

- 13/02/12 Esercitazione cinematica
- 14/02/12 Esercitazione cinematica - s.d.r. di Breit - s, t, u
- 17/02/12 Esercitazione - classif. particelle
- 20/02/12 Esercitazione - simmetrie
- 21/02/12 Esercitazione - intro neutrini - m_ν
- 24/02/12 Esercitazione - m_ν
- 27/02/12 Esercitazione - equ. Dirac - prescr. $i\epsilon$
- 02/03/12 Esercitazione - Rutherford relativistico
- 05/03/12 Lez: teoria dello scattering
- 06/03/12 Lez: matrice S
- 09/03/12 Lez: scattering scalare su scalare
- 12/03/12 Lez: scattering $e - \pi$ ed $e - \mu$
- 13/03/12 Esercitazione: scattering $e - p$, fattori di forma
- 16/03/12 Ese.: fattori forma $p +$ Lez: $e^+e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$, intro D.I.S.
- 19/03/12 Esercitazione: oscillazione neutrini
- 20/03/12 Esercitazione: esperimenti oscillazione ν
- 23/03/12 Esercitazione: ν solari
- 26/03/12 Lez: ϕ invariante, intro D.I.S.
- 27/03/12 Esercitazione: misura R, esp. Tasso
- 30/03/12 Lez: D.I.S., partoni, scaling
- 16/04/12 Lez: D.I.S., fotoproduzione adronica
- 17/04/12 Lez: f. di struttura, strutt. a quark di n e p
- 20/04/12 Esercitazione: scattering $e^- - \pi^-$, F_π
- 23/04/12 Lez: σ_p v/s σ_n , modello a quarks, gluoni, intro int. deb.
- 24/04/12 Lez: collider adronici/leptonici, intro int. deb.
- 27/04/12 Lez: Drell-Yan, $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$
- 04/05/12 Lez: chiralita'/elicitati, propagatore W
- 07/05/12 Lez: corrente carica/neutra, Cabibbo, $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$
- 08/05/12 Esercitazione: matrice densita', $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$, $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$

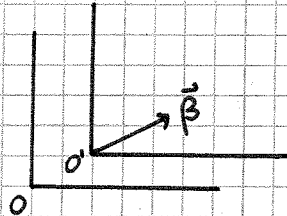
- 11/05/12 Lez: meccanismo G.I.M.
- 14/05/12 Esercitazione: esercizi d'esame
- 15/05/12 Lez: scattering $e - \nu_e$, D.I.S. neutrini
- 21/05/12 Esercitazione: int. elettrodebole, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ (2°)
- 22/05/12 Esercitazione: 2°, asimmetrie
- 28/05/12 Esercitazione[?]: matrice Cabibbo
- 29/05/12 Lez: violazione CP, Cabibbo 3×3

Prime due settimane di corso = esercitazioni.

Esercitatrici: stefano.bettarini@pi.infn.it 1° piano 2-15
 Celi
 Paoloni

Esame: orale

ESERCITAZIONE - CINEMATICA RELATIVISTICA



$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$E = \gamma (E' + \beta P'_{\parallel}) = \gamma (E' + \beta P' \cos \theta')$$

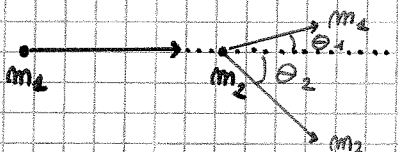
$$P \cos \theta = P_{\parallel} = \gamma (P'_{\parallel} + \beta E') = \gamma (P' \cos \theta' + \beta E')$$

$$P \sin \theta = P_{\perp} = P'_{\perp} = P' \sin \theta'$$

$$\text{tg} \theta = \frac{P' \sin \theta'}{\gamma (P' \cos \theta' + \beta E')} = \frac{\sin \theta'}{\gamma (\cos \theta' + \beta \frac{E'}{P'})} \quad \text{con} \quad \beta \equiv \frac{P'}{E'}$$

Si vede quindi che \exists un angolo limite, che si trova imponendo nulla la derivata di $\text{tg} \theta$.

Prendiamo un urto:



(urto elastico)

Gli angoli θ_1 e θ_2 sono esprimibili come funzioni degli

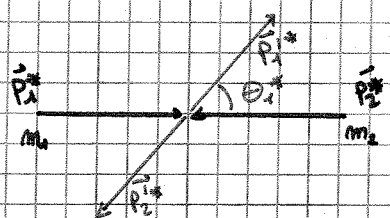
invarianti del processo.

$$P_1 \cdot P_2 = E_1 E_2 - \cos \theta_{12} |\vec{P}_1| |\vec{P}_2|$$

$$E_1 = \frac{1}{m_2} P_1 \cdot P_2 \quad \text{lo stesso per } E_2 \dots$$

Ne risulta una combinazione di invarianti = $\cos \theta_{12}$.

Nel centro di massa:



$$\vec{\beta}_{CM} = \frac{\vec{P}_2}{E_2 + m_2}$$

$$\gamma_{CM} = \frac{E_2 + m_2}{\sqrt{s}} = \frac{E_1 + m_2}{|(P_1 + P_2)|}$$

$$\gamma_{CM} \beta_{CM} = \frac{\vec{P}_2}{\sqrt{s}}$$

Quanti parametri occorrono per descrivere un processo ad N particelle, trascurando gli spin? $\#_i + \#_f \equiv N$

$$4N - N - 4 - 3 - 3 = 3N - 10$$

↑ quadrivettori ↑ $\sum_i P_i = \sum_f P_f$ ↑ Invariante sotto Lorentz: 3 boosts e 3 rotazioni

In generale, le quantità minime che servono a descrivere il processo sono $3N - 10$, dove N è il numero di particelle iniziali più il numero di particelle finali.

Nel nostro caso cosa scegliamo?

$$s = (P_1 + P_2)^2 = (P_1' + P_2')^2$$

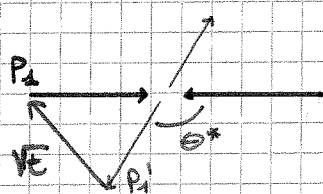
Ma dalla relazione $P_1 + P_2 = P_1' + P_2'$ possiamo costruire anche:

$$t = (P_1 - P_1')^2 = (P_2' - P_2)^2$$

$$u = (P_2 - P_2')^2 = (P_1' - P_1)^2$$

$$\text{con } s + t + u = \sum_{i=1}^4 m_i^2$$

Per un urto elastico a 2 particelle basta scegliere due variabili tra s, t ed u (variabili di Mandelstam).

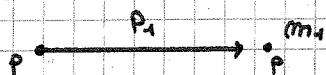


$$t = (P_1 - P_1')^2 = -4 P^{*2} \sin^2 \frac{\theta^*}{2}$$

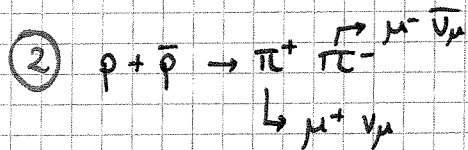
$$s = (P_1 + P_2)^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2 P_1 \cdot P_2$$

L'utilizzo di invarianti è molto utile per risolvere problemi in soglia.

Saigret 1955 → scoperta antiprotone.



