quantità $E_{\text{int}}^{\vec{L} \cdot \vec{S}} \text{ corr.}$, verso l'alto o verso il basso a seconda del segno di $\vec{e} \cdot \vec{s}$.

La costante di struttura fine α deriva il suo nome da questo effetto. Si ha:

$$J^2 = L^2 + S^2 + 2\vec{L} \cdot \vec{S} \Rightarrow \vec{L} \cdot \vec{S} = \frac{1}{2} (J^2 - L^2 - S^2)$$

Quindi la correzione all'energia di un livello sarà:

$$\boxed{E_{m, l, j}^{\text{corretta}} = E_n + \frac{\alpha^4}{m^6} \frac{m_e c^2}{2} \frac{1}{2} [(j+1)j - l(l+1) - s(s+1)]}$$

Siamo in grado di verificare questi SE misurando e studiando alcune transizioni atomiche:

$$\begin{array}{cc} 2J^{3/2} & 1J^{1/2} \\ 2J^{1/2} & 1J^{3/2} \end{array} \quad (\text{ad esempio})$$

Modello a gas di Fermi per il nucleo

Dal modello a goccia incompressibile si aveva:

$$BE(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c [Z(Z-1)] A^{-1} - a_{sym} \frac{(Z-N)^2}{A} + \delta$$

Il modello a gas di Fermi tiene conto delle proprietà di particelle indipendenti in una buca di potenziale.

Spiega l'energia media dei nucleoni ed il termine di simmetria nella formula di Weizsäcker.

Ipotesi:

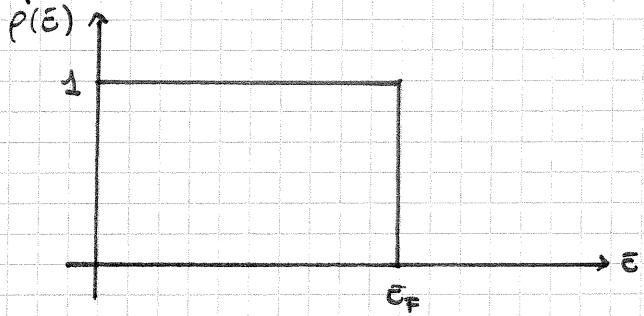
- il nucleo è fatto di fermioni ($s = 1/2$), di cui Z p⁺ ed N n⁰.
- il singolo nucleone è soggetto alla buca di potenziale sferica dovuta agli altri nucleoni.

Per un sistema di fermioni:

$$f(\epsilon) = \frac{1}{e^{\frac{\epsilon - \epsilon_F}{kT}} + 1}$$

da prob. di occupazione per $\epsilon < \epsilon_F \approx 1$, per $\epsilon > \epsilon_F \approx 0$.

Ipotesi di Fermi: $kT \ll \epsilon_F$



Nel nostro caso ϵ_F varrà qualche decina di MeV.

$dm = \frac{2 \cdot 4\pi p^2 dp V}{(2\pi\hbar)^3} f(\epsilon)$ densità di stati con impulso in $(p, p+dp)$ nel volume V

$N = \int dm = \frac{2 (P_F^M)^3 V}{6\pi^2 \hbar^3}$ $P_F^M =$ impulso max per i neutroni.

$Z = \int dm = \frac{2 (P_F^P)^3 V}{6\pi^2 \hbar^3}$ $P_F^P =$ impulso max per i protoni.

$V = \frac{4}{3} \pi R_0^3 A$

Nell'ipotesi $Z = N = A/2$ si ha: $P_F \equiv P_F^M = P_F^P = \frac{\hbar}{R_0} \left(\frac{9}{8} \pi\right)^{1/3} \approx 250 \text{ MeV}/c$
 $\Rightarrow \epsilon_F \approx 30 \text{ MeV}$

Altrimenti:

$P_P c = \left(\frac{9\pi}{8}\right)^{1/3} \frac{\hbar c}{R_0} \left(\frac{2Z}{A}\right)^{1/3} \quad / \quad P_N c = \left(\frac{9\pi}{8}\right)^{1/3} \frac{\hbar c}{R_0} \left(\frac{2(A-Z)}{A}\right)^{1/3}$

Per nuclei pesanti $Z_F^M > Z_F^P$: $\begin{cases} \epsilon_F^M \approx 32 \text{ MeV} \\ \epsilon_F^P \approx 28 \text{ MeV} \end{cases}$

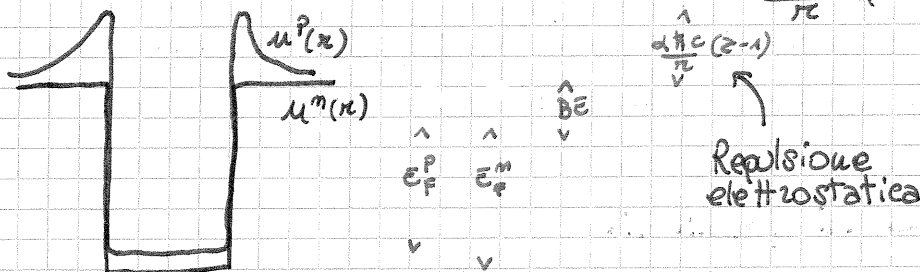
La buca di potenziale è data da:

$$\mu^m(r) = \epsilon_F^m + \frac{3E}{A} \quad (r < R_N)$$

$$\mu^p(r) = \epsilon_F^p + \frac{3E}{A} + \frac{\alpha \hbar c}{R} (z-1) \quad (r < R_N)$$

Le buche sono a simmetria sferica.

Ogni protone risente della vicinanza degli altri $z-1$ protoni, il che si può schematizzare con una barriera $\frac{\alpha \hbar c}{R} (z-1)$.



Esonero 14 Maggio 2004

Calcolare ρ_F ed ϵ_F per il $^{16}_8\text{O}$ - $3E = 128 \text{ MeV}$

Calcolare la profondità della buca di potenziale.

$$dm = \frac{V 4\pi p^2 dp}{(2\pi \hbar)^3} \varphi(\epsilon)$$

Ogni livello ha 2 nucleoni.

$$N = \int_0^{p_F} 2 \cdot \frac{V 4\pi p^2 dp}{(2\pi \hbar)^3} \dots$$

Nel nostro caso $N = z = \frac{A}{2} = 8$

$$N = P \Rightarrow p_F^p = p_F^m$$

$$N = \frac{2 \cdot 4\pi V}{(2\pi \hbar)^3} \frac{p_F^3}{3} \quad V = \frac{4}{3} \pi R_0^3 A$$

$$p_F^3 = \frac{3 \hbar^3}{8\pi R_0^3} \dots$$

Usiamo un' approssimazione non relativistica, perché per questi nuclei: $pc \ll mc^2$.

La profondità della buca di potenziale è data da:

$$\mu^m(r) = \frac{3E}{A} + \epsilon_F^m$$

$$\mu^p(r) = \frac{3E}{A} + \epsilon_F^p + \frac{\alpha \hbar c}{R} (z-1)$$

Il termine di simmetria è dovuto al fatto che i nucleoni hanno un'energia cinetica -

$$\langle E_c \rangle = \frac{\int \frac{p^2}{2m} dm}{S dm} = \frac{\int_0^{P_F^N} \frac{p^2}{2m} N \cdot 2 \cdot \frac{4\pi p^2 dp V}{(2\pi\hbar)^3} + \int_0^{P_F^P} \frac{p^2}{2m} Z \cdot 2 \cdot \frac{4\pi p^2 dp V}{(2\pi\hbar)^3}}{N+Z}$$

← moltiplicando e dividendo per c^3 si può esprimere l'energia in MeV -

$$\langle E_c \rangle = \frac{5}{3} \left(\frac{R_0}{\hbar c} \right)^3 \frac{1}{10 mc^2} \left(\frac{9\pi}{8} \right)^{5/3} \left(\frac{\hbar c}{R_0} \right)^5 \left[\left(\frac{2Z}{A} \right)^{5/3} + \left(\frac{2(A-Z)}{A} \right)^{5/3} \right]$$

Per i nuclei leggeri $A \approx 2Z$, mentre i nuclei pesanti hanno un eccesso di neutroni: $2Z < A$, $2Z = A(1-x)$:

$$\frac{2Z}{A} = 1-x \Rightarrow \frac{2(A-Z)}{A} = 1+x \quad \wedge \quad x = 1 - \frac{2Z}{A}$$

In generale $x < 1$.

Sviluppiamo quindi la formula:

$$(1-x)^{5/3} + (1+x)^{5/3} \approx 1 - \frac{5}{3}x + \frac{5}{9}x^2 + \dots + 1 + \frac{5}{3}x + \frac{5}{9}x^2 + \dots$$

$$\approx 2 \left[1 + \frac{5}{9} \left(\frac{A-2Z}{A} \right)^2 + \dots \right]$$

Riscrivendo la T media per nucleone:

$$\langle E_c \rangle \approx \left(\frac{9\pi}{8} \right)^{2/3} \left(\frac{\hbar c}{R_0} \right)^2 \frac{3}{10 mc^2} \left[1 + \frac{5}{9} \left(\frac{A-2Z}{A} \right)^2 \right]$$

Si vede che il termine di a_{sym} della formula di W-S era dovuto all'energia cinetica del nucleo -

Modello a shell per i nucleoni

3 nuclei "mobili", come gli atomi mobili?

Vogliamo riprodurre i livelli energetici del nucleo.

Sperimentalmente si sa che quest. sono discreti.

I livelli energetici degli elettroni sono discreti perché essi sono un sistema legato -

Anche il nucleo è un sistema legato: i nucleoni si muovono all'interno del potenziale dovuto agli altri nucleoni -

Vediamo su cosa si basa il modello ATOMICO a strati:

- potenziale coulombiano
- centro del potenziale ben definito

- leggi di quantizzazione di \vec{L}

- principio di Pauli

Sappiamo che l'energia di legame atomica ha un massimo ogni qual volta si abbia una shell elettronica completa.

Il numero di stati, cioè di elettroni, per ogni shell, è dato da:

$$z_m = \sum_{l=0}^{m-1} 2(2l+1) = 2m^2$$

In particolare, gli elementi nobili hanno:

- $\vec{J}_{tot} = 0$

- BE elevata

- bassa reattività

Inoltre, sperimentalmente si osserva che certi NUCLEI sono fortemente legati (stabili) se hanno Z o N numeri magici.

- numeri magici: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

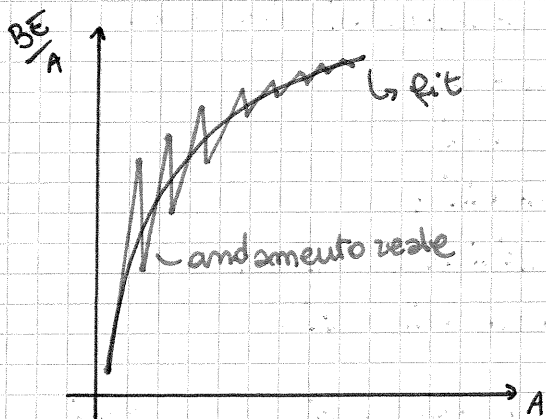
Questi hanno molti isotopi se Z è magico, molti isotoni se N è magico.

I nuclei doppiamente magici hanno $J=0$ allo stato fondamentale, grande BE , piccola sezione d'urto nucleare.

Problemi:

- il potenziale nucleare non è moto

- non è a centro



Questi picchi sono in corrispondenza di nuclei pari-pari e/o di nuclei con N, Z od entrambi magici.

Per nuclei N magici la sezione d'urto di cattura neutronica è tipicamente molto più piccola del normale andamento.

Si è ipotizzato che i nuclei fossero sottoposti ad un potenziale armonico a simmetria sferica:

$$N \equiv \underbrace{2(m-1)}_{\text{pari}} + l$$

$$E_N = \left(N + \frac{3}{2}\right) \hbar \omega$$

N	n	l	stato	num. nucleoni	numero totale di nucleoni per lo shell
0	1	0	1s	2	2
1	1	1	1p	6	8
2	1	2	1d	10	20
	2	0	2s	2	
3	1	3	1f	14	40
	2	1	2p	6	
4	1	4	1g	18	70
	2	2	2d	10	
	3	0	2s	2	

fino ad $N=2$ si riproducono i numeri magici (2, 8, 20), ma da $N=3$ in poi la catena prosegue in modo diverso.

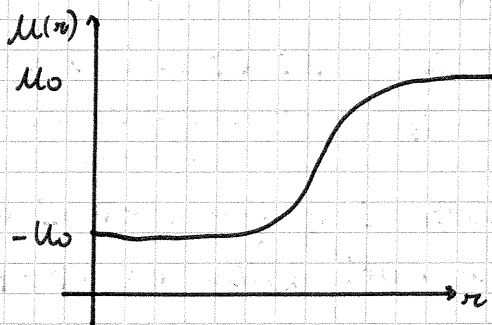
L'energia di ciascun autostato dipende solo dal numero quantico principale N .

Il potenziale armonico riproduce solo la sequenza di stati chiusi 2, 8 e 20, e gli E_N sono equispaziati con $\Delta E = \hbar\omega$.

Sperimentalmente: $\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r-R}{t}}}$ e $U_{ws}(r) = \frac{U_0}{1 + e^{\frac{r-R}{t}}}$

Stiamo supponendo che il potenziale abbia una forma legata a quella della distribuzione di carica nucleare.

(Wood-Saxon)



L'unico successo è stato quello di rimuovere debolmente la degenerazione su l .

$$E = E_{n,l}$$

I numeri di nucleoni

per shell restavano gli stessi.

Assunzione: interazione spin-orbita fra i nucleoni (ovvero: l'interazione fra i nucleoni dipende fortemente dal loro stato di spin).

$$U_{es}(r) = \vec{l} \cdot \vec{s}$$

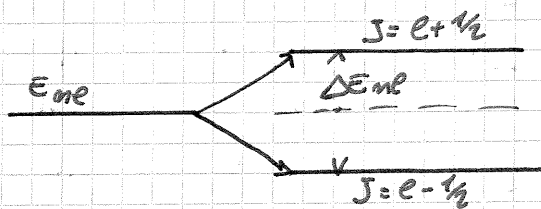
Gli autovalori di $\vec{l} \cdot \vec{s}$ sono della forma:

$$\frac{1}{2} [J(J+1) - l(l+1) - s(s+1)]$$

$$E_{mj} = E_{me} + \langle U_{es}(r) \rangle + \langle \vec{l} \cdot \vec{s} \rangle$$

per $J = l + 1/2 \Rightarrow \vec{l} \cdot \vec{s} = l/2$

per $J = l - 1/2 \Rightarrow \vec{l} \cdot \vec{s} = -\frac{(l+1)}{2}$



A differenza del caso atomico, lo stato con J più alto ha energia più alta - Infatti, $\langle U_{es}(r) \rangle$ è negativo.

Questo modello funziona bene per $\langle U_{es}(r) \rangle \approx -20 \text{ \AA}^{-2/3}$

$$\Delta E_{me} = \langle U_{me}(r) \rangle \frac{2l+1}{2}$$

Questo modello associa esattamente i numeri magici al numero massimo di nucleoni che le shell possono contenere (vedi schema dispense p. 29).

Il magnetismo nucleare è generato dai momenti magnetici intrinseci ed orbitali dei singoli nucleoni. I momenti intrinseci dei nucleoni sono dati dai momenti dei quark che li compongono.

Per particelle di Dirac, cioè prive di struttura interna, e di spin $1/2$:

$$\mu = g \frac{e}{2m} \frac{\hbar}{2}$$

Per particelle cariche $g=2$, per le neutre $g=0$.

Per protoni e neutroni l'equazione di Dirac non vale.

Si trova: $\mu_N \equiv \frac{e\hbar}{2M_p} \left[\frac{\text{MeV}}{1} \right] \leftarrow \Rightarrow$ "magnetone nucleare"

$$\begin{cases} \mu_p \approx 2,79 \mu_N \\ \mu_n \approx -1,91 \mu_N \end{cases}$$

I fattori g per protoni e neutroni sono dati dalla loro struttura interna.

I valori dello spin (in fisica nucleare per SPIN s'intende J_{tot}), dei momenti elettrici e magnetici dei NUCLEI sono determinati da quelli dei nucleoni di valenza (quelli spaiati).