Qual è l'energia minima richiesta per produrre un \bar{p} ? ①



Questi sono 3 esempi di reazioni in soglia. Risolvere 2 e 3.



$$s = (P_1 + P_2)^2 = [(m + T_1, \vec{p}') + (m, \vec{0})]^2 = (4m)^2$$

La soglia si ha quando $\bar{p} + 3p$ sono prodotti da fermi nel sistema del centro di massa (nel laboratorio non è possibile!).

$$(2m)^2 + T_1^2 + 4mT_1 - |P_1|^2 = 4m^2$$

$$T_1^2 + 2mT_1 + m^2 - E_1^2 = 12m^2$$

$$T_1^2 + \frac{2mT_1}{1} - m^2 - T_1^2 - 2mT_1 + m^2 = 12m^2$$

2. $T_1 = 6m$

$$\hbar = c = 1 \Rightarrow 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm} = 1$$

\Rightarrow Se sono confinato in un fm ho un impulso (impulso di Fermi) di 197 MeV.

Rifare l'esercizio con il bersaglio dotato di un impulso di Fermi, la soglia si abbassa.

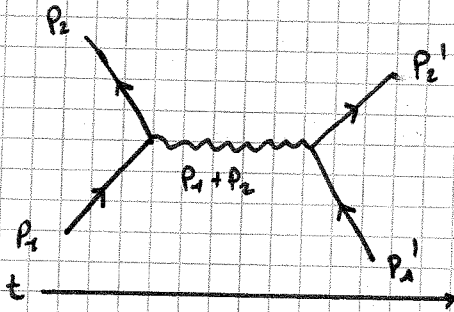


grafico nel canale s ($q = p_1 + p_2$)

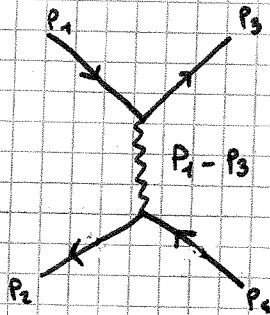
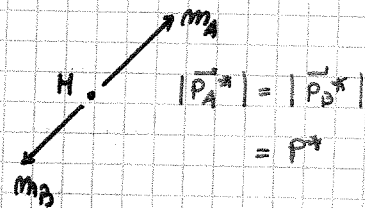


grafico nel canale t ($q = p_1 - p_1'$)

Cambiamo notazione: $\sqrt{s} \rightarrow M$

$$p^* = \frac{[M^2 - (m_A - m_B)^2] [M^2 - (m_A + m_B)^2]}{4M^2}$$



Dimostriamo questa formula.

$$M = \sqrt{p^*{}^2 + m_A^2} + \sqrt{p^*{}^2 + m_B^2}$$

$$(M - \sqrt{p^*{}^2 + m_A^2})^2 = p^*{}^2 + m_B^2$$

$$\left(\frac{M^2 - m_A^2 - m_B^2}{2M} \right)^2 = p^*{}^2 + m_A^2$$

$$p^*{}^2 = \frac{[M^2 + m_A^2 - m_B^2]^2 - 4M^2 m_A^2}{4M^2}$$

Per simmetrizzare il numeratore si usa $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$:

$$p^*{}^2 = \frac{1}{4M^2} [M^2 + m_A^2 - m_B^2 + 2Mm_A] [M^2 + m_A^2 - m_B^2 - 2Mm_A] =$$

$$= \frac{1}{4M^2} [(M + m_A)^2 - m_B^2] [(M - m_A)^2 - m_B^2] =$$

$$= \frac{1}{4M^2} [(M + m_A + m_B)(M + m_A - m_B)(M - m_A + m_B)(M - m_A - m_B)] =$$

$$= \frac{1}{4M^2} [M^2 - (m_A + m_B)^2] [M^2 - (m_A - m_B)^2]$$

Esercizio Dimostrare direttamente che $\frac{d^3\vec{p}}{p^0}$ è Lorentz-invariante.

$$\frac{d^3\vec{p}}{p^0} = \frac{d^3\vec{p}'}{p^0'}$$

$dt = \gamma dT$ Dilatazione dei tempi.
 sistema del lab.

$dL = \frac{dL'}{\gamma}$ le lunghezze sono misurate allo stesso istante!

Esercizio



1, 2, 3 scalari \Rightarrow decadimento isotropo
 $\Rightarrow \frac{1}{N} \frac{dN}{d(\cos\theta^*)} = \text{costante}$.

Calcolare $\frac{1}{N} \frac{dN}{dE_{lab}}$. Ci saranno un E_{min} ed un E_{max} .

Esercizio $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ Calcolare l'angolo minimo tra i due fotoni nel sistema del laboratorio. Questo è importante nella determinazione della segmentazione dei rivelatori per questo tipo di reazioni.

14/02/2012

Orario: Lunedì: aula V1 14:00 - 16:00
 Martedì: aula V1 09:00 - 11:00
 Venerdì: aula V1 09:00 - 11:00

Esercizio $e^- \xrightarrow{9\text{ GeV}} \leftarrow e^+$

$$M_{Y(\psi)} = 10.58 \text{ GeV}$$

$$\Gamma_{Y(\psi)} = 20 \text{ MeV} \rightarrow \begin{matrix} B^+ B^- \\ B^0 \bar{B}^0 \end{matrix}$$

$$\tau_{B^0} = 1.5 \cdot 10^{-12} \text{ s}$$

$$m_{B^0} = 5.279 \text{ GeV}$$

1. A che energia si produce la Y ?
2. p^* , $\lambda^* = ?$
3. Nel sistema del lab. quanto vale la lunghezza di decadimento λ ?
4. Com'è la topologia dell'evento tipico?

1 - Il primo fascio ha energia 9 GeV. L'altro (positroni) ha energia x . Quanto vale x ?

$$\sqrt{s} = 10.58 \text{ GeV}$$

$$(p_{e^+} + p_{e^-})^2 = s$$

$$p_{e^-} = (9 \text{ GeV}, \vec{p}_{9 \text{ GeV}}) = (E_{e^-}, 0, 0, E_{e^-})$$

$$p_{e^+} = (E_{e^+}, 0, 0, -E_{e^+}) = (x, 0, 0, -x)$$

$$(p_{e^+} + p_{e^-})^2 = (\bar{E} + X, 0, 0, E - X)^2 = E^2 + X^2 + 2EX - E^2 - X^2 + 2EX$$

$$4EX = \Delta \quad X = \frac{\Delta}{4E} = \frac{M^2}{4E} \approx \frac{10^2}{36} \approx 3,1 \text{ GeV}$$

$X \gg m_e \Rightarrow$ l'assunzione $p_{e^+} = E_{e^+}$ era corretta.

E' la configurazione piú efficiente per produrre una risonanza? No, conviene mettersi nel centro di massa.

2 - P^* (impulso nel centro di massa) (del prodotto di decadimento B^0)

$$NB.: M_Y = 2M_B + 22 \text{ MeV}$$

$$P^{*2} = \frac{1}{4M^2} [M^2 - (0)^2] [M^2 - (2M_B)^2] \Rightarrow P^* = \frac{M}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{2M_B}{M}\right)^2} \approx 330 \text{ MeV}$$

λ^* : quanto spazio percorrono ~~le risonanze~~ ^{il B^0} nel C.M.?

$$\lambda^* = \gamma\beta c \tau_B \quad \gamma, \beta \text{ del } B^0!$$

$$= \frac{P^*}{m_B} c \tau_B$$

$$c\tau = 1.5 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^8 = 450 \mu\text{m} \quad \beta\gamma < 1/10 \Rightarrow \lambda^* \approx 50 \mu\text{m}$$

3- la separazione dei vertici è molto piccola. Se invece

dò un boost alla Y ? Nel sistema del lab. la Y

prende un impulso di $9-3=6 \text{ GeV}$. Approssimiamo: $P^* \approx 0$

\Rightarrow i B prendono lo stesso boost della Y .

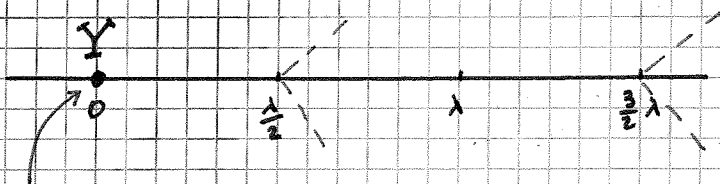
$$\lambda = (\gamma\beta)_Y c \tau_B = \frac{P_Y}{M_Y} c \tau_B = \frac{6}{10.6} \cdot 450 \mu\text{m} \approx 250 \mu\text{m}$$



Ha 2 prodotti di decadimento con la stessa $\lambda \Rightarrow$ dopo $\lambda/2$

in media decade il primo. Da questo punto in

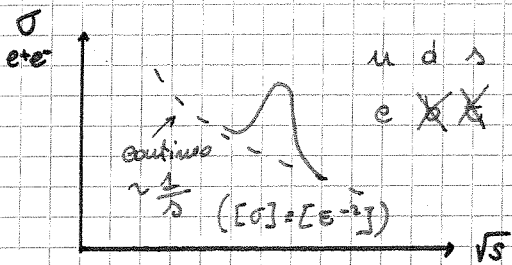
poi, in media dopo uno λ decade l'altro.



Dal punto d'interazione e^+e^- non vedo uscire nulla (se lavoriamo in soglia si crea solo la Y).

Si può studiare la simmetria CP studiando Δz tra i vertici, con un B che decade in leptone e l'altro in un auto stato di CP.

Δz è l'osservabile di questo esperimento. $\langle \Delta z \rangle = 1$



I quark leggeri sono u, d, s
 C'è un fondo costituito da
 altri eventi dal continuo, ma
 i prodotti (mesoni tipo π)
 avrebbero vita media e

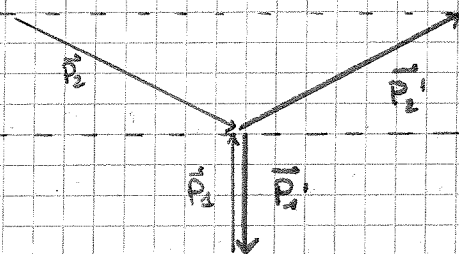
quindi lunghezza di decadimento molto più lunga.
 Invece le vite medie dei mesoni chiamati sono paragonabili
 con quelle di B .

$$B^0 (db) \rightarrow e^- \nu$$

$$B^0 (db) \rightarrow e^+ \nu$$

SISTEMA DI BREIT (BRICK WALL)

Stiamo considerando l'urto tra due particelle P_1 e P_2 .



L'urto è elastico.

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_1' = 0$$

$$P_1 \equiv (E_1, \vec{p}) \quad P_1' \equiv (E_1, -\vec{p})$$

$$P_1 + P_2 = P_1' + P_2'$$

$$P_1 - P_1' = (0, 2\vec{p}) = P_2' - P_2$$

$$P_2 = (E_2, \vec{p}_2)$$

$$P_2' = (E_2, \vec{p}_2')$$

$$|\vec{p}_2| = |\vec{p}_2'|$$

Solo la componente ortogonale al wall cambia segno.

In questo sistema di riferimento la trattazione della
 particella 1 è più semplice che nel c.m.. Essa subisce
 uno scattering di 180° .

$$(\vec{p}_2 + \vec{p}_2') \cdot 2\vec{p} = 0$$

$$t = (P_2 - P_2')^2 = -(\vec{p}_2 - \vec{p}_2')^2 = -2|\vec{p}_2|^2(1 - \cos \Theta_{\text{Breit}})$$

Θ_{Breit} = angolo tra \vec{p}_2 e \vec{p}_2'

Avevamo definito:

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4$$

$$m_1 \ m_2 \quad m_1 \ m_2$$

$$s = (P_1 + P_2)^2 = (P_3 + P_4)^2 \rightarrow \text{en. nel c.m.}$$

$$t = (P_1 - P_3)^2 = (P_4 - P_2)^2 \rightarrow \text{impulso trasferito}$$

$$u = (P_1 - P_4)^2 = (P_3 - P_2)^2$$

Vogliamo generalizzare: RELAZIONI DI CROSSING.

$$\text{I) } 1 + 2 \rightarrow 3 + 4$$

$$\text{II) } 1 + \bar{3} \rightarrow \bar{2} + 4$$

$$\text{III) } 1 + \bar{4} \rightarrow \bar{2} + 3$$

Supponiamo ad esempio: $1, 3 = e^-$ $2, 4 = \tau$

La particella coniugata ha tutti i numeri quantici invertiti e l'impulso scambiato di segno.

$$\text{I) } e^+ \tau \rightarrow e^- \tau$$

$$\text{II) } e^+ e^- \rightarrow \tau \tau$$

$$\text{III) } e^- \tau \rightarrow e^+ \tau$$

Se invece $1, 2, 3, 4 = e^-$:

$$\text{I) } e^- e^- \rightarrow e^- e^- \quad (\text{Bhabha})$$

$$\text{II) } e^- e^+ \rightarrow e^- e^+$$

$$\text{III) } e^- e^+ \rightarrow e^- e^+$$

Se $1, 3 = e^-$, $2, 4 = \mu^-$:

$$\text{I) } e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-$$

$$\text{II) } e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$$

$$\text{III) } e^+ \mu^+ \rightarrow e^- \mu^+$$

Questa operazione si chiama CROSSING.

E' possibile anche scambiare il verso della freccia:

ad esempio $\bar{3} + 4 \rightarrow 1 + 2$.

E' possibile anche, se e cinematicamente

permesso, il decadimento a tre corpi: ad

esempio $1 \rightarrow \bar{2} 3 4$.