Ci sono fattori gromagnetici sia per \vec{l} che per \vec{s} . Nel caso dell' e^- , $g_l = 1$ e $g_s = 2$ ($\Rightarrow g_s$ "ANOMALO") -

Consideriamo invece un protone spaiato -

$$\vec{\mu}_p = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S = \frac{e\hbar}{2m_p} (g_{ep} \vec{L} + g_{sp} \vec{S})$$

Ed analogamente per il neutrone:

$$\vec{\mu}_n = \frac{e\hbar}{2m_p} (g_{em} \vec{L} + g_{sm} \vec{S})$$

Sperimentalmente si trova: $\begin{cases} g_{ep} = 1 \\ g_{sp} = 5,58 \end{cases} \wedge \begin{cases} g_{em} = 0 \\ g_{sm} = -3,83 \end{cases}$

In fatti per i momenti intrinseci si misura:

31/05/2010

Per atomi con un elettrone spaiato:

$$\vec{\mu}_{atomo} = \mu_B (\vec{L} + g_e \vec{S})$$

Consideriamo invece i nuclei -

Protone spaiato

$$\vec{\mu}_p = \mu_N (g_{ep} \vec{L} + g_{sp} \vec{S})$$

Neutrone spaiato

$$\vec{\mu}_n = \mu_N (g_{em} \vec{L} + g_{sm} \vec{S})$$

Dalle misure:

$$g_{ep} = 1$$

$$g_{sp} = 5,58$$

$$g_{em} = 0$$

$$g_{sm} = -3,83$$

Il valor medio del momento angolare INTRINSECO per p ed n vale:

$$\langle \vec{\mu}_n^{int} \rangle = -1,91 \mu_N$$

$$\langle \vec{\mu}_p^{int} \rangle = 2,79 \mu_N$$

N/Z	pari	dispari
pari	159	50
dispari	53	4

Parità nei nuclei conosciuti:

Protone e neutrone non sono puntiformi ma hanno al loro interno una distrib. di carica e di massa.

Il momento magnetico di un nucleo è dato dai nucleoni spaiati. Ci aspettiamo che $\vec{\mu} \parallel \vec{J}_{tot}$.

$$\vec{\mu}_{tot} = g \mu_N \vec{J}_{tot}$$

Per i nuclei pari pari, $J=0 \Rightarrow \mu=0$. Hanno parità +.

$$\vec{\mu} = g \mu_N \vec{J} = \mu_N (g_e \vec{L} + g_s \vec{S})$$

$$\vec{\mu} \cdot \vec{J} = \mu_N g \vec{J} \cdot \vec{J} = \mu_N (g_e \vec{L} \cdot \vec{J} + g_s \vec{S} \cdot \vec{J})$$

Si calcola il valor medio:

$$\langle \vec{\mu} \cdot \vec{J} \rangle = g \mu_N \langle \vec{J} \cdot \vec{J} \rangle = \mu_N \langle \Psi | (g_e \vec{L} \cdot \vec{J} + g_s \vec{S} \cdot \vec{J}) | \Psi \rangle$$

Si ricava:

$$g = \frac{g_e + g_s}{2} + \frac{g_e - g_s}{2} \frac{l(l+1) - 3/4}{J(J+1)} \quad \text{fattore di Landé}$$

Quindi il singolo nucleone spaiato:

$$J = l + 1/2$$

$$\vec{\mu} = (g_e \vec{J} + \frac{g_s - g_e}{2}) \mu_N$$

$$J = l - 1/2$$

$$\vec{\mu} = \left[(J + 3/4) g_e - \frac{g_s}{2} \right] \frac{J}{J+1} \mu_N$$

Se il nucleone disaccoppiato è un protone:

$$J = l + 1/2 \Rightarrow \mu/\mu_N = J + 2,29$$

$$J = l - 1/2 \Rightarrow \mu/\mu_N = (J - 1,29) \frac{J}{J+1}$$

Se è un neutrone:

$$J = l + 1/2 \Rightarrow \mu/\mu_N = -1,91$$

$$J = l - 1/2 \Rightarrow \mu/\mu_N = 1,91 \frac{J}{J+1}$$

Per i nuclei, in realtà, $J \equiv I$

La parità delle f. d'onda che descrivono i nucleoni è sempre data da $(-1)^l$.

Vedi decadimenti:

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N(t)$$

$$dN = N(t) - N(t+dt)$$

$\frac{dN}{dt}$ = numero di nuclei decaduti x unità di tempo

$$\frac{dN}{dt} \cdot \frac{1}{N(t)} = \text{probabilità di decadimento} = \lambda \equiv \frac{dP}{dt}$$

$\lambda = \lambda$ (tipo di decadimento, sostanza in esame)

Num. di nuclei che decadono tra t e $t+dt$:

$$dNd = -dN = \lambda N dt = \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$$

$$\lambda N = \text{ATTIVITA'} \quad \lambda N$$

$$N_0 = \int_0^{\infty} dNd = \int_0^{\infty} A(t) dt$$

... $\Rightarrow \tau = \frac{1}{\lambda}$ (vita media di un nucleo)

Dalla MQ sappiamo che
$$\Psi_m(t) = \Psi_m(0) e^{-i \frac{E_n t}{\hbar}}$$

se la particella è in uno stato stazionario, $|\Psi_m(t)|^2 = |\Psi_m(0)|^2$

Questo però non prevede i decadimenti.

Possiamo dire che se un nucleo è instabile ha un altro contributo (immaginario) all'energia:

$$E_n \rightarrow \bar{E}_n - \frac{i}{2} \Gamma$$

così: $|\Psi_m(t)|^2 = |\Psi_m(0)|^2 e^{-\frac{\Gamma t}{\hbar}}$

che è in accordo con la legge del decadimento radioattivo se $\Gamma = \lambda \hbar = \frac{\hbar}{\tau}$.

Se ho n particelle (ad es.: nuclei):

$$\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\Gamma t / \hbar} = e^{-t/\tau}$$

Com'è definita l'energia dello stato che decade, dopo che abbiamo aggiunto un termine immaginario?

$$\Psi_m(t) \rightarrow \Psi_m(E)$$

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) d\omega e^{-i\omega t} \quad g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dt f(t) e^{i\omega t}$$

Supponiamo $f_m(t) = \Psi_m(t)$. Il decadimento parte a $t=0$:

$$f(t) \rightarrow \Psi_m(0) e^{-i\left(\frac{E_n}{\hbar} - \frac{i\Gamma}{2\hbar}\right)t}$$

$$g(\omega) = \frac{\Psi_m(0)}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{i\left(\omega - \frac{E_n}{\hbar} + \frac{i\Gamma}{2\hbar}\right)t} dt$$

Risulta: $g(\omega) = \frac{\Psi_m(0)}{\sqrt{2\pi}} \frac{i\hbar}{(\hbar\omega - E_n) + i\Gamma/2}$

$$\hbar\omega \equiv E$$

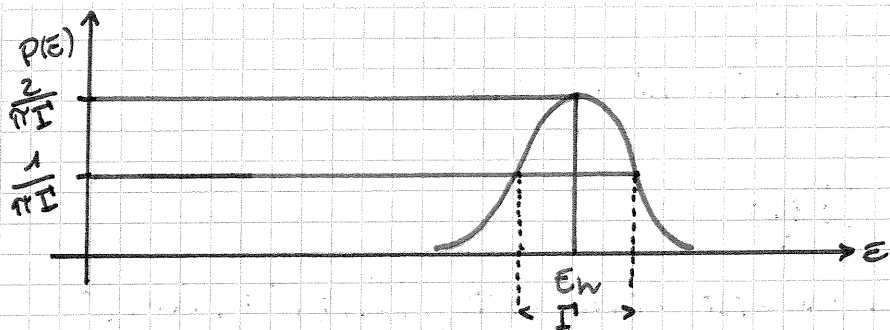
$|g(\omega)|^2 = P(E)$ probabilità che uno stato E_n decada, se perturbato, in uno stato con energia E .

Avendo normalizzato $P(E)$:

$$P(E) = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{(E - E_n)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

L'energia di uno stato che decade non è definita ma ha una distribuzione attorno ad E_n .

La distribuzione $P(E)$ è simmetrica e prende il nome di curva di Breit-Wigner.



Quando uno stato è instabile, non ha un'energia definita, bensì distribuita attorno ad un picco.

Γ = larghezza di decadimento

Notiamo che:

$$\Gamma = \lambda \hbar = \frac{\hbar}{\tau} \Rightarrow \tau \Gamma = \hbar$$

È una manifestazione del principio di indeterminazione di Pauli.

Applicando questo risultato ai nuclei, il valore centrale della distribuzione è la massa attesa del nucleo - la vita media di un nucleo instabile è dell'ordine di 10^{-23} secondi $\Rightarrow \Gamma$ è dell'ordine del MeV.

Se il tempo di decadimento è invece grande (es.: nuclei stabili), la distribuzione $\rightarrow \delta$ e la massa ha un valore ben definito.

$$\psi(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}(H_0 - \frac{i}{2}\Gamma t)} \psi(0)$$

$$e \quad P(M) = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{(M - M_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

Un nucleo può decadere in più modi.

$$\lambda_{\text{tot}} = \sum_f \lambda_f = \sum_f \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H_1 | i \rangle|^2 \rho(E_f) = \sum_f \frac{1}{\tau_f} = \sum_f \frac{\Gamma_f}{\hbar} = \frac{\Gamma_{\text{TOT}}}{\hbar}$$

(H_1 perturbazione)

$$\frac{\Gamma_j}{\sum_f \Gamma_f} \equiv \text{Branching Ratio} = \text{frazione di decadimenti nel canale } j.$$

"Rapporto di diramazione"

Γ = largh. di dec. (totale), Γ_f = largh. parziale di dec.

$$\Gamma \tau = \hbar \Rightarrow \Gamma_{(\text{tot})} = \frac{\hbar}{\tau_{(\text{tot})}}$$

$$\Gamma_j = (\text{B.R.})_j \cdot \frac{\hbar}{\tau}$$

01-06-2010

1900 - Rutherford osserva emissione β^- .

1915 - Si nota che in seguito ad un decadimento β^- la sostanza cambia numero atomico.

Si osserva che:

- si ha decadimento β sia x nuclei leggeri che pesanti
- le vite medie vanno dai millisecondi a 10^9 anni
- Em. max dell'elettrone emesso: $\bar{E}_e^{\max} = c^2(M_x - M_y)$
con M_x nucleo padre, M_y nucleo figlio.
- Gli e^- non sono e^- atomici ($E_e \gg \bar{E}_e / at$)
- Se $\bar{E}_e^{\max} > mc^2$, $\propto (\bar{E}_e^{\max})^{-5}$ (LEGGE DI SUGDEN)

Il β viene emesso con una distribuzione continua di energia. X conservare E e P è necessario produrre altra energia, sotto forma di radiazione neutra e poco interagente - Non vennero osservati fotoni.



$$(M_x c^2, 0) = (E_y, \vec{P}_N) + (\bar{E}_e, \vec{P}_e)$$

Se il decadimento ^{osserva} due corpi, si avrebbe $\vec{P}_N + \vec{P}_e = 0$.

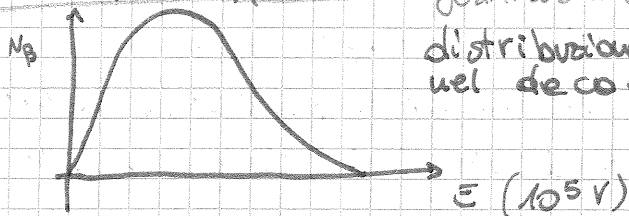
$$M_x c^2 = M_y c^2 + \frac{p_N^2}{2M_N} + \bar{E}_e \approx M_y c^2 + \bar{E}_e$$

L'impulso del nucleo è trascurabile rispetto alla sua massa.

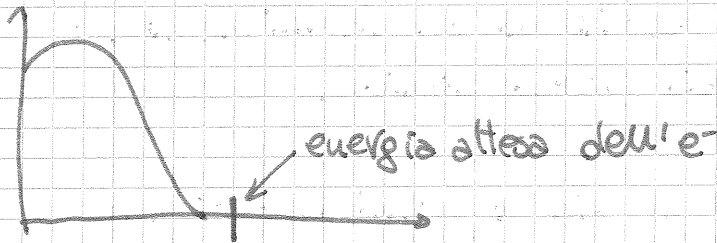
Ne consegue che l'energia dell' e^- ha un valore ben determinato ... contro l'osservazione che l' e^- ha uno spettro continuo di energia. Ci deve essere un altro oggetto che prende energia.

Inoltre: X e Y sono entrambi bosoni o entrambi fermioni - Se X crea Y e un e^- (fermione), per la conservazione dello spin deve creare anche un altro fermione: I FERMIONI VENGONO PRODOTTI

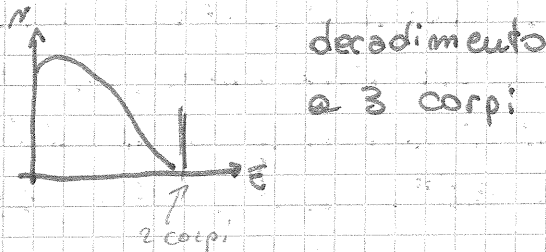
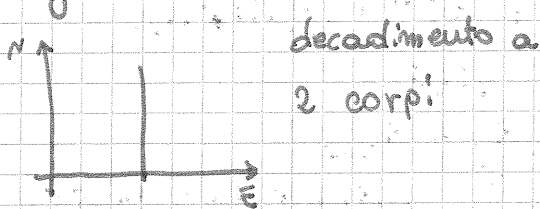
SEMPRE IN COPPIA -



Pauli propose addirittura l'ipotesi che il decadimento β non conservasse l'energia.



Il E_e è minore di quella attesa: c'è un'altra particella in gioco.



ipotesi di Pauli (1930)

Viene emessa una particella che non interagisce in modo e.m. né in modo forte. Sarebbe un fermione di spin $1/2$.

- conservato il momento angolare

Fermi chiamò questa particella neutrino. (ν)

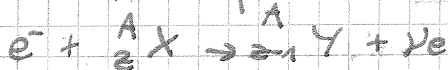
- risolto il problema dell'energia mancante

l'energia E_{max} dell' e^- è quasi uguale a $(M_X - M_Y)c^2$

⇒ il neutrino deve avere massa molto piccola -

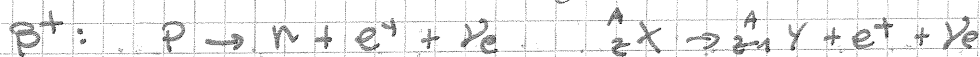
1934 - Scoperta del decadimento β^+ da parte di Curie e Joliot (radionuclidi artificiali)

1938 - Alvarez scopre la cattura elettronica nucleare:



Questo è un processo in competizione con il decadimento β^+ .

protoni cattura elettrone e diventa un neutrone



(Avviene nei nuclei ricchi di protoni) -

la cattura elettronica avviene quando il proton esterno di un nucleo cattura un e^- , diventa un neutrone e libera un neutrino - $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$

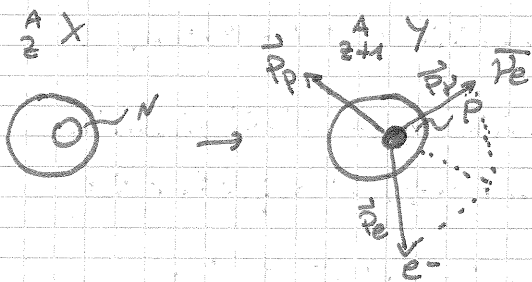
Alvarez &asserò che questo avviene sempre e solo con la cattura di un e^- della shell τ interna dell'atomo. I rimanenti elettroni atomici "scivolano"

e danno luogo ad uno spettro di raggi γ caratteristici.

Per spiegare il decadimento β Fermi introduce un nuovo tipo di interazione (1934), l'int. debole.
Le vite medie sono molto diverse da quelle relative ad interazioni em e forte.

Ipotesi:

- $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ (4 fermioni);
- H_I agisce sui campi fermionici mediante assorbimento/emissione di fermioni;
- Interazione a corto raggio ("di contatto").



Chiamo A il punto dove il N si trasforma in p, e B il punto dove vengono prodotti e^- e $\bar{\nu}_e$.