Posso definire i seguenti invarianti cinematici:

particelle iniziali: $p_a = q_a$ (non sono 4-impulsi fisici)

particelle finali: $p_a = -q_a$

$$q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = 0$$

Vogliamo trovare la regione cinematica ammessa per

questi quadrimpulsi -

$$(p_a + p_b)^2 \geq (m_a + m_b)^2$$

$$p_a \cdot p_b \geq m_a m_b$$

$$(p_a - p_b)^2 = m_a^2 + m_b^2 - 2 p_a \cdot p_b$$

$$\leq (m_a - m_b)^2$$

Ho quindi le condizioni:

$$s \geq (m_1 + m_2)^2$$

$$s \geq (m_3 + m_4)^2$$

$$t \leq (m_1 - m_3)^2$$

$$t \leq (m_2 - m_4)^2$$

$$u \leq (m_1 - m_4)^2$$

$$u \leq (m_2 - m_3)^2$$

Queste valgono per la reazione I: canale s

Se considero la reazione II:

$$s \leftrightarrow t \quad 2 \leftrightarrow 3 \quad u \leftrightarrow u$$

Otengo invece la reazione III con:

$$s \leftrightarrow u \quad 2 \leftrightarrow 4 \quad t \leftrightarrow t$$

Voglio trovare una relazione generale. Introwco:

$$\begin{aligned} \epsilon_{abcd} = & +1 \text{ permutazioni pari} \\ & -1 \text{ permutazioni dispari} \\ & 0 \text{ indici uguali} \end{aligned}$$

$$L_a \equiv \epsilon_{abcd} q_1^b q_2^c q_3^d \quad (\text{è un vettore space-like})$$

~~Se la particella~~

Verificare che $L_a^2 = L_a L^a \leq 0$.

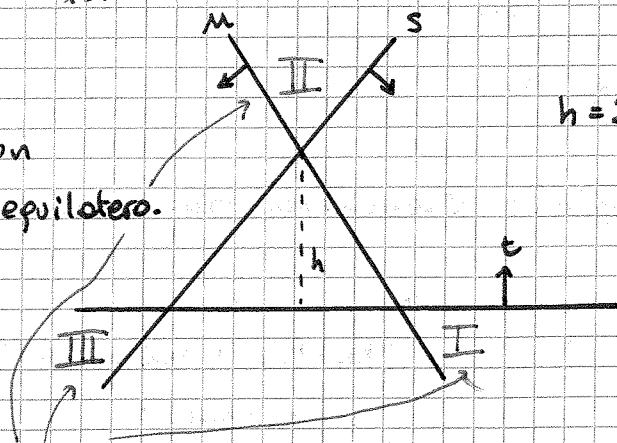
$\epsilon_{abcd} \epsilon^{ajkl}$ è un tensore a 6 componenti.

Si ottiene:

$$stu \geq as + bt + cu$$

$$a = \frac{(m_1^2 m_2^2 - m_3^2 m_4^2)(m_1^2 + m_2^2 - m_3^2 - m_4^2)}{\sum_{i=1}^4 m_i^2}$$

Questo è un triangolo equilatero.

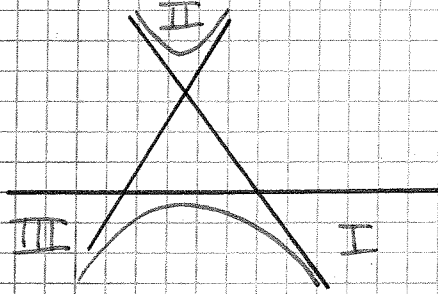


$$h = \sum_i m_i$$

Queste sono le regioni dove ci troviamo per $m_1 = m_2 = m_3 = m_4$.

luce nel caso: $m_1 = m_3 = m$, $m_2 = m_a = \mu$:

$$\Delta u t \approx (m^2 - \mu^2)^2 t$$



17/02/2012

eugenio.paoloni@pi.infn.it

CLASSIFICAZIONE DELLE PARTICELLE

MQ \Rightarrow particella \neq punto materiale

= elemento fisico univocamente determinata da N, T , e numeri quantici.

La classificazione delle particelle risente del fatto che la conoscenza si è sviluppata per circa 120 anni.

1895 Scoperta della radioattività: Röntgen scopre la radiazione X \Rightarrow scoperta della radiazione elettromagnetica non visibile.

Massa delle particelle componenti: raggi X:
 $m_\gamma \leq 10^{-18}$ eV

1896 Becquerel: sali di uranio impressionano lastre fotografiche. Queste "emanazioni" si compongono con:

α : poco penetranti: $m_\alpha \approx 4$ GeV

β : mediamente penetranti: $m_e \approx 0.511$ MeV

γ : penetranti:

1897 Thompson osserva i raggi catodici; misurando e/m capisce che sono composti da una singola particella, che chiama "elettrone". Successivamente Millikan, con l'esperimento della goccia d'olio, misura la carica elementare \Rightarrow determinata indirettamente anche la massa m_e .

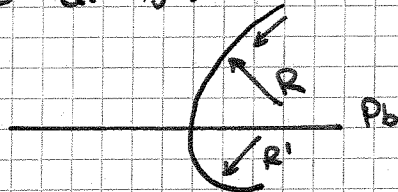
1917 Rutherford scopre il protone: $m_p = 0,938 \text{ GeV}$.
Si decise di chiamare "pesanti" le particelle con $M \geq 10 \text{ MeV}$ e "leggere" le altre.

1928 Dirac scrive l'equazione che prevede l'esistenza del positrone.

1930 Pauli, studiando il decadimento β , ipotizza l'esistenza del neutrino.

1932 Chadwick scopre il neutrone; la cosa era confusione perché è infinitamente più pesante della particella predetta da Pauli:
Fermi: "neutrone" = neutra + $m \approx m_p$
chiama anche "neutrino" quella di Pauli.

1932 Andersen scopre il positrone con una camera a nebbia in un campo magnetico -
Introdusse una lastra di piombo per rallentare la particella e poter misurare il senso di \vec{v} :



1935 Per spiegare la forza tra i nucleoni, Yukawa prevede l'esistenza del pione, di massa intermedia tra i leptoni e i barioni.

1936 Anderson scopre nei cosmici una particella di massa $\approx 100 \text{ MeV} \Rightarrow$ la chiama "mesone" o "mesotrone" pensando che fosse quella di Yukawa. Successivamente si scopre che quella particella non aveva le interazioni predette da Yukawa (è il μ). "Il mesone chi l'ha ordinato?" \Leftarrow non si riusciva a piazzare il μ nel modello dei costituenti della materia.

1947 Powell - Occhialini - Lattes, portando emulsioni fotografiche portate sulle montagne, scoprono nei cosmici i mesoni π^+ e π^-
($m_\pi = 140 \text{ MeV}$)

- 1947 Scoperta dei mesoni K : $m_K \approx 400 \text{ MeV}$. Il nome "mesone" deriva dal fatto che la massa non è né barionica né leptonica.
- 1950 Ad un ciclotrone si osserva $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, e il π^0 viene identificato come terzo membro del tripletto predetto da Yukawa.
- Nei 12 anni successivi il numero di particelle elementari osservate esplode.
- 1961 Murray - Gell Mann propongono la Eightfold Way, $SU(3)$, come metodo per classificare le particelle a seconda dei numeri quantici.
- 1956 Osservato $\bar{\nu}_e$
- 1960 I $\bar{\nu}_e$ solari sono circa $\frac{1}{2}$ di quelli che ci si aspettava dai modelli.
- 2007 Conferma che i neutrini, negli 8 minuti del tragitto sole-terra, oscillano.
- 1962 Lev Okun propone la classificazione in:
- leptoni ($e^-, e^+, \bar{\nu}_e, \nu_e, \mu^+, \mu^-$)
 - adroni ($p, n, \pi^+, \pi^-, \pi^0, k, \dots$)
 - fotone
- 1968 Glashow - Weinberg - Salam propongono un modello per le interazioni elettrodeboli, che spieghere anche i decadimenti di μ e π
- 1974 Ting e Richter scoprono indipendentemente la J/ψ : $m_{J/\psi} \approx 3,096 \text{ GeV}$. Rivoluzione di Novembre: $J/\psi \notin SU(3)$. È la prima comparsa di uno stato legato contenente il quark c .
- 1975 Scoperta di Z ($m_Z = 91,187 \text{ GeV}$) dal gruppo di Perle - Sedr. Viene classificata tra le particelle leggere nonostante sia più pesante del protone.
- 1977 Il gruppo di Lederman scopre la Υ ($m_\Upsilon = 9,46 \text{ GeV}$)
(...)
- 1995 Al Fermilab viene osservato il quark top.

LEPTONI

particelle	$\begin{bmatrix} \nu_e & \nu_\mu & \nu_\tau \\ e^- & \mu^- & \tau^- \end{bmatrix}$	Convenzione: ∇ doppietto si mette prima la particella con carica più alta.
antiparticelle	$\begin{bmatrix} e^+ & \mu^+ & \tau^+ \\ \bar{\nu}_e & \bar{\nu}_\mu & \bar{\nu}_\tau \end{bmatrix}$	

Si assegna il numero leptonico $+1$ alle particelle e -1 alle antiparticelle \Rightarrow il numero leptonico è conservato.

Fino all'osservazione del deficit di neutrini solari si credeva che anche il numero leptonico di famiglia fosse conservato. Invece questa è una simmetria approssimata.

N.B.: il numero leptonico è una simmetria a livello perturbativo. \exists effetti non perturbativi per i quali L non è conservato.

Tutti i leptoni hanno $s = 1/2$.

MESONI

Hanno momenti angolari diversi, sono bosoni.

Vediamo i mesoni SCALARI ($s=0$):

$[\pi^-, \pi^0, \pi^+]$	$m \approx 140 \text{ MeV}$
$[K^0, K^+]$	$m \approx 490 \text{ MeV}$
$[K^-, \bar{K}^0]$	" "

BARIONI

Hanno spin semi-intero. Si osserva che anche il numero di barioni è costante prima e dopo la reazione.

Saigret \rightarrow scoperta anti-protoni. Infatti anche queste particelle sono descritte dall'equazione di Dirac.

n	p	$B = +1$
\bar{n}	\bar{p}	$B = -1$

\exists decine di altri barioni (che non sono costituenti della materia ordinaria).

BOSONI VETTORI

Hanno spin $S=1$: γ W^\pm Z^0

20/02/2012

	Parità	Carica	temporale
\vec{x}	$-\vec{x}$	\vec{x}	\vec{x}
t	t	t	$-t$
$\vec{p} = m \frac{d\vec{x}}{dt}$	$-\vec{p}$	\vec{p}	$-\vec{p}$
$\vec{E}(\vec{x}, t)$	$-\vec{E}(-\vec{x}, t)$	$-\vec{E}(\vec{x}, t)$	$\vec{E}(\vec{x}, t)$
$\vec{B}(\vec{x}, t)$	$\vec{B}(-\vec{x}, t)$	$-\vec{B}(\vec{x}, t)$	$-\vec{B}(\vec{x}, -t)$
$\varphi(\vec{x}, t)$	$\varphi(-\vec{x}, t)$	$-\varphi(\vec{x}, t)$	$\varphi(\vec{x}, -t)$
$\vec{A}(\vec{x}, t)$	$-\vec{A}(-\vec{x}, t)$	$-\vec{A}(\vec{x}, t)$	$-\vec{A}(\vec{x}, -t)$

Cosa succede a livello quantistico? Bisogna vedere cosa succede alle funzioni d'onda ed all'Hamiltoniana
Teorema di Shur \Rightarrow i livelli energetici dell'atomo sono classificati in base alla loro parità.

In fisica delle particelle abbiamo a che fare con un numero variabile di particelle - Rappresentiamo ogni particella con:

$$|\vec{k}_1, \vec{\sigma}_1, n_1\rangle$$

\uparrow \uparrow \uparrow
 impulso spaziale spin tipo

Per uno stato a più particelle:

$$P |\vec{k}_1, \vec{\sigma}_1, n_1, \vec{k}_2, \vec{\sigma}_2, n_2, \dots, \vec{k}_n, \vec{\sigma}_n, n_n\rangle =$$

$$= \eta_{n_1} \dots \eta_{n_n} |-\vec{k}_1, \vec{\sigma}_1, n_1, \dots, -\vec{k}_n, \vec{\sigma}_n, n_n\rangle$$

Applicando la parità due volte ogni fattore di fase viene elevato al quadrato:

$$P^2 |i\rangle = \eta_1^2 \eta_2^2 \dots \eta_n^2 |i\rangle$$

È possibile ridefinire i vettori della base affinché i fattori di fase abbiano una forma più semplice?

Se abbiamo a che fare con tipi diversi di particelle, come esse guardano quali sono le simmetrie del sistema. Ad esempio, in elettrodinamica le quantità B, L, Q sono invarianti se moltiplichiamo tutti i

campi per un fattore $e^{i\alpha A + i\beta L + i\gamma B}$

$$P^2 \propto \mathbb{1} \Rightarrow P^2 \equiv e^{i\alpha G} \quad I_P \equiv e^{-\frac{i\alpha}{2} G}$$

$$(PI_P)(PI_P) = P^2 e^{-i\alpha G} = \mathbb{1}$$

$$P' \equiv PI_P \Rightarrow P'^2 = \mathbb{1}$$

Con questa ridefinizione, lo spettro degli autovalori di P' è ± 1 .

Questo si può fare se P^2 è una simmetria continua. Non è possibile usare questo procedimento per simm. discrete.

Weinberg notò che la parità di un numero $\#$ di fermioni è conservata.

$$\text{parità } \# F \text{ conservata} \quad (-1)^F$$

$$\# F = \# B + \# L$$

Si può ricavare questa simm. discreta in termini di conservazione di num. bar. e num. lep., che sono simm. continue.

Se \exists i neutrini di Majorana questo non funzionerebbe:

$$\nu_{\text{Majorana}} \Rightarrow F = 1 \quad B + L = 0$$

(perché il ν_{Majorana} ha massa, ergo non rientra nei leptoni previsti dal M.S.)

Torniamo al M.S. (con neutrini di Dirac): $\eta = \pm 1$

$S = 0$		$S = 1/2$	$S = 1$
scalari	pseudoscalari:		
$\eta_P = \eta_{\bar{P}} = +1$	$\eta_P = \eta_{\bar{P}} = -1$	$\eta_f = -\eta_{\bar{f}} = -1$	$\begin{cases} A^0 \rightarrow A^0(\vec{x}) \\ \vec{A} \rightarrow -\vec{A}(\vec{x}) \\ \eta_V = -1 \end{cases}$

La parità del fermione è arbitraria: i fermioni si creano solo in coppia ed il prodotto dei due autovalori è invariante. Per gli scalari \exists leggi di

conservazione di questo tipo.