Utilizziamo la regola d'oro di Fermi - Sappiamo che:

$$\frac{\Gamma}{\hbar} = \lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle p e^- \bar{\nu}_e | H_I | n \rangle|^2 \rho(E_f)$$

Com'è fatta H_I ? Supponendola a corto raggio:

$$H_I = V(\vec{r}_a - \vec{r}_b) \equiv g \cdot \delta(\vec{r}_a - \vec{r}_b)$$

Cioè e^- e il neutrino vengono prodotti nello stesso punto in cui $n \rightarrow p$.

$$H_I \neq 0 \Leftrightarrow \vec{r}_a = \vec{r}_b$$

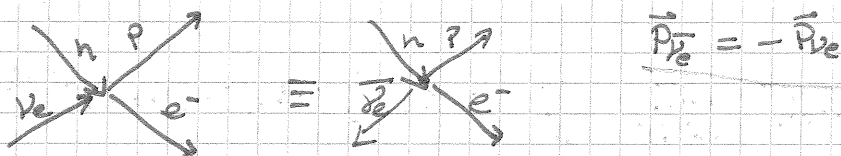
$$\langle p e^- \bar{\nu}_e | H_I | n \rangle = g \int \psi_p^*(\vec{r}_a) \psi_{e^-}^*(\vec{r}_b) \psi_{\bar{\nu}_e}^*(\vec{r}_b) \delta(\vec{r}_a - \vec{r}_b) \psi_n(\vec{r}_a) d^3r_a d^3r_b$$

con \vec{r}_a ed \vec{r}_b che si estendono al max al raggio nucleare.

Posso considerare e^- e neutrino particelle libere, con

$$|\psi_{e^-}\rangle = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i \frac{\vec{p}_e \cdot \vec{r}}{\hbar}} \quad |\psi_{\bar{\nu}_e}\rangle = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i \frac{\vec{p}_{\bar{\nu}_e} \cdot \vec{r}}{\hbar}}$$

Nota bene:



$$\vec{p}_{\bar{\nu}_e} = -\vec{p}_e$$

$$\langle p e^{-i\vec{p}_e} | H_I | n \rangle = g \int_V \psi_p^*(r) \psi_e^*(r) \psi_{\vec{p}_e}^*(r) d^3r \psi_n(r)$$

$$\psi_e^*(r) \psi_{\vec{p}_e}^*(r) = \frac{1}{V} e^{-i(\vec{p}_e + \vec{p}_{\nu_e}) \cdot \vec{r}} \quad \text{esponenziali?}$$

$$\text{Inoltre: } \left(\frac{\vec{p}_{\nu_e} + \vec{p}_e}{\hbar} \right) \cdot \vec{r} \leq \left(\frac{p_{\nu_e} + p_e}{\hbar} \right) \cdot R_N \stackrel{r_{\max}}{\approx} 10^{-2} \ll 1$$

Possò espandere in serie:

$$\frac{1}{V} e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r})} \approx \frac{1}{V} (1 - i \vec{k} \cdot \vec{r} + \dots) \quad \underline{1^{\circ} \text{ ordine}}$$

$$\vec{k} = (\vec{p}_e + \vec{p}_{\nu_e}) \frac{1}{\hbar}$$

$$\text{Al prim'ordine: } \psi_e^*(r) \psi_{\vec{p}_e}^*(r) = \frac{1}{V}$$

Rimane:

$$\langle p e^{-i\vec{p}_e} | H_I | n \rangle = \frac{g}{V} \int_V \psi_p^*(r) \psi_n(r) d^3r = \frac{g}{V} M_{fi}$$

$\Rightarrow g$ ha le dimensioni di un'energia per un volume -

Dobbiamo ancora calcolare la densità degli stati finali:

L'energia disponibile è $W = (M_x - M_y) c^2 = k_y + \bar{e}e + E_\nu$

$$W = \frac{p_y^2}{2M_y} + [(p_e c)^2 + (m_e c^2)^2]^{1/2} + [(p_\nu c)^2 + (m_\nu c^2)^2]^{1/2}$$

Sostanzialmente: $W \approx \bar{e}e + E_\nu$

(il nucleo figlio ha impulso trascurabile) -

Numero di stati accessibili:

$$n = \int d^6 n_e d^6 n_\nu = \int \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^3} \cdot 4\pi p_e^2 dp_e \cdot \frac{4\pi}{(2\pi\hbar)^3} \cdot p_\nu^2 dp_\nu$$

(Assumiamo di poter rilevare le particelle prodotte su tutto l'angolo solido).

Si ricava:

$$\frac{dn}{dW} = \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^6} (4\pi)^2 p_e^2 dp_e \frac{1}{c^3} (W - \bar{e}e) [(W - \bar{e}e)^2 - (m_\nu c^2)^2]^{1/2}$$

(densità degli stati accessibili finali con un impulso dell'e compreso tra p_e e $p_e + dp_e$).

NB.: non abbiamo fatto alcuna particolare assunzione sul neutrino -

$$1 = \frac{2\pi}{\hbar} \left(\frac{g}{V} M_{fi} \right)^2 \frac{dn}{dW} \quad \frac{dn}{dW} = \rho(E_f)$$

$$d\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{g^2}{V^2} |M_{fi}|^2 \frac{(4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6} \frac{V^2}{c^3} (W - \bar{e}e) [(W - \bar{e}e)^2 - (m_\nu c^2)^2]^{1/2} p_e^2 dp_e$$

= probabilità x unità di tempo di avere un decadimento β

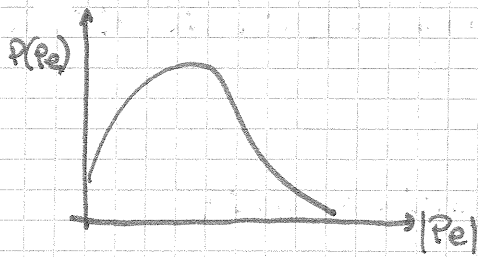
in cui viene emesso un e^- con impulso in $(p, p+dp)$.

$\frac{dN}{dp} \equiv P(p)$ Probabilità x u.d.t. di trovare un elettrone con impulso tra p e $p+dp$ emesso

nel decadimento β^-

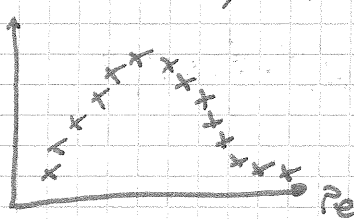
$$\frac{dN}{dp} \propto \frac{dN}{dp}$$

Per poter confrontare questa distribuzione con i dati sperimentali occorre normalizzarla e considerare anche la forza coulombiana tra



nuclido figlio ed elettrone/positrone. Più z' grande z , più questa correzione sarà grande. In generale sarà: $F = F(\pm z', E_e)$.

Dati sperimentali: $\frac{dN}{dp}$



Ponendo $m_\nu \equiv 0$:

$$\frac{dN}{dp} \cdot \text{costante} = \frac{dN}{dp} = P(p) \cdot \text{costante} = \underline{\underline{\text{costante} \cdot F(\pm z', E_e) (W - E_e)^2 p^2}}$$

Posso fare un plot della funzione:

$$y = \left[\frac{1}{p^2} \frac{dN}{dp} \frac{1}{F(\pm z', E_e)} \right]^{1/2} = \text{costante} \cdot (W - E_e) \quad ; \quad x \equiv E_e$$

Questo fornisce una RETTA con uno 0 in $W = E_e$. Infatti:

$$y \text{ di } W - E_e = W - K_e - k_e \equiv f(k_e)$$

$(f(k_e), k_e)$ è una retta - $f(k_e) = 0 \Leftrightarrow k_e = W - K_e$

Siamo nell' approssimazione di massa nulla per il neutrino.

Sperimentalmente:

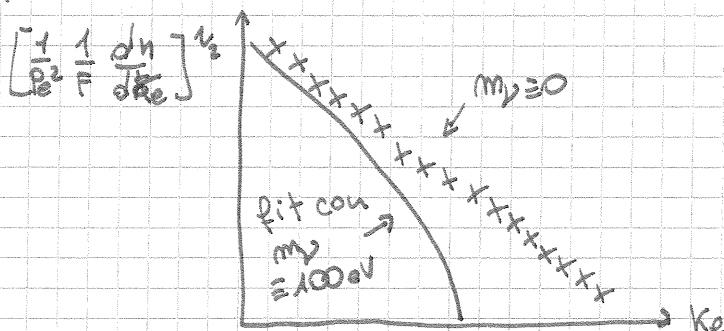
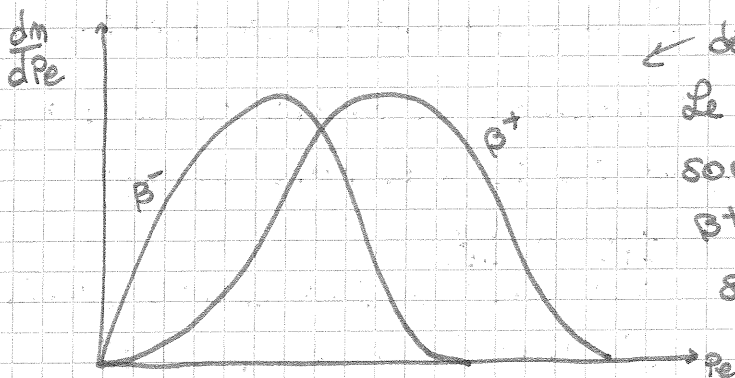


GRAFICO DI FERMI - KURIE

Ad oggi sappiamo che m_ν vale al max 2 eV.



← decadimenti del rame
 Le correzioni di Fermi
 sono diverse per i dec.
 β^+ e β^- , perciò le curve
 sono leggermente diverse.

Come si ricava la vita media per questi processi?

$$\int_0^{p_e^{\text{MAX}}} d\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{g^2}{2\pi^3 c^3 \hbar^7} \int_0^{p_e^{\text{MAX}}} |M_{fi}|^2 F(\pm z', E_e) (W - E_e)^2 p^2 dp$$

⇒ la misura di τ fornisce il valore di $g^2 |M_{fi}|^2$.

Si ricavo:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{(mc^2)^5}{2\pi^3 \hbar (\hbar c)^6} \cdot g^2 |M_{fi}|^2 \cdot \tilde{F}(\pm z', E_e)$$

Beta decay

• Cenni storici

1900 Rutherford osserva l'emissione β .

1915 Si nota che, in seguito all'emissione β ,
la sostanza iniziale cambia numero atomico.

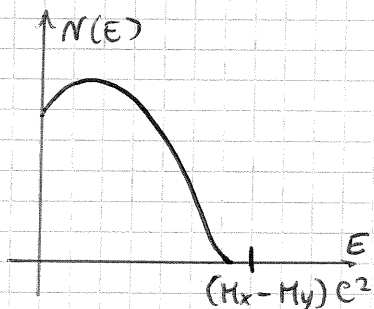
• Conoscenze a disposizione 1900-1930

- Vite medie radionuclidi: 10^{-3} secondi \div 10^9 anni.



- Gli e^{\pm} emessi non sono e^{\pm} atomici (hanno energie molto maggiori)

- E_e è una distrib. continua di energia, ed e
 $< c^2(M_x - M_y)$:



$$E_{e|MAX} \approx (M_x - M_y)c^2$$

- Legge di Sargent: nei casi in cui $E_{e|MAX} \gg m_e c^2$,
si ha $\mathcal{Z}(E_{e|MAX}) \propto E_{e|MAX}^{-5}$

• Ipotesi del Neutrino

Lo spettro d'energia non è una $\delta \Rightarrow$ non è un
decadimento a due corpi. Il terzo corpo deve essere
neutro e poco interagente.

Conservazione spin \Rightarrow non si può creare un fermione da
solo.

Pauli 1930: viene prodotto un fermione di $s = 1/2$
non interagente forte né em.: il neutrino.

1934 Curie e Joliot osservano dec. β^+ .

• Interazione debole

1934: Fermi introduce un nuovo tipo di int.,

Si suppone a corto raggio: $H_I \equiv g \cdot \delta(\vec{r}_a - \vec{r}_b)$

(detto "a" il punto in cui $n \rightarrow p$ e "b" quello in cui
 $\leftarrow \begin{matrix} e^- \\ \vec{r}_e \end{matrix} \right)$.

Prob. di decad. \times unita' di tempo:

$$\frac{1}{\tau} = \lambda = \frac{\Gamma}{\hbar} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle p e^{-\bar{p}_e} | H_I | n \rangle|^2 \rho(E_f)$$

$$\langle p e^{-\bar{p}_e} | H_I | n \rangle = g \int_{V_N} \psi_p^*(\vec{r}_a) \psi_{e^-}^*(\vec{r}_b) \psi_{\bar{p}_e}^*(\vec{r}_c) \delta(\vec{r}_a - \vec{r}_b) \psi_n(\vec{r}_a) d^3\vec{r}_a d^3\vec{r}_b$$

e^- e \bar{p}_e part. libere: $\psi = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}/\hbar}$

$\psi_e^*(r) \psi_{\bar{p}_e}^*(r)$ sviluppabile al prim' ordine in serie poiché

$$(p_e + p_{\bar{p}_e}) R_N / \hbar \approx 10^{-2} \ll 1$$

$$\Rightarrow \psi_e^* \psi_{\bar{p}_e}^*(r) \approx \frac{1}{\sqrt{V}}$$

$$\Rightarrow \langle p e^{-\bar{p}_e} | H_I | n \rangle = \frac{g}{\sqrt{V}} M_{fi} \quad M_{fi} \equiv \int_{V_N} \psi_p^*(r) \psi_n(r) d^3r$$

Resta da trovare $\rho(E_f)$.

Energia disponibile: $W \approx E_e + E_{\bar{p}_e}$ (γ ha impulso trascurabile)

$$\text{Stati accessibili: } n = \int d^6n_e \int d^6n_{\nu} = V^2 \int \frac{4\pi}{(2\pi\hbar)^3} p_e^2 dp_e \int \frac{4\pi}{(2\pi\hbar)^3} p_{\nu}^2 dp_{\nu}$$

Si ricava:

$$\frac{dn}{dW} = \rho(E_f) = \frac{V^2 (4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6} p_e^2 dp_e \frac{(W - E_e)}{c^3} [(W - E_e)^2 - m_e^2 c^4]^{1/2}$$

e di conseguenza

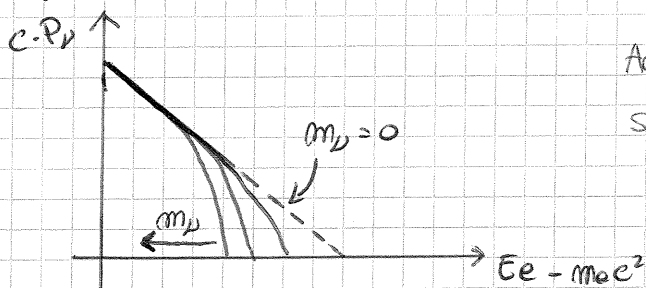
$$\frac{d\lambda}{dp_e} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{g^2}{V} M_{fi}^2 \frac{(4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6} \frac{V^2}{c^3} (W - E_e) \sqrt{(W - E_e)^2 - m_e^2 c^4} p_e^2$$

Se consideriamo anche la forza em tra γ ed e^\pm , dobbiamo moltiplicare un fattore $F(\pm z', E_e)$.

Supponendo $m_{\nu} = 0$ risulta $\frac{d\lambda}{dp_e} \propto F(z', E_e) (W - E_e)^2 p_e^2$

ovvero $\frac{d\lambda}{dp_e} \propto F(z', E_e) \cdot p_e^2 \cdot p_e^2$

Grafico di Fermi-Curie:



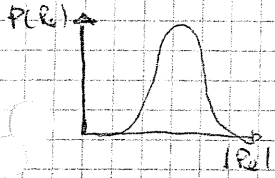
Ad oggi il best fit

si ha per $0 < m_{\nu} < 2 \text{ eV}/c^2$

$$\frac{1}{\tau} = \int_0^{p_e^{\text{MAX}}} \frac{d\lambda}{dp_e} dp_e = \frac{(W - m_e c^2)^5}{2\pi^3 \hbar (hc)^6} g^2 M_{fi}^2 F(z', E_e)$$

↳ Legge di Sargent

Distribuzione dei dati di una misura



$$\int_{-\infty}^{+\infty} P(x) dx = \text{area distribuzione dati}$$

$$c = \dots$$

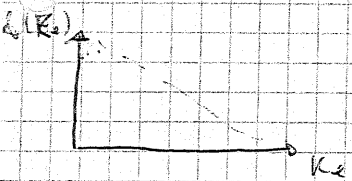
$\frac{dI}{d\Omega}$ curva di probabilità

In realtà è più si poteva considerare libero perché c'è un'interazione coulombiana elettrone-nucleo. Allora Fermi aggiunge una correzione

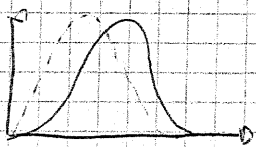
$$\frac{dI}{d\Omega} \text{cor} = \text{cost} \underbrace{F(z, E_e)}_{\text{di calcolata}} (W - E_e)^2 P_e^2$$

W è una costante
 $M_{\nu_e} = 0$

$y = F(z, E_e)$ stituisce una retta



$$k_{e, \text{max}} = \pi_1 - \sum \pi_k$$



Il valore d'ordine sarà β^+ che β^-

Senza le 2 previsioni teoriche per i 2 decadimenti.