Parità del pione

$$\pi^- d \rightarrow n n$$

Questa reazione avviene solo in onda $s \Rightarrow$ il momento angolare è $l=0$. $J_{\text{destone}} = 1$.

l'unica configurazione possibile per i due neutroni nello stato finale per avere $J=1$ è:

$$l = \begin{cases} \cancel{0} \\ 1 \\ \cancel{2} \end{cases} \quad (\text{richiediamo una f.d.o. antisimmetrica})$$

$$\Rightarrow l_f = 1; S_f = 0$$

Le transizioni di dipolo elettrico avvengono solo tra stati che hanno una parità diversa (la parità dell'operatore d_e è dispari).

In questo caso invece la parità è conservata \Rightarrow deve essere uguale per $|i\rangle$ ed $|f\rangle$:

$$\eta_{\pi^-} \eta_d = -\eta_n^2$$

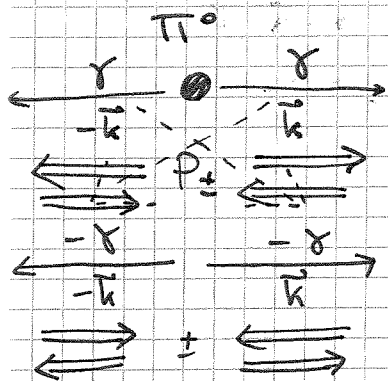
$$\eta_{\pi^-} \eta_n^2 = -\eta_n^2$$

$$\eta_{\pi^-} = -1$$

(il destone è formato da un protone ed un neutrone identici)

Se ci fidiamo della QFT, anche gli altri membri del tripletto di isospin (π^+ e π^0) devono avere la stessa parità, negativa.

Evidenza sperimentale: $\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma$



Applicare la parità significa scambio: due fotoni.

I due fotoni hanno S_3 opposto: ingatti nello stato iniziale

$S=0$ e, nella direzione in

cui i fotoni si propagano,
 $L_3 = 0$ ($\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \Rightarrow \vec{L} \cdot \vec{p} = 0$)

Avale di queste situazioni si verifica?

$$P | \vec{k}, +1, -\vec{k}, -1 \rangle = \eta_{\gamma}^2 | -\vec{k}, 1, \vec{k}, -1 \rangle \quad \text{questo NON è un auto stato di parità!}$$

16 Posso prendere invece una combinazione:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|\vec{k}, +1, -\vec{k}, +1\rangle \pm |\vec{k}, -1, -\vec{k}, +1\rangle)$$

Questo è un autostato di parità. Però si vede meglio nella base delle polarizzazioni lineari -

Quello che si fa è studiare il decadimento:

$$\pi^0 \rightarrow \underbrace{e^+ e^-}_{\gamma} \quad \underbrace{e^+ e^-}_{\gamma}$$

e studiare l'angolo tra i piani definiti dagli impulsi delle coppie $e^+ e^-$ -

π^0 scalare \Rightarrow angolo piccolo

π^0 pseudoscalare $\Rightarrow \sim 90^\circ$

Questo esperimento è molto recente.

Cosa succede se applico la parità ad un neutrino?

$$P |\vec{k}, \sigma, \nu\rangle = (+1) |-\vec{k}, \sigma, \nu\rangle$$

Per particelle prive di massa l'elicità è un invariante di Lorentz \Rightarrow la parità trasforma ν_R in ν_L .

$$h = \frac{\vec{s} \cdot \vec{k}}{|\vec{k}|} \quad P h = -h$$

Se la parità fosse conservata dovrebbero \exists tanti

ν_L quanti ν_R - invece ne \exists di un solo tipo

$\Rightarrow \times$ nelle elettrodinami.

Coniugazione di carica

$$C |\vec{k}_1, \sigma_1, n_1, \dots\rangle = \mathcal{S}_1 \dots \mathcal{S}_n |\vec{k}_1, \sigma_1, n_1, \dots\rangle$$

\Rightarrow gli unici autostati di particella singola di C sono le particelle neutre.

$$C |\vec{k}_1, \sigma_1, \gamma\rangle = -|\vec{k}_1, \sigma_1, \gamma\rangle$$

$$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma \Rightarrow C|\pi^0\rangle = +|\pi^0\rangle$$

(l'H di questo processo è pari per coniugazione di carica. Questo implicherebbe $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma \Rightarrow$

la simmetria non è esatta.

Inversione temporale

In rappresentazione di Heisenberg:

$$[Q, P] = i$$

$$[T^+QT, T^+PT] = [Q, -P] = -i$$

ma: se $T^+T = \mathbb{1}$,

$$[T^+QT, T^+PT] = T^+QT T^+PT - T^+PT T^+QT = i$$

⇒ \nexists operatore unitario di questo tipo che conserva le relazioni di commutazione canonica.

l'unico modo per implementare questa trasformazione è usare un operatore antiunitario:

operatore unitario $\langle x | U^+ U | y \rangle = \langle x | y \rangle$

operatore antiunitario $\langle x | A^+ A | y \rangle = \langle y | x \rangle$

⇒ l'operatore che vogliamo deve essere antilineare, ovvero:

antilinearità:

$$\langle x | A (\lambda_1 | a \rangle + \lambda_2 | b \rangle) = \lambda_1^* \langle x | A | a \rangle + \lambda_2^* \langle x | A | b \rangle$$

In particolare:

$$A e^{-iHt} | w \rangle = e^{iHt} A | w \rangle$$

Fisicamente ci interessano elem. di matrice del tipo:

$$\langle f | V | i \rangle \quad (i \rightarrow f)$$

Applicazione T significa volutare: $\tilde{f} \rightarrow \tilde{i}$

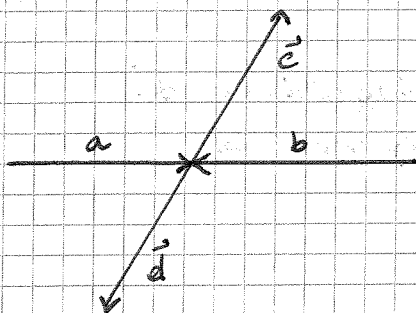
Se T è conservato si ha: $\langle f | V | i \rangle = \langle \tilde{i} | V | \tilde{f} \rangle$.

$$\langle \tilde{i} | V | \tilde{f} \rangle = \langle \tilde{f} | V | \tilde{i} \rangle^*$$

(notazione: $f = |k, \sigma, m, \dots\rangle$ $\tilde{f} = |-k, -\sigma, m, \dots\rangle$)

$$A | i \rangle = \langle \tilde{i} |$$

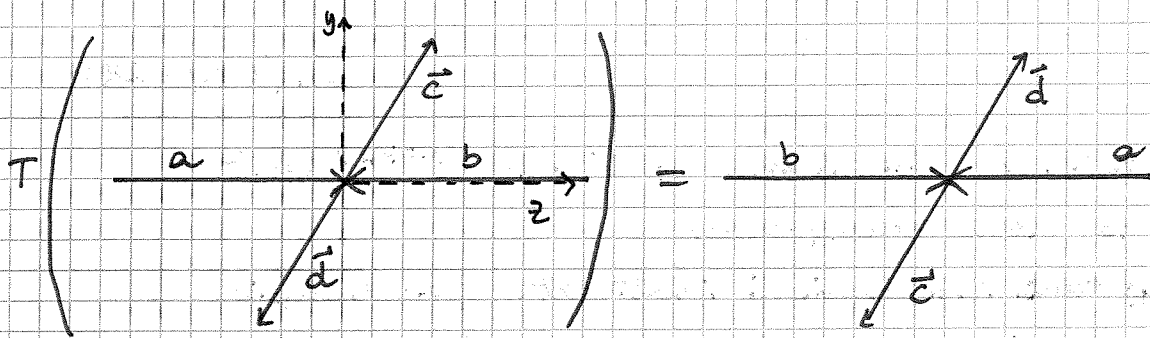
Consideriamo il processo: $\underbrace{a+b}_{\text{scalari}} \rightarrow \underbrace{\tilde{c}+\tilde{d}}_{\text{vettoriali}}$



$|\langle \tilde{c} \tilde{d} | S | ab \rangle|^2$, se T è una simmetria, deve essere invariante:

$$|\langle \tilde{c} \tilde{d} | S | ab \rangle|^2 = |\langle \tilde{a} \tilde{b} | S | \tilde{c} \tilde{d} \rangle|^2$$

$$T(ab \rightarrow cd) = (ed \rightarrow ab)$$



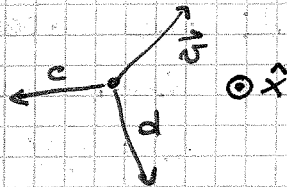
$$R_y(\pi) R_z(\pi) T \stackrel{?}{=} \mathbb{1} \quad (\text{se tutte le particelle fossero scalari} \rightarrow =)$$

Il momento angolare ad esempio della particella \vec{c} è dispari rispetto a questa trasformazione.

Analoghe considerazioni possono essere fatte per particelle scalari che decadono in vettoriali.

$$b \rightarrow \vec{a} \text{ cd}$$

$$|\langle \vec{a} \text{ cd} | S | b \rangle|^2$$



$$R_x(\pi) T$$

Ci aspettiamo che T cons. \Rightarrow polarizzazione trasversa al piano di decadimento di $\vec{v} = 0$.

Ad esempio: $k \rightarrow \pi e \bar{\nu}$.

Teorema CPT

Una qualsiasi teoria locale invariante di Lorentz, scrivibile in teoria di campo, conserva C.P.T.

Allo stato attuale abbiamo evidenze sperimentali di:



ma non di ~~CPT~~.

21/02/2012

Neutrini

1) interagiscono solo debolmente $\Rightarrow \sigma \sim 10^{-(40-45)} \text{ cm}^2$

Questo ha delle conseguenze:

- trasportano informazioni inalterate (ad esempio se emessi in un processo stellare)
- difficoltà di rivelazione \Rightarrow necessità di rivelatori GRANDI, con masse dell'ordine delle migliaia di tonnellate (gran numero di bersagli).

Il neutrino è utilissimo per studiare astrofisico, cosmologia ecc.

All'interno di una stella: $\rho \sim 10^6 \text{ g/cm}^3$

\Rightarrow il cammino libero medio del neutrino in questo

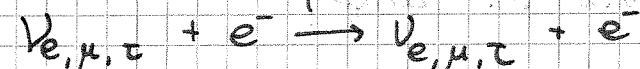
sistema è $\lambda = (N\sigma)^{-1}$

$$\sigma = 10^{-42} \text{ cm}^2 \quad N = \rho N_A A^{-1}$$

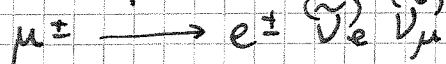
$$A \approx 1 \text{ g} \quad \lambda \approx 2 \cdot 10^{12} \text{ cm} = 2 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

N.B.: distanza terra-sole $\approx 1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}$. In questo ambiente così compatto il neutrino può percorrere in media $1/10$ della distanza terra-sole.

Interazioni tipiche



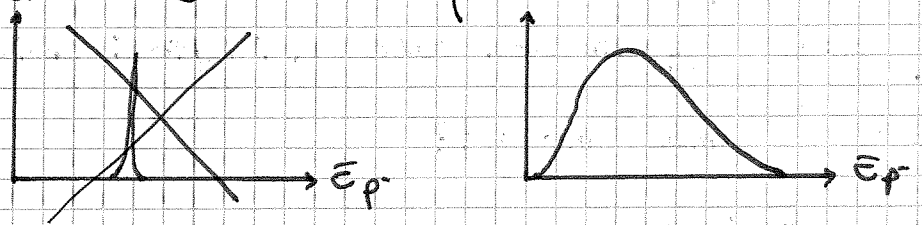
Può avvenire in corrente carica solo se $\nu = \nu_e$, altrimenti \exists solo in corrente neutra



Il neutrino è stato scoperto nel 1956 ad un reattore nucleare; era però stato ipotizzato negli anni '30 da W. Pauli.

Si pensava che il decadimento β fosse a 2 corpi, ovvero avesse cinematica chiusa. Ma non si osservava questo: gli esperimenti restituivano uno spettro esteso.

⇒ doveva \exists un'altra particella -



Siccome non si riusciva a rivelare, Pauli ipotizzò che fosse una particella di interazione molto debole. Per spiegare l'end-point dello spettro, doveva avere $M_\nu \leq \frac{m_e}{2}$.

Verifica del M.S.

Si pensa che il M.S. sia una manifestazione di basse energie di uno schema più ampio.

Punti importanti da verificare sono:

- # famiglie $\stackrel{?}{=} 3$
- $m \neq 0$? Perché?
- Conservazione numero leptonico è una simmetria?

Dal '95 a oggi che stato un grande impatto della fisica del neutrino.

Oscillazioni

$m \neq 0 \Rightarrow \exists$ una manifestazione dell'energia (la massa) che non è diagonale assieme al numero leptonico ($[\mathcal{L}, H] \neq 0$).

Ogni volta che si cerca di estendere il M.S. si trova che il numero \mathcal{L} non è conservato e/o il neutrino ha massa.

In alcuni schemi è conservato ad esempio

$L_e + L_\mu + L_\tau$, il che permetterebbe ad esempio i processi

$$\left. \begin{aligned} \nu_\mu &\rightarrow \nu_\tau \\ \nu_\mu &\rightarrow \nu_e \\ \bar{\nu}_e &\rightarrow \bar{\nu}_\mu \end{aligned} \right\}$$

OSSERVATI

Altri proc. di oscil. sono diff. da ottenere dal punto di vista sperimentale.

$\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$:- - difficoltà di rivelazione

$p \rightarrow e^+ \pi^0$ non è previsto da questa teoria, ma si crede che possa comunque avvenire.

Ricapitolando:

Oscillazione $\nu \implies$

- $[\mathcal{L}, H] \neq 0$ (questo non vale per i leptoni carichi)
- $m_\nu \neq 0$ ma $m_\nu = ??$

E' stato osservato invece:

$$\Delta m_{12}^2 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2 \quad (\text{osservaz. } \nu \text{ solari, conferme dai reattori})$$

(con $\Delta m_{ba}^2 = m_a^2 - m_b^2$)

$$\Delta m_{23}^2 \approx \oplus 3 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2 \quad (\nu \text{ atmosferici + acceleratori})$$

\hookrightarrow PROBLEMA DELLA GERARCHIA:

Non è detto che i neutrini siano ordinati in ν_e, ν_μ, ν_τ come i leptoni carichi. E' più conveniente parlare di ν_1, ν_2, ν_3 .