Fermi riesce a risolvere la forma sperimentale e aggiunge $M_{\nu_e} = 0$.

$\sqrt{\pi} \pi_{\text{MEDIA}}$

$$\int_0^{\beta_{\text{max}}} dI$$

Da τ che misura sperimentalmente si calcolano l'attività $g^2 (\pi_{\nu_i})^2$

$$P_{\text{max}} c = [E_{\text{emax}}^2 - (m_e c^2)^2]^{1/2} \quad E_{\text{max}} = W \stackrel{\pi_x - \pi_y}{=} E_0 m_e c^2$$

$$\therefore \frac{1}{\tau} = \frac{(m_e c^2)^5}{2\pi^2 \hbar (h c)^6} g^2 (\pi_{\nu_i})^2 (1 \pm z)$$

η impulso retto in unità $h c$

Si vede espone perché i decadimenti β hanno una vita media con un range così ampio.

Per nessun altro decadimento è così.

$$M \rightarrow p \text{ e } 0 \quad p^-$$

$$\frac{1^+}{2} \rightarrow \frac{1^+}{2}$$

$$W = E_{e \text{ max}} = \sqrt{P_{e \text{ max}}^2 + m_0^2 c^4}$$

Le transizioni dello stesso tipo hanno $g^2 |M_{if}|^2$ praticamente uguali.

$|M_{if}|^2$ era il prodotto tra le f.d.onda p e m

$$\Delta J = 0 \quad \frac{1^+}{2} \rightarrow \frac{1^+}{2} \quad 6,25 \cdot 10^{-8}$$

$$\Delta J = 0 \quad 0^+ \rightarrow 0^+ \quad 4,52 \cdot 10^{-8}$$

$$\Delta J = 1$$

La grande differenza delle vite medie dipende da $|M_{if}|^2$.
In alcuni casi si calcolava $|M_{if}|^2$ e questo mi permette di calcolare f .

L'impulso max dell'elettrone = con l'energia max dell'elettrone

$$W = E_{e \text{ max}} \sqrt{P_{e \text{ max}}^2 + m_0^2 c^4} \quad c=1$$

$$W \gg m_0 \quad W = T_{e \text{ max}} + m_0$$

particella
relativistica

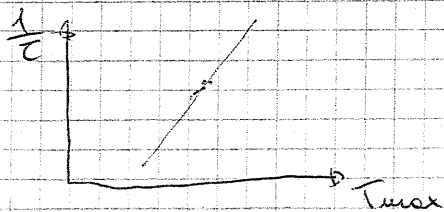
$$\eta_0 = \frac{f_{\text{max}}}{m_0 c} = \frac{W}{m_0 c^2} \quad \text{se } W \gg m_0$$

$\lambda(z, \eta_0)$ domina il termine con η_0^5

$$\Rightarrow \frac{1}{\tau} \approx W^5 \quad \frac{1}{\tau} \approx E_{\text{max}}^5$$

τ dipende dal tipo di transizione

seca logaritmica



$$\frac{1}{\tau} \approx T^5 \quad \log T^5 = 5 \log T \quad \text{mi aspetta una retta con coefficiente 5}$$

$i \vec{k} \cdot \vec{r}$
 nel essere sviluppato usando i polinomi di Legendre e di Bessel

$$\psi = \sum_{l=0}^{\infty} J_l(kr) P_l(\cos\theta) + i \sum_{l=1}^{\infty} J_l(kr) P_l(\cos\theta)$$

$l=0$ il nucleo finito = il nucleo infinito non cambia perché

$$J_0(x) = \frac{\sin x}{x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} J_0(x) = 1 \quad x = \vec{k} \cdot \vec{r}$$

Quindi prendere lo sviluppo al 1° ordine di J_0 che è la sp. d'onda dell'elettrone ed il neutrone

Gamer chiama dette il nome delle transizioni di i e l con spin parallelo

$$m \rightarrow p \pm l$$

$$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} \pm 1$$

$$\begin{matrix} J_1 & J_0 \\ \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \otimes 1 & \frac{1}{2} \\ J_1 & J_0 \\ \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \otimes 0 = \frac{1}{2} & \end{matrix} \begin{matrix} \uparrow \\ \downarrow \\ \uparrow \\ \downarrow \end{matrix} \begin{matrix} \text{Gamer } i \\ \text{permuta} \\ \text{Fermi} \end{matrix}$$

una transizione mista

Il pacchetto d'onde medio dipende sia dagli spin del nucleo che quelli p delle particelle prodotte



J_i = del nucleo i

J_f deve essere = $J_{\text{nucleo esultante}} + J_{\text{dei 2 leptoni}}$

TIPICI MICROSCOPI

Esercizio

Ottenere una risoluzione spaziale - 1 μm
 - 0.1 μm

$$pc = \frac{hc}{\lambda} = 1240 \cdot 2\pi \frac{\text{keV} \cdot \text{nm}}{\lambda}$$

Acceleratori

Fasi di particelle con E e p definiti.

APPLICAZIONI

- mediche

- reattori nucleari

- radioisotopi: ${}^{18}\text{F}$ usato nella PET è realizzato con un ciclotrone

- Studio della struttura dei sistemi subatomici
- creazione di nuove particelle

Reazione esempio: diffusione elastica o anelastica, conservazione energia
 $a + b \rightarrow 1 + 2 + N$

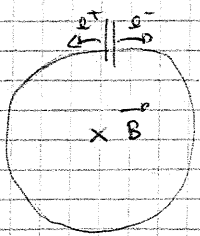
$$E_i = \dots$$

$\Rightarrow \sum T_i = T_a + T_b$ la reazione avviene anche quando
 $T_a = T_b = 0$

Se $Q > 0$ reazione esoeccergica

Energia T di soglia in SLAB e in SCH

$e^- \rightarrow p + \bar{p}$ SLAB $T = 3100 \text{ GeV}$
 SLAB \approx SCH $T = 1,5 \text{ GeV}$



$\vec{P}_{e^+} = -\vec{P}_{e^-}$
 e^+ e e^- circolano in versi opposti.
 per cui possono formare collisioni con SCH.

Sistema utilizzato per particelle e anti-particelle

3 Giugno

ACCELERATORI

Ritardando particelle ad alta energia su altre particelle si ripete la struttura di queste e si producono altre particelle

LUMINOSITA' n eventi αL

$L = \Phi \cdot N_b$ flusso incidente \cdot densita' bersaglio

$N_b = 10^{11}$ n° particelle rilevate di percola da L

Luminosita' bassa: numero di event. prodotti bassi

Luminosita' alta: ci vuole molto meno tempo per osservare la stessa cosa ~~ma~~ a L minore.

$L_1 = 100 L_2$ il numero di event. aumenta di un fattore 100

Come si calcola la luminosita' in un sistema $\square \rightarrow \square$

Il numero solo la L all'interno del rivelatore, quindi dove sapere quante volte si riscontrano in uno stesso punto.

La luminosita' che si ottiene in questo caso e' minore di quella a larghezza d'area

Esperimento Triastra
 $p \rightarrow e^- \rightarrow p$ $E = 1 \text{ TeV}$

Tubi catodici $\rightarrow 20 \text{ keV}$

Da un dosimetro si può ottenere l'assorbimento

TIPICI DI ACCELERATORI

Elettrostatici: si basano su una differenza di potenziale continua

Lineari: la particella viene accelerata a ogni step.

Circolari: nel cilindro le particelle sono

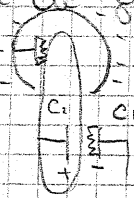
- Elettroni: al fine aumentare l'energia serve aumentare la massa dei magneti, ora si sono creati ciclotroni a raggio finito.

Acc. Elettrostatici

Oltre i 20 kV si creano scariche tra catodo e anodo se si può usare per produrre antimateria.

Per risolvere il problema delle scariche si è pensato di applicato un raggio di d.d.p.

Vari di fase



10 MeV

Il passare del tempo aumenta la carica negativa che si trova nella sfera

Single Unit

$V_{max} = 10 \text{ Mvolt}$

La tensione nella calotta viene ripartita dal partitore di tensione

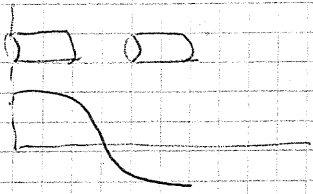
Rockraft-Waiter LIBRO Particle Physics di Martin Shaw

Acc. Lineare Michigan

LINAC $\rightarrow 50 \text{ GeV}$

tubi alternativamente a mono o collegati a un generatore ad alta frequenza.

Camere di elettroni, per essere accelerati appena entrano nel tubo dove esiste una tensione positiva, per gli ioni invece tensione negativa. E la particella esce dal 1° tubo con tensione positiva

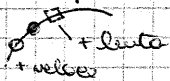


Se la particella è accelerata il tubo successivo deve essere più lungo perché va più veloce

in tubi (di Faraday) la particella non risente di nessuna tensione

particella relativistica \Rightarrow tubi tutti uguali

Le particelle possono entrare con velocità un po' diverse.

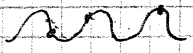


al giro successivo o π o 2π

convergono perché quella + lenta ha visto un potenziale maggiore, si è accelerata di più.

La particella in fase si rimane.

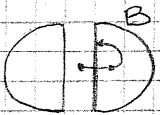
Le particelle non in fase oscillano finché non arrivano anche loro in fase



Acc lineari: per arrivare ad alte energie hanno bisogno di km, per cui sono ventagliosi

Acc CIRCOLARI

$$F = \frac{dp}{dt} = qv \times B$$



la particella deve stare all'interno per un tempo $\frac{T}{2}$ della radiofrequenza.

l'idea è ripete quella di una RF con periodo uguale a quello di rotazione della particella

$$T_{RF} = T_p \quad \omega_{RF} = \frac{qB}{m\gamma} \quad T_p = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m\gamma}{q}$$

$\gamma \gg 1$

quindi la particella diventa relativistica il T_{RF} deve aumentare

È stato utilizzato per cose potenti e creare ioni H^+ .
 H^+ viaggiavano più facilmente, si faceva bene il vuoto

Progettazione ciclotrone

$$E \propto R \Rightarrow \text{Magnetico} \propto E$$

es. 300 MeV $\gamma_m = 275$ tonnellate

Serve un'altra strategia.

Se si aggiungono tanti dipoli con cui si aumenta il \vec{B} mantiene la particella in una traiettoria circolare e a ogni giro aumenta il campo magnetico dei dipoli.

$$R = \frac{p}{qB} \quad \text{all'aumentare di } p \text{ aumenta } B$$

così R rimane costante

SINCRONOCICLOTRONE

500 MeV - 800 MeV

All'aumentare del raggio la \vec{B} aumenta.

Ma le particelle diventano relativistiche e la RF ~~costante~~ non cambia.

FASI

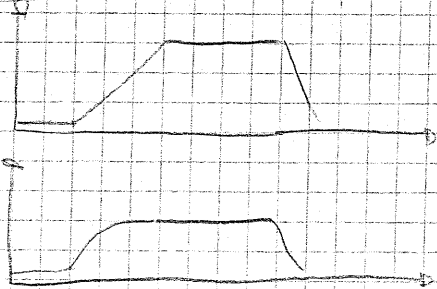
Numero di particelle, la p ripercorre la traiettoria senza essere accelerati.

Poi vengono accelerati, allora il \vec{B} per mantenere costante R deve aumentare, e quindi deve aumentare anche ω .

$$B = \frac{p}{qR} \quad \omega = \frac{qB}{m\gamma} = \frac{\beta c}{R} = \frac{v}{R}$$

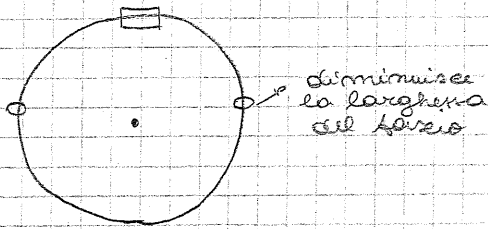
Per particelle relativistiche $\beta \approx 1 \Rightarrow \omega = \frac{c}{R}$

Il \vec{B} deve aumentare prima che la particella ripercorra l'acceleratore.



La crescita di ω è moderata da γ

strategia: la particella quando ha raggiunto un certo valore di p esce.



QUADRUPOLO "STABILIZZATORE"



Diminuire la larghezza del fascio è importante per aumentare la luminosità.

$$L = \frac{N_1 N_2}{A}$$

QUADRUPOLO

Una particella che passa nel centro del quadrupolo non viene deflessa



Il 1° focalizza in una direzione il 2° in quella perpendicolare così che il fascio viene ristretto

Potenza irradiata da una q accelerata

$$W = \frac{2}{3} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} a^2$$

Quadrivertice

$$A = \frac{dU}{dt_0} = \left(\frac{d}{dt_0} \gamma \mathbf{e}, \frac{d}{dt_0} \gamma \mathbf{v} \right)$$

derivata in dt della quadrivelocità tempo proprio

$$\frac{d}{dt_0} \gamma \mathbf{v}$$

$$\frac{d}{dt_0} \gamma \mathbf{e}$$

$$A^2 = \left(\frac{d}{dt_0} \gamma \mathbf{v} \right)^2 - \left(\frac{d}{dt_0} \gamma \mathbf{e} \right)^2 = -\gamma^4 \left[\gamma^2 (\mathbf{v} \cdot \mathbf{a})^2 + \mathbf{a}^2 \right]$$

RADIAZIONE SINCROTRONE

carica elettrica accelerata irradia radiazioni e.m.

In un acc. lineare l'energia persa per irraggiamento è trascurabile

In un acc. circolare, l'energia persa per irraggiamento è grande

$$\Delta E \text{ energia persa e giro } \approx \beta^3 \gamma^4 \approx \frac{p^4}{m^4}$$

$$\gamma = \frac{v}{c}$$

$$\beta \gamma = \frac{p}{m c}$$

$$\frac{E}{m c^2}$$

Quind. a parità di impulso la potenza irradiata per giro da un elettrone è $(1836)^4$ più grande di quella di un protone

Quind. va da aumentare la tensione della macchina e la frequenza

Un acceleratore moderno usa tutti questi tipi di acceleratori, ognuno per un livello di energia

Collisatore a fasci incrociati

Contare il numero di particelle

Esercizio

$P \bar{P}$ $P = 300 \frac{\text{GeV}}{c}$ $R_{avellio} = 1 \text{ Km}$

camera a vuoto : azoto $Z=7$ $A=14$ $\rho_0 = 1,25 \cdot 10^3 \text{ g/cm}^3$

1) $B = \frac{P}{R}$

2) $T_p = ?$ $\omega = \frac{qB}{m\gamma}$ $\gamma = \frac{\sqrt{P_0^2 + m^2 c^4}}{m c^2}$ $T = \frac{2\pi}{\omega}$

3) $\mu = ?$ $\sigma = 300 \text{ mb}$

$\mu = \frac{PNA\sigma}{A}$ P è la densità del gas alla pressione di 10^{-11} atm

$P_0 (P = 1 \text{ atm} \quad t = 20^\circ)$

$P_0 V_0 = P_1 V_1 = nRT$

$\frac{P_0}{P_1} = \frac{V_1}{V_0} = 10^{11}$ $P_0 = \frac{m}{V_0}$ $P_1 = \frac{m}{V_1} = P_0 \cdot 10^{-11}$

4) Vita media

$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{e} = e^{-t/\tau}$

$\tau = \frac{1}{\mu}$

$T = 2\pi R = t : X$

Esercizio

$m_\mu = 105 \frac{\text{MeV}}{c^2}$

$\tau = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$

$R = 16 \text{ m}$ $B = 0,5 \text{ T}$

1) $P = 0,3 \text{ B}$

$T = \frac{2\pi}{\omega}$

$\omega = \frac{qB}{m\gamma}$

$\gamma = \frac{\sqrt{P^2 + m^2 c^4}}{m c^2}$

N_μ che decadono

$N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$

$1 - \frac{N(t)}{N_0}$

Teatron

Acceleratore con la maggior luminosità, al momento $L = 10^{32} \frac{1}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$

$\sigma = 60 \text{ mb}$

Il problema è fare il "rate" dei milioni di eventi che avvengono al secondo.

$10^{10} P \rightarrow 20 \bar{P}$

Fisica delle particelle

Come spiegare le forze agenti tra 2 particelle
 la meccanica classica non va bene per oggetti
 microscopici e con $v \approx c$.

Fine anni 20:

Meccanica quantistica spiega natura $\left\{ \begin{array}{l} oscillatori \\ espansione \\ struttura atomi \\ simmetrie, acceleramento \end{array} \right.$

Ricerca:

acceleratori per studiare struttura nucleare
 raggi cosmici, rivelatori

Scoperte:

Positroni, Neutrone, Pioni

π interagisce in maniera forte
 μ " " " debole

π PIONE

si vede una particella che dopo il range si ferma
 e decade
 la particella si emulsiona sopra una traccia sempre
 della stessa lunghezza.

$$m_e < m_\mu < m_p$$

π carico decade in $\mu + \nu + \dots$

μ MUONE

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

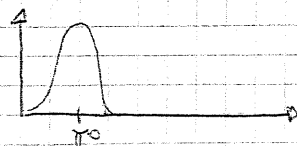
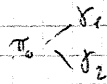
μ è un fermione $S = 1/2$

la famiglia dei π $\left\{ \begin{array}{l} \pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{array} \right.$ \leftarrow bosoni (mesoni)

$$(h\nu, h\nu') + (h\nu'', h\nu'')$$

$$(E_1 + E_2, \vec{E}_1 + \vec{E}_2)$$

$$E_{\mu}^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 - E_1^2 - E_2^2 - 2E_1 E_2 \cos\theta$$



Si trova che se G commuta con l'Hamiltoniana allora G rappresenta un osservabile conservato, in questo caso G rappresenta l'impulso.

Si prende ora una rotazione attorno all'asse z :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

La matrice è reale ed Hermitiana. Si vede che si può arrivare allo

stato finale con un numero finito di rotazioni.

$$\hat{R}_z(\delta\theta) \psi(x) = \psi(x') = \psi(x - y\delta\theta, y + x\delta\theta, z) =$$

$$= \psi(x) - \delta\theta y \frac{\partial \psi}{\partial x} + \delta\theta x \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$\Rightarrow \psi(x') = \left[1 + \frac{i\delta\theta}{\hbar} L_z \right] \psi(x)$$

$$\text{con } L_z = -i\hbar \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right)$$

$$\text{Se } H \text{ e } R_n \text{ commutano: } R_n(\psi(x)) = \psi(x') = H R_n \psi(x) = R_n H \psi(x)$$

$[L_z, H] = 0 \Rightarrow L_z$ è una grandezza conservata e G questa volta è il momento angolare.

Per una rotazione attorno ad un asse generico \hat{n} :

$$R_n(\delta\theta) \psi(x) = \left[1 + \frac{i}{\hbar} \delta\theta \hat{J} \cdot \hat{n} \right] \psi(x)$$

$$\text{In generale: } \psi = \psi_{\text{spazio}} \cdot \psi_{\text{spin}} \quad \hat{J} = \frac{1}{2} \hbar \hat{\sigma}$$

$$\int \psi_{\text{spazio}}(\vec{r}) = \frac{1}{2} \hbar$$

$$\int \psi_{\text{spin}}(\vec{s}) = \frac{1}{2} \hbar \quad \text{ora si può prendere } \hat{J} = \vec{L} + \hat{S}$$

$$\hat{J} \psi = (\vec{L} + \hat{S}) \psi = \vec{L} \psi_{\text{spazio}} \cdot \psi_{\text{spin}} + \psi_{\text{spazio}} \cdot \hat{S} \psi_{\text{spin}}$$

$$\text{Quella che vogliamo è: } [\hat{J}, H] = 0 \Rightarrow \hat{J} \text{ è conservato}$$

$$U U^\dagger = \mathbb{1}$$

U non dipende dal tempo

$$U = U^\dagger \Rightarrow [H, U] = 0 \quad \forall U \neq U^\dagger \Rightarrow \exists G: [H, G] = 0$$

$$\frac{d^2 \psi}{dt^2} = U \psi$$

$$G \psi = g \psi$$

Per esempio una traslazione è una trasformazione Hermitiana.

7 giugno 2010

Venne scoperta che le interazioni deboli non obbediscono alle leggi

di simmetria. Si osserva per la lista delle particelle che si conserva il numero barionico: B

- $B=1$ per il protone e neutroni, Λ^0 , Σ^+ ... (barioni)
- $B=0$ per leptoni e mesoni (leptoni, mesoni)
- $B=-1$ anti-protone, anti-neutroni, $\bar{\Lambda}^0$, $\bar{\Sigma}^+$

Per esempio: $\Lambda^0 \rightarrow n \pi^0$ interazione debole
 $\Sigma^+ \rightarrow p \pi^0$
 $\Sigma^+ \rightarrow \Lambda e^+ \nu_e$

Il numero barionico generale si conserva anche per interazioni deboli. In generale se non si osservano alcuni tipi di decadimenti, si dovrebbe chiedere il motivo.

Per esempio $\mu \rightarrow e \gamma$ non si può osservare e quindi si ipotizza l'esistenza di questo numero quantico che in quel caso si conserva.

$i\hbar \frac{\partial \psi_q}{\partial t} = H \psi_q$ dove ψ_q è uno stato con carica q .

$[Q, H] = 0$ con Q operatore di carica.

$Q \psi_q = q \psi_q$ $U = e^{i\alpha Q} \rightarrow e^{i\alpha q}$

$\psi'_q = e^{i\alpha q} \psi_q \rightarrow i\hbar \frac{\partial \psi'_q}{\partial t} = H \psi'_q = H e^{i\alpha q} \psi_q$

avendo assunto che U sia un operatore di simmetria e che non dipenda dal tempo.

$e^{i\alpha q} i\hbar \frac{\partial \psi_q}{\partial t} = e^{i\alpha q} H \psi_q \rightarrow e^{i\alpha q} H e^{-i\alpha q} = H$

sviluppendo: $(1 + i\alpha Q)H(1 - i\alpha Q) = H$

da $[Q, H] = 0$ abbiamo così dimostrato che la carica q

è una grandezza conservata perché commuta con l'Hamiltoniana.

Si devono cercare le simmetrie di H per trovare le grandezze fisiche conservate.

SIMMETRIA \Rightarrow INVARIANZA \Rightarrow CONSERVAZIONE

ed ecco che le interazioni deboli non conservano la parità, e la sono conservate tutti.

trasformazioni discrete \leftrightarrow autoval. (numeri quantici) ~~...~~ moltiplicativi
 trasformazioni continue \leftrightarrow autoval. (numeri quantici) ~~...~~ additivi

In generale le hamiltoniane si possono considerare autoval. e vedere cosa fa il sistema applicando delle particolari leggi di conservazione. Se esiste un numero quantico conservato allora esiste una proprietà di invarianza rispetto ad una trasformazione (Teorema di Noether).

~~Le trasformazioni discrete possono essere DISCRETE (rotazioni) e CONTINUE (spintori), le prime sono addittive, le seconde moltiplicative.~~

CONTRARIO \rightarrow

Abbiamo visto che neutrone e protone sono particelle abbastanza simili ed hanno sezioni d'urto identiche a patto di "spingere" l'interazione con le altre. Allora si può fare l'ipotesi o postulare che le forze nucleari sono indipendenti dalla carica.

Allora i teorici ipotizzarono che esse avessero una stessa proprietà: ISOSPIN, questo è un nuovo numero quantico e servono per distinguere protoni e neutroni (perché le due particelle sono "uguali" a meno della carica).

Se l'interazione era è spinta: $I_{TOT} = \frac{1}{2}$ ottenuti $I = -\frac{1}{2}$ per il neutrone e $I = +\frac{1}{2}$ per il protone.

$$|p\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |n\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$|p\rangle$ e $|n\rangle$ sono autostati della matrice di Pauli: $\frac{1}{2}\sigma^2$ e $\frac{1}{2}\sigma_3$, per le interazioni forti.

I è conservato nell'hamiltoniana delle interazioni forti. Le interazioni elettromagnetiche invece non conservano I perché loro lo sanno di e e di non e il protone e il neutrone.

ricognoscono la carica \rightarrow

Tutte le interazioni conservano J ; P (tranne per quelle deboli)

I è conservato dalle interazioni forti. Quello che doveva essere conservato da tutte (forte ed em) è I_3 cons. in int. forte ed int. em

Nel formalismo dell'isospin protone e neutrone formano un doppietto e sono DUE STATI DIVERSI dello stesso nucleone.

$$I = \frac{1}{2} \begin{cases} \text{protone } I_3 = \frac{1}{2} \\ \text{neutrone } I_3 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$I_3^{\text{nucleo}} = \sum I_3^{\text{nucleoni}} = \frac{Z - N}{2}$$

Principio di esclusione

Due nucleoni, per le interazioni forti sono identici.

$$\Psi = \psi(\text{spazio}) \chi(\text{spin}) \varphi(\text{isospin})$$

Questo funzione totale deve essere antisimmetrica per due fermioni identici.

$$\begin{aligned} I \Psi(x_1, x_2; s_1, s_2; I_1, I_2) &= \Psi(x_2, x_1) \Psi(s_2, s_1) \varphi(I_2, I_1) = \\ &= -\Psi(x_1, x_2, s_1, s_2, I_1, I_2) = \\ &= (-1)^l (-1)^{s+1} (-1)^{I+1} \Psi(x_1, x_2, s_2, I_2, I_1) \end{aligned}$$

Lo stato di tripletto per i due fermioni è simmetrico con $S_{TOT} = 1$; e si trova uno stato antisimmetrico con $S_{TOT} = 0$. L'isospin si comporta come lo spin.

$$(-1)^l (-1)^{s+1} (-1)^{I+1} = -1 \quad (-1)^l (-1)^s (-1)^I = -1$$

Se $(-1)^l (-1)^s = 1$ allora I è dispari

Se $(-1)^l (-1)^s = -1$ allora I è pari

Se si prende uno stato legato protone-neutrone ha $I=0$ allora

lo stato è di singoletto; se invece $I=1$ si può avere $(p-p), (n-n), (n-p)$.

Possiamo allora determinare L :

Se $s=0$ si trova nel primo orbitale: 1S_0 , perché in questo caso J vale 0.

1S_0 è il primo stato che si riesce a fare e si ottiene $I=1$.

$^3P_{0,1,2}$ esiste in questi casi $I=1$ e si ottiene la tripletta di ordine antisimmetrica; 1D_2 ha come unica possibilità lo stato di tripletto.

Due nucleoni esistono in lo stati disposti: uno di singoletto e tre di tripletto (il primo antisimmetrico, gli altri simmetrici).
 Se due nucleoni hanno $l_{tot} = 0 \Rightarrow S+I$ e' disposti (in uno stato legato).

In natura non si trovano stati legati di tripletto p-p e n-n
 \Rightarrow esiste solamente lo stato di singoletto p-n antisimmetrico.
 La simmetria di coppia richiede che il deutone (stato legato p-n) sia uno stato di singoletto con $I=0$ (e questo e' quello che si osserva sperimentalmente).

DEUTONE: $J^P = 1^+$
 $B = 2,423 \text{ MeV}$ $\mu = 0,85 \text{ fm}$

Inoltre questo stato legato non ha stati eccitati si romperebbe il legame

$B = Z + N = A$ numero Barionico

$I_0 = 0 \Rightarrow Q = \frac{B}{2} + I_3 = 1$ questo e' la carica del deutone, una la formula vale il nucleo.

Tripletto di coppia: 3 nucleoni in totale $I = 1$
Doppetto: 2 nucleoni con $I_{tot} = \frac{1}{2}$
Singoleto: 1 nucleone con $I_{tot} = 0$

ovvero visto che ci sono due nucleoni con $A=3$: doppietto $\Rightarrow I_3 = \pm \frac{1}{2}$

- ${}^3\text{He}$: $I_3 = -\frac{1}{2}$ $Q = \frac{B}{2} + I_3 = 1$ $2(-\frac{1}{2}) + \frac{1}{2} = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$
 ${}^3\text{He}$: $I_3 = +\frac{1}{2}$ $Q = \frac{B}{2} + I_3 = 2$ $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

trova poi un solo nucleone con $A=4 \Rightarrow$ e' un singoletto e sap
 uno alone e pioni che $I_3 = 0$.

$A=6$ ci sono 3 nucleoni \Rightarrow abbiamo un tripletto

${}^6\text{He}$ $I_3 = -1$ $Q = 2$
 ${}^6\text{Li}$ $I_3 = 0$ $Q = 3$
 ${}^6\text{Li}$ $I_3 = +1$ $Q = 4$
 I livelli energetici di questi nucleoni sono identici come nelle
 volte l'interazione elettromagnetica

trova una figura di questo su Posh.

ESERCIZIO 1.

$p + p \rightarrow \pi^+ d$ $d = \text{deutone}$

$n + p \rightarrow \pi^0 d$

Trovare il rapporto alla stessa energia del centro di massa.

Si deve usare la conservazione dell'isospin.

STATI INIZIALI

$|1, 1\rangle = \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle = |pp\rangle$

$|pp\rangle = |1, 1\rangle$

$|1, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle + \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \right) = |pn\rangle + |np\rangle$

$|m, p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1, 0\rangle - |0, 0\rangle)$

$|0, -1\rangle = \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle = |nn\rangle$

$|0, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle - \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \right) = |pu\rangle - |np\rangle$

$|1, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1, 0\rangle - |0, 0\rangle)$ così si può determinare lo stato $|1, 0\rangle$

Ora si deve vedere come si possono esprimere gli stati finali

STATI FINALI

$0 = I_3 + 0$

$1 = I_3 + 0$

$\pi^0 \rightarrow |1, 0\rangle$
pari tripletto

$\pi^+ \rightarrow |1, 1\rangle$ $d \rightarrow |0, 0\rangle$

Queste due espressioni si trovano rifacendoci alla formula

o al numero barionico.

1) deutone è uno stato di singoletto di isospin $|0, 0\rangle$.

$\left. \begin{matrix} p & p & \rightarrow & \pi^+ & d \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & & 1 & 0 \end{matrix} \right\} \rightarrow I_i = 1 \quad I_f = 1$

conservazione dell'isospin perché $I = 1$

$\left. \begin{matrix} n & p & \rightarrow & \pi^0 & d \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & & 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & & 0 & 0 \end{matrix} \right\} \rightarrow I_i = 0, 1 \quad I_f = 1$

interazione e forte

$\langle f | H | i \rangle$ dato che H deve conservare I allora il termine

per lo stato $|0, 0\rangle$ non dà contributo all'isospin.

H dipende solo da I_{tot}

una cosa che è proporzionale a $\sqrt{I(I+1)}$ di quel processo

$\langle \pi^0 d | H | np \rangle \propto \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 1, 0 | H | 1, 0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} a_1$

$\langle \pi^+ d | H | pp \rangle \propto a_1$ il term ~~non~~ non dà contributo

$\frac{\sigma_{pp \rightarrow \pi^0 d}}{\sigma_{pp \rightarrow \pi^+ d}} \propto \frac{a_1^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} a_1\right)^2} = 2$

cosa che è stata trovata

sperimentalmente.

Vedi regola d'oro di Fermi

In ogni interazione ^{forte} si conservano i valori di I e I_3 , con $I = i(i+1)$, l'esempio si conserva nelle interazioni forti; l'ipotesi di interazione nucleare commuta con I e I_3 . $[H, I] = [H, I_3] = 0$

La carica elettrica del nucleone e data da: $q = I_3 + \frac{1}{2}$

La conservazione della carica corrisponde alla conservazione di I_3 .

È una trasformazione unitaria cioè che si conserva e la traccia di tutti gli autovalori: $G_1 + G_2 + \dots + G_n = \text{costante}$

esempio: $e^- + N \rightarrow e^- + N + \gamma$
 processo di Bremsstrahlung
 incremento dovuto alla decelerazione dell'e da parte del campo del nucleo

ricorda che ci sono leggi che valgono sempre: il quadrimpulso;

l'angolo angolare; la carica elettrica; il numero fermionico.

Nel caso delle produzioni di coppie:

$$\gamma + N \rightarrow e^+ e^- + N$$

conservazioni: quadrimpulso, momento angolare, la carica, numero fermionico = $f_p = +1$, (elettrone e positrone hanno f opposti).

- leggi di conservazione
- conservazione dell'energia E
- conservazione del momento L
- conservazione della carica q
- conservazione del numero barionico B
- conservazione del numero leptonico L
- conservazione del numero fermionico F

Queste conservazioni valgono per TUTTE le interazioni

esempio: $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$

hanno tutti numero leptonico 1. Lo $\bar{\nu}_e$ antineutrino elettronico ha numero -1.

$e^-: 0 = 1 + 1 + 0$
 $\mu^-: 1 = 0 + 1 + 1$
 I due numeri leptonici (elettronico e muonico) sono conservati.

non spiega come mai il μ non decade in solo e^- e $\bar{\nu}_e$, perché non sarebbe conservato L_μ .

Le grandezze fisiche associate ad operatori di simmetria si conservano, nel caso in cui abbiano trasformazioni continue. Quella che invece scambia per le trasformazioni discrete ^{si moltiplicano} è:

$$U|1, 2, \dots, n\rangle = (U_1, U_2, \dots, U_n)|1, 2, \dots, n\rangle$$

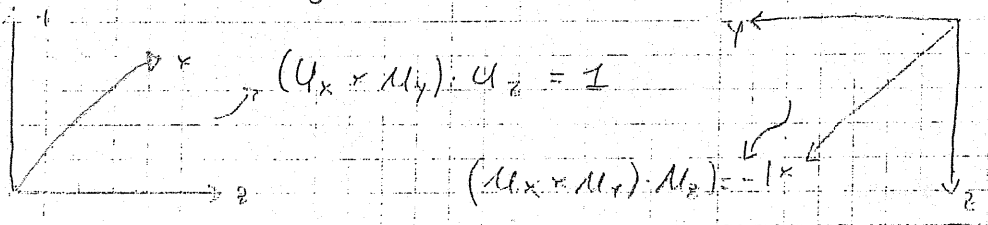
Per esempio la parità: $P\psi(x, t) = \psi(-x, t)$

\hat{P} è un operatore unitario e hermitiano, $P^2 = 1$ e si trova che l'autovalore può essere ± 1 .

$$P\psi(\vec{r}, t) = \pm \psi(\vec{r}, t)$$

Si trova che una particella ha una parità legata al momento angolare $(-1)^l$ e poi ha anche una parità intrinseca, allora la parità totale sarà data dal prodotto delle due.

Se l'applicazione della parità si passa da un sistema levogiro a un destrogiro in un colpo solo.



P è un numero quantico moltiplicativo. Dire che P è conservato vuol dire che se lui comunque avviene in un sistema, allora può avvenire anche il processo opposto. Questo vale per interazioni forti ed elettrodeboli ma non per quelle deboli.

Grandezze	operatori		
	Carica	Parità	In. temporale
\vec{r}	$C\vec{r} = \vec{r}$	$P\vec{r} = -\vec{r}$	$T\vec{r} = \vec{r}$
\vec{p}	$C\vec{p} = \vec{p}$	$P\vec{p} = -\vec{p}$	$T\vec{p} = -\vec{p}$
\vec{s}	$C\vec{s} = \vec{s}$	$P\vec{s} = \vec{s}$	$T\vec{s} = -\vec{s}$
\vec{E} <small>campi vettoriali</small>	$C\vec{E} = -\vec{E}$	$P\vec{E} = +\vec{E}$	$T\vec{E} = \vec{E}$
\vec{B}	$C\vec{B} = \vec{B}$	$P\vec{B} = +\vec{B}$	$T\vec{B} = -\vec{B}$

Co-spin è uno pseudo vettore

l'inversione di carica il campo magnetico cambia segno, l'inversione di tempo l'inversione temporale.

Si trova che la parte commutata con H della particella libera, o di H dell'interazione elettromagnetica.

gli scalari sono invariati sotto P , uno pseudoscalare invece cambia segno (uno pseudoscalare è un prodotto con un vettore assiale), un vettore cambia segno sotto P , un vettore assiale non cambia segno.

Si trova poi che uno scalare tipo $(\vec{s} \cdot \vec{p})$ cambia segno sotto trasformazioni di parità. [elicità].

PARITÀ APPLICATA AI NEUTRINI
 Prendiamo una particella di momento \vec{p} e spin \vec{s} , con stesso modulo, si può definire:

$$h = \frac{\vec{p} \cdot \vec{s}}{|\vec{p}| \cdot |\vec{s}|} = \pm 1 \quad h = \text{elicità}$$

I neutrini hanno elicità $+1$ o -1 , nel caso dei fotoni invece $h = \pm 1$ per ogni fotone con $h = \pm 1$ ne devo avere un altro con $h = \mp 1$, questo perché non c'è motivo di preferenza di una direzione rispetto ad un'altra. [isotropi].

La natura si comporta allora nei neutrini levogiri ed antilevogiri. $h = \pm 1$ nei destrogiri.

$P|l\rangle = |r\rangle \quad \wedge \quad P|r\rangle = |l\rangle$ infatti l'int. debole non conserva la parità

$h_{\nu} = -1 \quad h_{\bar{\nu}} = 1$

Si vede quindi che per i neutrini non vale quanto detto per i fotoni, questi vengono trovati al 50% con $h = 1$ e per il 50% $h = -1$. Questo forse avviene perché quando si sono formati l'interazione è elettromagnetica, per i neutrini l'interazione è debole, allora le interazioni deboli non sono invariate sotto parità.

Parità del fotone

non ci sono coriche o correnti

$\nabla^2 \phi = 0 \rightarrow \phi = 0 \quad \square^2 \vec{A} = 0$

Il fotone è rappresentato dalle componenti spaziali del vettore direttore A^μ . $\vec{p} \cdot \vec{A} = -\vec{A} \cdot \vec{A} \Rightarrow$ è autovettore di parità con autovalore -1 .
 La parità di una particella dipende da quella intrinseca e da quella orbitale. La parità intrinseca dei fermioni non è definita allora viene per dici ogni due un valore, non è definito perché vengono sempre prodotti in coppia.

Questa parità intrinseca discende dall'equazione di Dirac per e^+ , e^- , μ , ν , cioè per la stessa particella si deve andare a cercarla.

Esempio

$\pi^- + d \rightarrow 2n$

Calcolo Eq. parità intrinseca del π^- sapendo che π^- viene catturato in onda s del deuterio.

$\pi^- + d \rightarrow 2n$
 $\begin{matrix} p & 0 & 0 & 1 \\ s & 0 & 1 & 1/2 - 1/2 = 0 \\ d & 0 & 1 & 1 \end{matrix} \Rightarrow$ questo è soppeso per la conservazione

parità angolare J del momento angolare totale. \Rightarrow se $s=0$ allora $l=1$.

$E_d = E_p E_n = 1$
 $E_\pi E_p E_n (-1)^{l_\pi + l_d} = E_n E_n (-1)^{l_{2n}}$ conservazione della parità.
 $E_\pi = (-1)^{l_{2n}}$ ora non ci resta che trovare l dei due neutroni.
 $(-1)^{l_{2n}} (-1)^{s_{2n}} = -1$ onde $s \Rightarrow (-1)^{l_{2n}} = 1$ $E_n E_n = 1$
 $E_p E_n = 1$

Lo stato con 2 neutroni ha $J_{\text{tot}} = 1$
 s pari $\Rightarrow l$ pari $s=0$
 $(-1)^l (-1)^s = +1$
 s dispari $\Rightarrow l$ dispari $s=1$

$s=0$ non può essere perché l allora sarebbe pari, e quindi anche J , ma s doveva essere dispari.

Quindi l'unica possibilità è che $s=1 \Rightarrow l$ dispari e quindi si trova che $E_\pi = -1$ (questa è solo una previsione teorica).

8 giugno 2010

INVERSIONE TEMPORALE

Avremmo visto che la parità totale è definita dal prodotto di due parità.

Ora si deve vedere l'operatore di inversione temporale che inverte le coordinate t , una parità inverte le componenti spaziali.

Se H commuta con $\hat{T} = H\hat{T} = \hat{T}H$:

$$\begin{aligned} T \{ H \psi(r, t) \} &= i\hbar T \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \psi \right\} = \text{Questo agisce sia sullo } \psi \text{ che su } \frac{\partial}{\partial t} \\ &= -i\hbar \frac{\partial}{\partial t} T \psi \\ &= H \hat{T} \psi(r, t) = H \psi' \quad \psi' = T \psi \end{aligned}$$

il problema è che spesso succede che $T\psi'$ non è soluzione dell'equazione che è soddisfatta da ψ .

Ora però sappiamo che: $H^* \psi^* = -i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi^* = H \psi^*$

$$\psi' = T \psi(r, t) = \psi(r, -t) = \psi^*(r, t)$$

Sappiamo che per il caso classico, in assenza di forze non conservative, sotto un'inversione temporale H rimane invariante.

Se però prendiamo l'equazione di Schrödinger questa non è più vero ma perché compiere $\frac{\partial}{\partial t}$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(r, t) = H \psi(r, t) \quad \xrightarrow{T} \quad i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(r, -t) = H \psi(r, -t)$$

non si conserva la forma dell'equazione

però allora un altro operatore: \hat{T} = inversione temporale

per la coniugazione complessa.

$$\psi(r, t) = \hat{T} \psi(r, t) = \psi(r, -t)^* \quad \left[\hat{T} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right]$$

però non rappresenta un osservabile, e l'equazione infatti non è un'equazione agli autovalori.

$$T \cdot e^{\frac{i}{\hbar}(p \cdot r - Et)} = e^{\frac{i}{\hbar}(p \cdot r - Et)} \quad T \vec{p} = -\vec{p} \quad T t = t$$

$$\langle T f | T g \rangle = \langle f | T^{\dagger} T | g \rangle = \langle f | g \rangle^* = \langle g | f \rangle \quad \langle T f | T g \rangle = \langle g | f \rangle$$

una trasformazione che agisce così si chiama: ANTIUNITARIA

Se l'hamiltoniana è invariante per inversione temporale:
 $\langle F | H_T | i \rangle = \langle F | T^+ H T | i \rangle = \langle F | H_T | i \rangle^* = \langle i | H_T | F \rangle \Rightarrow$ se $i \rightarrow f$ anche $f \rightarrow i$

Se un processo è possibile da $i \rightarrow f$ questa relazione ci dice che è vero anche il processo inverso.

$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \rightarrow$ in teoria il processo inverso può avvenire, poi ci sono altre leggi che vengono violate e quindi non accade, un fenomeno può succedere

$Tt = -t$; $Tx = +x$; $TL = -L$

In meccanica classica le equazioni del moto sono al tempo invarianti nel tempo. Questo non è vero in meccanica quantistica.

Nella meccanica statistica la direzione del tempo è determinata dalla direzione dell'aumento di entropia.

Le funzioni d'onda che dipendono dal tempo sono intrinsecamente complesse e quindi non sono autofunzioni di T .

L'invarianza sotto inversione temporale implica $[H, T] = 0$.

$|M_{if}| = |M_{fi}|$ **PRINCIPIO DEL BILANCIO DETTAGLIATO**

Processo: $A + B \rightarrow C + D$

Si possono trovare relazioni di simmetria incrociate:

$A \rightarrow \bar{B} + C + D$
 $A + \bar{C} \rightarrow \bar{B} + D$
 $\bar{C} + \bar{D} \rightarrow \bar{A} + \bar{B}$

Esempio:
 $p \rightarrow n + e^+ + \bar{\nu}_e$
 $p + e^- \rightarrow n + \bar{\nu}_e$

Naturalmente per poter avvenire non si devono violare altre leggi, come per esempio la conservazione della carica.

grazie all'invarianza temporale, in linea di principio può avvenire anche $C + D \rightarrow A + B$.

Il punto è poi dire cosa si può osservare e poi con le leggi di conservazione si può dire quali sono stati i reagenti e quali no.

• Coniugazione di carica

La parità e l'inversione temporale sono trasformazioni discrete, così come lo è anche la trasformazione di coniugazione di carica.

$$|e\rangle = |u, \vec{p}, s, -e, -2\frac{e\hbar}{2m} s, +f\rangle$$

$$|e\rangle = |\bar{e}\rangle = |u, \vec{p}, s, +e, +2\frac{e\hbar}{2m} s, -f\rangle$$

Queste grandezze si invertono.

La funzione di C è quella di trasformare una particella nella sua antiparticella.

$$C|q\rangle = |-q\rangle \quad \text{vs} \quad Q|q\rangle = q|q\rangle$$

Da questo si vede anche che $[C, Q] \neq 0$, infatti hanno autovalori diversi.

$$C|q\rangle = C|-q\rangle = -q|q\rangle$$

$$CQ|q\rangle = Cq|q\rangle = +q|q\rangle$$

Se prendiamo uno stato costituito da un e^+ e un e^- si trova

$$Q_{\text{TOT}} = \mu_{\text{TOT}} = f_{\text{TOT}} = 0 \Rightarrow C|e^+, e^-\rangle = |e^+, e^-\rangle \text{ cioè quello è un autostato di } C.$$

In generale gli autostati dell'operatore coniugazione di carica sono quelli con carica, momento magnetico e numero fermionico nulli, i.e. $q, \vec{p}, m_f = 0 \Rightarrow$ autostati di C .

$$H = [u^2 + (p - qA)^2]^{1/2} + qV \quad \begin{matrix} CB = -B \\ CA = -A \end{matrix} \quad CqV = qV$$

G è una simmetria dell'hamiltoniana di interazione elettro-

debole. Ciò H_{em} è invariante per coniugazione di carica

interazione eem è invariante per coniugazione di carica, inoltre

è $C|\gamma\rangle = -|\gamma\rangle$, allora possiamo dire in quanti fotoni dipende un π^0 (o altro)

$$\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma \quad C|\pi^0\rangle = C(|\gamma\rangle|\gamma\rangle) = +|\pi^0\rangle$$

La conservazione di G nelle interazioni elettromagnetiche allora

trova che G applicata a π^0 è $+1$.

L'invarianza sotto C parla delle restrizioni sui tipi di interazioni e decadimenti che possono avvenire.

C'è poi un'altra limitazione: da un lato si trovano solo neutrini leptonici (ν_L) e antileptonici destrorsi ($\bar{\nu}_R$); l'interazione debole abbiamo già visto che non susseguono la parità. Ora

possiamo vedere cosa succede le interazioni deboli su C.

$$\left. \begin{aligned} G|\nu_L\rangle &= |\bar{\nu}_L\rangle \\ G|\bar{\nu}_R\rangle &= |\nu_R\rangle \end{aligned} \right\} \text{Questo non è possibile perché gli stati finali non esistono}$$

Allora G non è conservata nel caso delle interazioni deboli.

$$\begin{aligned} \text{Se invece facciamo: } CP|\nu_L\rangle &= C|\nu_R\rangle = |\bar{\nu}_R\rangle \\ CP|\bar{\nu}_R\rangle &= C|\bar{\nu}_L\rangle = |\nu_L\rangle \end{aligned}$$

Il prodotto dei numeri quantici di C e P è conservato, CP è conservato ma non lo sono singolarmente C e P.

• Riassumendo:

- Quark e Leptoni hanno parità ± 1
- Le loro antiparticelle hanno parità $-\pm$
- Particelle e antiparticelle con spin 0 hanno parità uguale ~~stabilizzatori~~
- I fotoni hanno parità negativa $P = -1$
- Particelle e antiparticelle con spin $\frac{1}{2}$ hanno parità opposta
- Per 2 particelle $P = P_1 P_2 (-1)^L \rightarrow L_{\text{Tot}} \rightarrow \frac{1}{2}$

La conservazione di carica porta le particelle nelle corrispondenti antiparticelle, quindi fa cambiare segno anche ai numeri bariocrico e leptonico.

N. G è un osservabile hamiltoniana con autovalori ± 1

• La maggior parte delle particelle a riposo non sono nello stato di G o meno che non siano formate da un quark e un antiquark, oppure abbiano un lepton e un anti-lepton.

Se prendiamo δ, β, γ $C = -1$
 $E = -\frac{\partial A}{\partial t} - \nabla \phi$ $B = \nabla \wedge \vec{A}$ $\downarrow \vec{E} \rightarrow \uparrow \vec{B}$

Nel caso dei mesoni:

π^0, η^0, η'

ρ^0, ω^0, ϕ^0

$C = +1$

$C = -1$

$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$

$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma$

$+1 = (-1)(-1)$

$+1 = (-1)(-1)(-1)$

Permessi

Non permessi

Se nella data mesone abbiamo solo fotoni allora siamo sicuri che l'interazione è elettromagnetica.

Le H per interazioni elettromagnetiche e forti sono invarianti per trasformazioni C, P, T . L'interazione debole invece viola C, P se ci sono i neutrici, se quindi non ci sono allora non è violata C o P , ma se lo è una di queste allora è violata anche T .

\uparrow Teorema CPT \downarrow

Sappiamo che particelle e antiparticelle hanno stesso modulo, vite medie e moduli del momento angolare (cosa conosciuta sperimentalmente). Particelle con spin intero obbediscono alla statistica di BE e quella con spin semintero a FD.

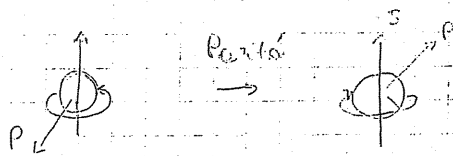
Nel 1958 venne fatto un esperimento che violava la parità.

$\theta^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$

$\tau^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-$

In questo si vede che il primo oggetto ha parità intrinseca positiva e il secondo ha parità negativa.

Dato che θ^+ e τ^+ avevano m.e.t. uguali allora dovevano essere la stessa particella, ma anche questo non poteva essere perché in base ai casi cambiano valore. La loro parità è parità applicata ad H_I che contiene qualcosa del tipo: $S \cdot P$ allora cambiano segno.



Sotto l'inversione di parità \vec{S} rimane lo stesso e \vec{p} invece cambia segno.

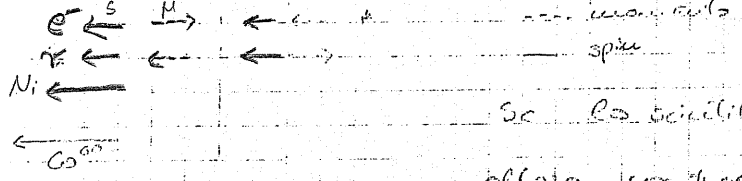
Per vedere se Co^{60} era coinvolta nelle interazioni deboli, si prese Co^{60} e venne immerso in un campo magnetico parallelo ad un solenoide, allora il $\vec{S} = 5\hbar$ si doveva allineare all'asse.

$$\text{Co}^{60} (J = 5\hbar) \rightarrow \text{Ni} (J = 4\hbar) + \bar{\nu}_e + e^-$$

Il cobalto fa questo decadimento e quindi $4\hbar$ che mancava si doveva distribuire tra l'elettrone e il neutrino.

Il numero di elettroni emessi nella direzione parallela al \vec{S} è diverso da quello di quelli emessi nella direzione opposta \Rightarrow non

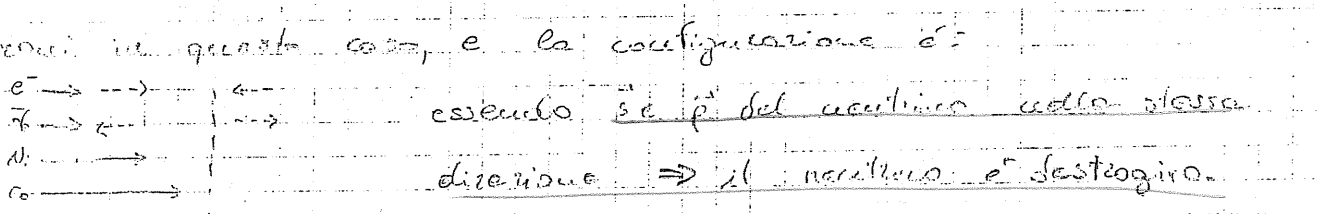
è conservata la parità. non si conserva la parità



Se la rivelatore è quella direzione allora registra solo elettroni che vengono

emessi nella direzione del nucleo (quest'ultimo ferma o a ferma rimane).

Se ora cambiamo la direzione del campo magnetico, cioè si capovolge il rivelatore sempre nella stessa parte, allora si contano più elettroni

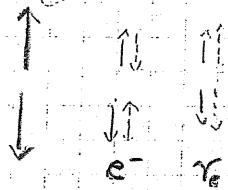


essendo se \vec{p} del neutrino nella stessa direzione \Rightarrow il neutrino è destrorso.

Ad oggi sappiamo che l'antineutrino ha elicità $+1/2$, mentre per l'elettrone è diverso, cioè l'elicità dipende dalla velocità, e quindi per l'e- ci sono diverse probabilità di ottenere diversi valori

per l'elicità: aut. neutrinico $h = -1$
elettrone $h(\omega)$

Quello che può accedere sono due configurazioni

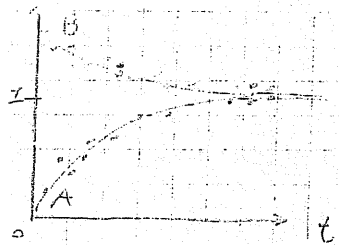


La parte applicata su neutri porta alla non conservazione di questa

La parte applicata su neutri allora porta alla non conservazione della stessa per interazioni deboli

ESPERIMENTO

Nell'esperimento fatto il Co^{60} viene raffreddato e poi messo in tubo in cui viene fatto il vuoto, c'è poi una scintillatore legato ad un fotomoltiplicatore per contare gli elettroni. C'è anche un conduttore che genera i fotoni che decadono del Li eccitato.



A e B sono due rivelatori, quando si misura che il contatore si stabilizza allora i conteggi si stabilizzano uguali.

Particelle che vengono prodotte negli stati più alti dell'elemento se hanno una grande energia allora possono arrivare loro in terra. Ci si accorge che il numero di particelle viaggianti non è uguale a quello che si vede.

Queste particelle ionizzano l'atmosfera (Aerolo 70% e Ossigeno). Sulla Terra arrivano solo particelle, però ci possiamo chiedere se sia possibile trovare le altre particelle negli stati più alti.

comunque libero medio: $\lambda = \frac{1}{n\sigma} = \frac{A}{N_A \rho \pi R^2}$ $\rightarrow m = \frac{NA}{A}$ $R = R_0 A^{1/3}$, quella e si trova a h_0 la lunghezza di interazione: $\lambda_{int} = 3 \lambda_{geo} \left(\frac{A}{2}\right)$ assumendo che l'aria sia formata da solo azoto allora si trova $v = 4 \text{ km}$, e se l'atmosfera è alta $20 \text{ km} \Rightarrow$ ogni particella interagisce con il gas.

quando una particella urta un nucleo di azoto allora ha vari isotopi, i quali a loro volta interagiscono e si decadono, allora

a terra venivano rivelate molte particelle perché è creato uno sciame

da Radiazione Cosmica e la quale ha circa: 80% p, 15% n, 4% nuclei pesanti, 1% elettroni

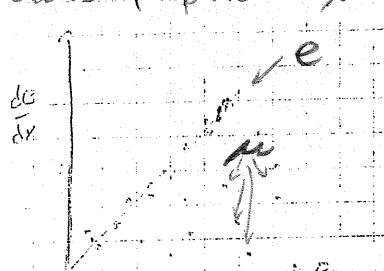
80% p
15% n
4% nuclei pesanti
1% e

Vengono osservate anche particelle con energia di 10^{10} GeV, il più in poco, per poter fare esperimenti, e cioè l'eterostero è una "torghetta" fissa.

L'energia nel CM con un bersaglio fisso e un fascio 10^6 GeV corrisponde all'energia del centro di massa con due fasci di 10^3 GeV.

Nella radiazione cosmica secondaria troviamo le stesse cose che si trovano in quello primario.

Si applicano che per gli elettroni $\frac{dE}{dx} = \frac{1}{X_0} E$ (Bethe) perdita di energia unitaria anche per i raggi cosmici. Per i μ la perdita di energia non era lineare con l'energia. Infatti venivano osservati dei picchi che erano proprio i μ .



Quindi si osservano particelle cariche e particelle in grado di produrre sciami.

SCOPERTA COSTRUZIONE

Anderson scoprì, nel 1933, il positrone con una camera a bolle e uno spessore di piombo che doveva "frenare" la particella e quindi cambiare il raggio di curvatura della particella.

STRANGE

Venivano scoperte più particelle che venivano prodotte per interazione.

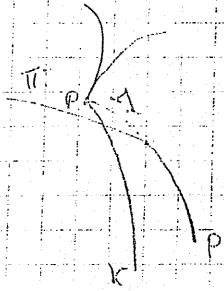
Forte in coppia e decadevano per interazione debole. La vita media di queste particelle era quella tipica delle interazioni deboli e più erano prodotte sempre in coppia.

$$\lambda = \frac{1}{\beta \gamma c \tau} = \left(\frac{p}{mc} \right) \times c \tau$$

Venivano chiamate particelle V-zero

perché la traccia che lasciavano era zero.

Veniva osservato che γ una risonanza trocice carica prima e quindi doveva essere una particella neutra (di qui Λ^0)



$$K^- + p \rightarrow \Lambda + \pi^-$$

$$\pi^0 \rightarrow e^+ e^- \gamma \quad (\text{decadimento raro})$$

La Λ non si vede perché non ha carica e quindi non lascia traccia nella camera a bolle

$$\Delta^0 = u d s \quad , \quad K^- = \bar{u} s$$

Stranezza conservata

Nell'interazione debole, che determina la reazione $\Delta \rightarrow p + \pi^-$, non conserva la stranezza. Le interazioni forti invece conservano la stranezza.

$$\pi^0 = d \bar{d}$$

$$p = u d u \quad \leftarrow ?$$

$$\pi^+ + p \rightarrow K^+ + \Lambda$$

Questo non riusciamo a spiegarcelo

- Stranezza -

Un certo numero di particelle con stessa massa, ma stati di carica diversi, per questo numero di cariche con lo stesso nome. Ci si accorse poi che esistevano $\Sigma^+, \Sigma^-, \Sigma^0$, sono cioè tre oggetti, che spiegati in termini di quark ricordano gli stati di singoletto e tripletto.

Si scoprì che queste particelle venivano prodotte in coppia nelle reazioni $\pi + p$; $\sigma \approx 10^{-22} \text{ cm}^2$ che è quello tipico delle interazioni forti. Stranezza, numero quantico

dato che tutto ciò non si riusciva a spiegare allora si inventò un nuovo numero quantico di stranezza, che si conserva

nelle interazioni forti, ma non si conserva nelle interazioni deboli. Venne ipotizzato che questo numero quantico de S avesse zero solo le particelle strane e non anche le altre.

Per esempio:

$$\pi^- + p \rightarrow K^+ + \Sigma^-$$

$$S_{K^+} = +1$$

$$S_{\Sigma^-} = -1$$

Ormai con questo numero si doveva cercare di riprodurre

la carica delle particelle.

Allora viene introdotto un altro numero quantico: $Y = B + S$ detto

di ipercarica: $Q = I_3 + \frac{B}{2} + \frac{S}{2} = I_3 + \frac{Y}{2}$

Per esempio: $\pi^- p \rightarrow K^0 \Sigma^+$ non poteva mai osservarsi in K^0 perché non sarebbe conservata la stranezza.

Il barione Σ deve essere un tripletto di isospin $\Rightarrow I = 1$, allora

ci sono tre possibilità per I_3 : $-1, 0, 1$. Sappiamo poi che

$B = 1, S = -1$

$\Rightarrow Q = I_3 + \frac{B}{2} + \frac{S}{2} \rightarrow 1 = I_3 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \Rightarrow I_3 = 1$ (per (Σ^+))

Il tripletto Σ e il singoletto Λ hanno gli stessi numeri quantici.

Si trova che Σ^0 può decadere per interazione EM conservando la stranezza.

Si osserva: $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda \gamma$ e che le Σ^\pm formano altri due doppietti diversi.

L'interazione forte conserva l'isospin, ma non la qualità dell'isospin, l'interazione forte conserva la carica, il numero bariónico e quello leptonico. Questo viene osservato sperimentalmente.

	Forse	Elect/Mag	Debole
ISOSPIN	SI	NO	NO
IPERCARICA	SI	SI	NO
STRANEZZA	SI	SI	NO
PARITÀ	SI	SI	NO

10 giugno 2010

Abbiamo visto che i neutrici hanno sempre carica $+1$, e gli anti-neutrici ce l'hanno pari a -1 . neutrici $S = -1$ anti-neutrici $S = 1$

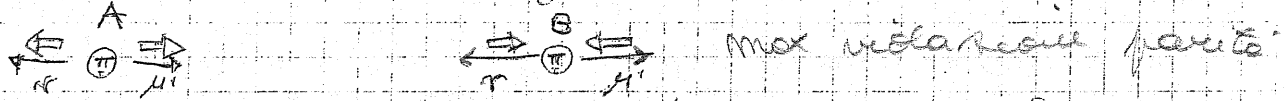
C'è un esempio importante per verificare il teorema CPT.

$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \bar{\nu}_\mu$ VERIFICA TEOREMA CPT

Si vede che si conserva la carica, il numero bariónico-leptonico e quello fermionico. Questo viene osservato sperimentalmente.

Lo spin del π^+ è 0, e quindi $S_{tot} = 0$.

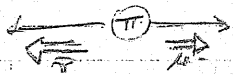
Se il π decade da fermo, o se viene col resto di un π allora per ottenere anche il J finale = 0 allora ci si possono aspettare solamente 2 configurazioni:



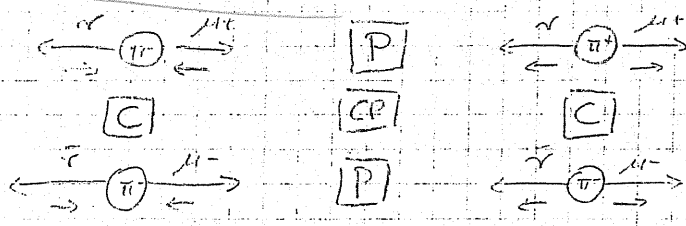
Quello che si osserva è sempre la seconda configurazione, e da questo si vede che per questo decadimento la violazione della parità è massima.

Il π^0 predice la reazione coniugata:

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}$$



La configurazione di carica non agisce sulla spin, e questa è una simmetria, quindi anche G è un autovalore dell'hamiltoniano, da questa discende da la interazione debole non sono autovalori dell'hamiltoniano.



La trasformazione del prodotto CP o PC si conserva.

Sia P che G non sono autovalori del sistema, lo è il prodotto, sia CP che PC produce allo stesso stato finale.

Particelle Strane

Si ritorna alla scoperta delle particelle strane scoperte dopo il 1947, queste avevano $S \neq 0$ tipiche delle interazioni forti, ma τ tipiche delle interazioni deboli.

Nella cascata K e Λ si conserva o si conserva $L = \delta PC$ e gli impulsi delle particelle cariche successivamente prodotte, e quindi se tutto ciò si risolve allo stesso invariante del K o del Λ .

Il decadimento $\pi^0 \rightarrow e^+ e^- \gamma$ è molto raro, dalla traccia però il γ assai più facile vedere perché non lascia segni nello scintillatore a volte. Misurando però l'impulso e la massa dell' e^+ ed e^- , confrontando poi la massa o l'impulso del π^0 si vedeva che mancava una particella per la conservazione del quadrimpulso.

Altre reazioni osservate sono:

$$\pi^- p \rightarrow K^0 + \Lambda^0$$

K^0 e Λ^0 a loro volta decadono in altre due particelle cariche (con carica opposta).

Le reazioni osservate erano:

- $\pi^- p \rightarrow \Lambda^0 + K^0$
- $\pi^+ n \rightarrow K^0 + \Lambda^0$
- $\pi^- p \rightarrow K^+ + K^- + p$
- $\pi^+ p \rightarrow K^+ + K^- + \Delta^{++}$

Si trova sperimentalmente: K^0 e Λ^0
 K^0 e K^-) hanno stranezza opposta
 K^+ e K^0
 K^- e Λ^0) hanno stranezza uguale

$\pi^- n \rightarrow K^- \Lambda^0$ come reazione mai osservata, dall'analisi di tutti questi decadimenti sono riusciti a costruire le relazioni di stranezza scritte sopra. Λ^0 ha $S = -1/2$, $Q_{em} = 0$ appicciano poi che Δ^0 è un ^{int. forte} barione di spin semi-intero, ha una carica totale nulla, è un singoletto di isospin ($I = 0, I_3 = 0$) con $J = 1/2, Y = 0, S = 1$

$Q = 0 = I_3 + \frac{B+S}{2} \Rightarrow$ si ricava che $I_3 = 0$ per la Λ^0 , ma se $I_3 = 0$ può essere sia un tripletto che un singoletto (in base al valore di I_{TOT}).

$\bar{u} = \bar{u} S \quad K^0 = \bar{d} S \quad \parallel$ caratterizzazione a quark

Ma gli esperimenti mostrano che particelle con stranezza opposta dovessero costituire un doppietto.

K e K^- essendo mesoni hanno $B=0$, hanno inoltre $Y=1$ (è sbagliato sulle slide)

$$\text{Per il } K^0: Q=0 = I_3 - \frac{1}{2} \Rightarrow I_3 = \frac{1}{2}$$

Applicando la coniugazione di carica otteniamo:

$$C|K^+\rangle = \alpha|K^-\rangle \quad \wedge \quad C|K^0\rangle = \alpha|\bar{K}^0\rangle$$

Vengono poi scoperti anche altri decadimenti:

$$\Sigma^- \rightarrow n \pi^-$$

$$\tau = 1.48 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

$$\Sigma^+ \rightarrow p \pi^0 \quad \vee \quad \Sigma^+ \rightarrow n \pi^+$$

$$\tau = 0.8 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

} τ da interazione deboli

Se osserviamo tre particelle che hanno circa la stessa massa allora può sembrare giusto pensare che formino un tripletto.

osservando la configurazione a quark delle Σ^0 , Σ^+ e Σ^- allora si conosce la loro spin che è pari a $S=1$.

si trova che il tripletto Σ è un tripletto di isospin: $I=1$, $I_3 = -1, 0, +1$. Le Σ^\pm decadono deboli, ma Σ^0 può decadere per interazione elettromagnetica: $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 \gamma$; in questo decadimento si deve conservare I_3 .

$\Sigma^+ \rightarrow p \gamma$ non può avvenire perché: $I_{3\Sigma} = 1$, $I_{3p} = \frac{1}{2}$ e quindi I_3 non si conserva e non può avvenire un decadimento elettromagnetico.

Se una S carica nel decadimento ecc. si dovrebbe aggiungere un mesone e quindi I_3 non si conserverebbe.

La periodicità delle interazioni dipende dalle famiglie di quark che prendiamo (cioè quale famiglia di quark costituisce la nostra particella).

nel 1964 venne proposto il modello a quark per le particelle nel primo ordine considerate elementari.

Il quark furono indicati con: u, d, s, c, b, t (u, d, s , strange, charm, top, bottom).

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

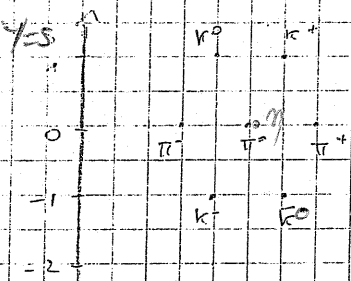
carica $\frac{2}{3}$

carica $-\frac{1}{3}$

Per esempio: protoni: uud
neutrone: udd

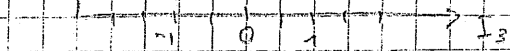
Se prendiamo un'interazione elettromagnetica, allora cosa può
trovare per interazione debole, perché la prima da
vincere in quanto: $\Gamma \sim 10^{-16}$ s per EM e $\Gamma \sim 10^{-10}$ s
per quella debole. Quindi la prima interazione che può
vincere è quella elettromagnetica.

Di scopi che per mesoni con $J=0$ e $S_{spin} = 0$, facendo il
plot di γ in funzione di I_3 ($\gamma = 8$ perché B per cui
sono è nulla).



$J^P = 0^-$ (spin dei quark è antiparallelo
valleto)

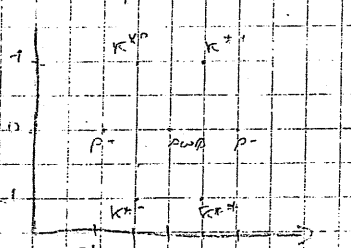
quark + antiquark?



Vuole predire un nuovo mesone con $J=0$: $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$

che doveva essere un singoletto.

Se gli spin dei quark invece di essere antiparalleli sono
paralleli allora diamo $J=1$ (il mesone si riferisce ad
una qualche parte).



quark + quark?

Le particelle ω e ϕ furono predette, con
misurate (nel 1961)

Questo grafico si può fare anche per i barioni con spin $\frac{1}{2}$, e
si aspetta allora delle particelle che di loro interazione hanno
2 quark e 1 invece che 1.

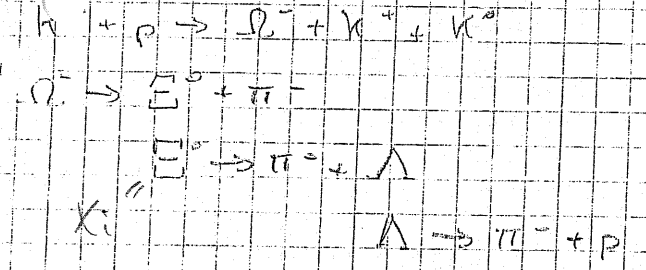
Se ora si prendono barioni con spin $\frac{3}{2}$, cioè lo spin di tutti

e se i quark che li compongono hanno spin tutti allineati allo stesso modo.

La spettroscopia per la vita media di tali particelle è dell'ordine di 10^{-13} s. Per il raggruppamento di prima elenca la spettroscopia una particella che contenga tre quark s.

Prima fu prodotta e poi osservata nel 1962, e l'unico modo di produrre che poteva fare era quella debole, infatti venne osservata la sua vita media: $\tau_{\Sigma^-} = 0,82 \cdot 10^{-10}$ s.

La reazione che produce l' Σ^- :



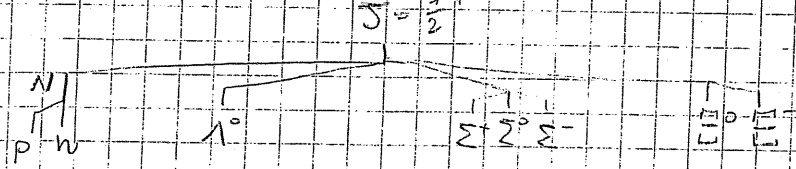
Dalla misura delle masse e degli impulsi di ognuna di queste particelle prodotte allora ci si ricostituiscono tutte le masse che non si conoscevano e le varie vite medie e che i quark sono identici allora si può avere spin intero uguale a $\frac{3}{2}$, se i quark non sono uguali allora

si possono ottenere spin $\frac{1}{2}$ o $\frac{3}{2}$. Per i barioni la relazione per la carica elettrica:

$$Q = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$$

e invece vogliamo fare una massa, si considerano solo i quark e quindi gli spin possibili sono solo: 0 o 1.

e predicevano l'ottetto barionico



spiega l'interazione elettromagnetica e quella forte allora esiste particella "colloso" in grado solo.

ESERCIZIO 1

- $p + n \rightarrow p + \Lambda^0$ Come mai non può avvenire se l'interazione è forte?

$\Lambda^0 = uds$
 tripletto di isospin

- si vede che una viene conservata la stranezza, una secondo I_3 e I .

• si trova lo per Λ^0 $I_3 = 0$

$$|0, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) = |p, \Lambda^0\rangle \quad \text{STATO FINALE}$$

$$|p, n\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1, 0\rangle - |0, 0\rangle) \quad \text{STATO INIZIALE} \quad |p, n\rangle + |n, p\rangle = |p, n\rangle - |n, p\rangle = |m\rangle$$

- $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^+ \pi^0$
 Il problema nasce qui la massa finale > massa iniziale
 in questo caso non si conserva la massa.

• $\Lambda^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ $\tau_{\Lambda} = 2.5 \cdot 10^{-10} s$

• si spiega da lo Λ^0 può decadere solo (quindi il numero non si conserva)

$\Lambda^0 = uds$ $S = -1$
 $K^+ = d\bar{s}$ $S = +1$
 Si non ha da conservarsi.

Inoltre viene violata anche il numero barionico

• $p + p \rightarrow K^+ \Sigma^+$ $K^+ = u\bar{s}$ $S = +1$
 $\Sigma^+ = uds$ $S = -1$

$B_B = 2$ $B_F = 1 \Rightarrow$ non si conserva il numero barionico
 * è un errore

$p + p = |1, 1\rangle$ $I_3 = 1$
 Σ^+ appartiene ad un tripletto di isospin $I = 1 \Rightarrow I_3 = 1$

Ma il K^+ ha $I_3 = \frac{1}{2}$ quindi I_3 non si conserva.

I quark si annichiscono, una volta prodotti, in modo da formare altre particelle osservabili: adroni, questa è l'unico modo per osservarli. Tutti i quark compaiono adroni

Quando si producono dei quark la costante di accoppiamento non è più solo quella e^+e^- ma anche quella forte.

Si era osservato che facendo collidere e^+ e e^- si ottenevano

leggi adiaci da dei leptoni e così viene superato il quark charm.

La particella S/V è formata da $c\bar{c}$ con massa 3.1 GeV , questa si decade e dai prodotti di decadimento viene in grado di creare la massa mancante di questo.

Però l'Hamiltoniana di interazione che riproduce tutto (come interagiscono le particelle) se si vuole mantenere il modello ipolitico allora deve esistere il Higgs, che permette di dare massa ai quark, se non si fosse detto si deve costruire modello.

oppure da i neutrini elettronici si possono convertire in due muonici. La teoria delle oscillazioni dei neutrini potrebbe risolvere il problema della massa mancante dell'universo.

	I_3	I
c	$+\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
u	$+\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

ISOSPIN DEI QUARK

In tutti gli altri quark sia I che I_3 hanno valore 0. Il modello che abbiamo oggi non dice che le uniche famiglie di quark sono quelle trovate, ce ne possono essere altre. Le particelle con u e s decadono per interazione forte come da S^0 .

Dominanz

Spurpartielle

$$\begin{matrix} 10 \\ 20 \end{matrix} C \quad (J=0^+)$$

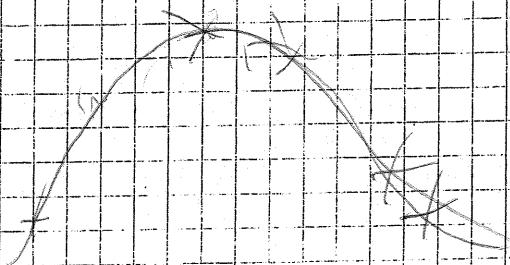
$$I_{+0} = 3 - 4 = +1$$

$$I_3 = 6 - 7 = -1$$

$$\begin{matrix} 10 \\ 20 \end{matrix} N \quad (J=1^+)$$

$$I_3 = 2 - 2 = 0$$

I



sempre conservate:

- energia
- momento angolare
- carica
- numero fermionico
- numero barionico
- numero leptonico
- quadrimpulso
- CxP

conservate in interazione forte ed e.m.:

- ipercarica (γ)
- stranezza
- parità
- C

conservato in interazione forte:

- isospin (t)

barioni e mesoni sono composti rispettivamente da 3 e 2 quarks (i quali hanno, ciascuno, spin $1/2$, e carica $(1/3)e$ e $-(2/3)e$).

gli adroni (cioè la classe di barioni e mesoni) possono interagire per int. forte; i leptoni non possono invece interagire per int. forte, né possono essere confinati in nuclei.

sia adroni che leptoni possono interagire e.m. e debole.

vite medie medie:

- interazione forte $\sim 10^{(-24)} - 10^{(-22)}$ s
- interazione e.m. $\sim 10^{(-20)} - 10^{(-16)}$ s
- interazione debole $\sim 10^{(-13)} - 10^3$ s

Numero barionico: $1/3$ per i quark, $-1/3$ per gli antiquark. Di conseguenza:

- nucleoni $\rightarrow B = 1$ (e: antinucleoni $\rightarrow B = -1$)
- mesoni $\rightarrow B = 0$ (quark + antiquark)

I leptoni hanno carica intera:

- -1 per elettrone, muone e tau (+1 per le loro antiparticelle)
- 0 per i corrispondenti neutrini

I quarks hanno carica semiintera:

- $-1/3$ per bottom, strange e down
- $2/3$ per top, charm ed up

~~Scrittura cancellata~~

protoni } parità intrinseca +1
 neutroni }

$\pi^- \rightarrow J^P = 0^-$ $\pi^+ \rightarrow J^P = 0^-$ $\pi^0 \rightarrow J^P = 0^-$

I nucleoni sono un doppietto di isospin; $I_z(p) = 1/2$ $I_z(n) = -1/2$

I π sono un tripletto di isospin; $I_z(\pi^+) = 1$ $I_z(\pi^-) = -1$ $I_z(\pi^0) = 0$

ISOSPIN

$$[I_x, I_y] = i I_z \dots$$

$$\hat{I}^2 = I(I+1)$$

$$|I_z| \leq I$$

~~Scrittura cancellata~~

	Spin intero	Spin semi-intero	
Int. forte	Mesoni	Barioni	Adroni
No int. forte		Leptoni	
	Bosoni	Fermioni	

Ogni particella che interagisce forte ha un numero quantico chiamato stranezza (S).

$\Xi^- \rightarrow S = -2$

protoni } $S=0$
 neutroni }

$K^+ \rightarrow S = +1$
 $K^- \rightarrow S = -1$ (anti- K^+)
 $K^0 \rightarrow S = +1$?

Δ
 Σ } $S = -1$

Si conserva la somma delle S_i (in interazione forte ed em)

Doppietti di isospin: (K^+, K^0) e (\bar{K}^0, K^-)

- Int. forte conserva stranezza, isospin
- Int. em conserva stranezza, permette variazioni unitarie di isospin
- Int. debole viola l'isospin e permette una variazione unitaria della stranezza

Relazione di Gell-Mann - Nishijima $q = I_z + \frac{1}{2}(B+S)$

p, n, Λ, Σ e Ξ sono barioni (e quindi fermioni).

$\Lambda \rightarrow I=0$ $K \rightarrow$ spin 0 $\Sigma, \Xi \rightarrow J^P = \frac{3}{2}^+$

Σ sono un tripletto di isospin ?
 Ξ sono un doppietto di isospin ?

$\eta \rightarrow$ massa 546 MeV

$\eta \rightarrow \begin{matrix} \pi^+ \pi^- \pi^0 \\ \pi^0 \pi^0 \pi^0 \\ \gamma \gamma \end{matrix}$ } NO int. forte perché il 3^0 e Ξ^0 e di larghezza comparabile ai primi.

$K^* \rightarrow J^P = 1^-$

$\phi \rightarrow$ tripletto di isospin, mesone

barioni di spin $1/2$: $p, n, \Lambda, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Xi^0, \Xi^-$

$\Omega^- \rightarrow J^P = \frac{3}{2}^-, m = 1680 \text{ MeV}$

Gell-Mann propone l'esistenza dei quark ~~($\frac{1}{3}$ frazionemente)~~

Mesoni: quark + anti-quark; barioni: 3 quark

$$I_{percezione} = Y = B + S$$

$$\Rightarrow q = I_z + \frac{Y}{2}$$

Quark e leptoni hanno parità $+1$,

le loro antiparticelle -1

I fotoni hanno parità -1 \leftarrow TUTTI I BOSONI

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1,44 \text{ eV} \cdot \text{mm}$$