Prendiamo una base dove H è diagonale:

$$\langle \nu_1 | H | \nu_1 \rangle = m_1$$

$$\langle \nu_2 | H | \nu_2 \rangle = m_2$$

$$\langle \nu_3 | H | \nu_3 \rangle = m_3$$

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$$

BASE DEL FLAVOUR

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}$$

BASE DELL'ENERGIA

$\mathcal{L}_e | \nu_e \rangle = \mathcal{L}_{ee} | \nu_e \rangle$ Cons. num. leptonico di famiglia

Possiamo passare da una base all'altra con:

$$| \nu_e \rangle = \sum_{i=1}^3 U_{e,i} | \nu_i \rangle$$

Come facciamo a misurare le masse dei neutrini?

Massa di particelle cariche \rightarrow misuriamo q/m

Sappiamo che $\vec{E}^2 = \vec{p}^2 + m^2$, ma non ne ricaviamo alcuna informazione: per misurare una particella

il neutrino devo prima convertirlo in una carica.

Devo fare interagire il ν ed osservare i prodotti carichi, e devo saper scrivere le quantità cinematiche rivelabili in funzione della massa m_ν . In particolare, andrò a cercare le differenze di quello che osservo da ciò che osserverei se valesse $m_\nu = 0$.

$$E_\nu = \sqrt{p_\nu^2 + m_\nu^2}$$

$$p_\nu \gg m_\nu \Rightarrow E_\nu = p_\nu \sqrt{1 + \frac{m_\nu^2}{p_\nu^2}} \approx p_\nu + \frac{m_\nu^2}{2p_\nu} = p_\nu \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{m_\nu}{p_\nu}\right)^2\right)$$

Se ho un esperimento con un Q -valore Q :

$$p_\nu \sim Q$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} \sim \left(\frac{m_\nu}{Q}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Q}{Q}\right)^2$$

\uparrow Risoluzione sperimentale
 \uparrow Contributo della massa del ν

Occorre un esperimento PRECISISSIMO e con Q molto basso. Ma Q basso \Rightarrow difficoltà di rivelazione (ad es. rumore).

Negli esp. si lavora tipicamente con un solo flavour: ν_e . Quello che viene esplorato non è la massa di ν_e bensì:

$$"m_{\nu_e}" \longrightarrow \sum_{i=1}^3 |\nu_{ei}|^2 m_i^2$$

Vedi esperimento di Conversi - Pacini - Piccioni ($\mu \neq \pi$)

Vediamo come si fa un esperimento per misurare m_ν .

- utilizziamo i ν più facili da ottenere: ν_e .

- $\beta: (z, A) \longrightarrow (z+1, A) e^- \bar{\nu}_e$

Se $m_{\bar{\nu}_e} \neq 0$ lo spettro ^{dell'elettrone} è un po' diverso dal caso $m_{\bar{\nu}_e} = 0 \Rightarrow$ andiamo a verificare le distorsioni spettrali.

$$E_{\text{MAX}}^e = M_i - M_f - m_\nu$$

\uparrow nuclei iniziale
 \uparrow e finale

$$\frac{dN_e}{dE} \propto |M|^2 F(z, E) p E (E_0 - E) [(E_0 - E)^2 - m_e^2]^{1/2}$$

Com: $E_0 = M_i - M_f = E_{\text{max}} |_{m_e=0}$

$$p = \sqrt{E^2 - m_e^2}$$

$|M|^2$ = elem. di matrice

$F(z, E)$ = interaz. Coulombiana nello stato finale
(lo spettro può subire deformazione a causa dell'interazione con il nucleo)

Ho bisogno di una transizione β con piccolo Q .
Il nucleo più adatto per questo tipo di misura è il tritio.



• Avanti eventi: ci vogliono per avere una misura sensata?

$$N_{\text{tot}} \int_{m_e}^{E_{\text{max}}} \left(\frac{dN}{dE} \right) dE$$

Mi servono gli eventi in cui m_e^2 influenza "perantelemente" lo spettro \Rightarrow l'effetto è importante solo per $E \approx E_0$.

Qual è la frazione di eventi importante sul totale? Questo serve per valutare l'intensità della sorgente da utilizzare.

Per calcolare l'ordine di grandezza di N_{tot} posso fare delle approssimazioni:

$$|M|^2 = \text{costante} \quad F(z, E) \approx \text{costante e piccola}$$

$$N_{\text{tot}} \sim \int_{m_e}^{E_{\text{max}}} p E (E_0 - E) \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_e^2} dE$$

Quello che si misura non è l'energia totale, ma quella cinetica, o l'impulso.

$$T + m_e = \bar{E} \quad d\bar{E} = dT$$

$$Q = E_0 - m_e$$

$$E_0 - E = Q + m_e - (m_e + T) = Q - T$$

Nella maggior parte dello spettro, $(E_0 - E)^2 - m_\nu^2 \approx (Q - T)^2$

$$N_{\text{TOT}} \sim \int_0^Q p(T + m_e)(Q - T)^2 dT$$

$$m_e = 511 \text{ keV}$$

$$Q \approx 18 \text{ keV}$$

$$T_{\text{MAX}} = Q \Rightarrow T + m_e \approx m_e$$

$$p \approx \sqrt{E^2 - m_e^2} = \sqrt{(T + m_e)^2 - m_e^2} = \sqrt{T^2 + 2m_e T} \approx \sqrt{2m_e T}$$

$$N_{\text{TOT}} \sim \int_0^Q \sqrt{2m_e T} m_e (Q - T)^2 dT \propto m_e^{3/2} \int_0^Q T^{1/2} (Q - T)^2 dT$$

$$\propto Q^{7/2} \pm Q^{7/2} \pm Q^{7/2} \propto Q^{7/2}$$

Con questo dato possiamo stimare quanti eventi vedremo nel rivelatore. Quanti di questi sono importanti?

$$N_{\text{imp}} \sim \int_{Q - m_\nu - \Delta E}^{Q - m_\nu} p E (E_0 - E) \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_\nu^2} dE$$

ΔE deve essere piccolo, affinché $(E_0 - E)^2$ sia confrontabile con m_ν^2 $\Rightarrow \Delta E \approx m_\nu$

$$x \equiv Q - T \quad dx = -dT$$

$$p \approx \sqrt{2m_e T} \quad E \approx m_e$$

$$N_{\text{imp}} \propto \int_{Q - m_\nu - \Delta E}^{Q - m_\nu} \sqrt{2m_e T} m_e x \sqrt{x^2 - m_\nu^2} (-dT) =$$

$$= \int_{m_\nu}^{m_\nu + \Delta E} x \sqrt{x^2 - m_\nu^2} \sqrt{2m_e(Q - x)} dx$$

$$x \ll Q \Rightarrow \sqrt{2m_e(Q - x)} \approx \sqrt{2m_e Q}$$

$$N_{\text{imp}} \propto \int_{m_\nu}^{m_\nu + \Delta E} x \sqrt{x^2 - m_\nu^2} dx \cdot \sqrt{Q} \sqrt{2m_e}$$

$$\int_{m_\nu}^{m_\nu + \Delta E} x \sqrt{x^2 - m_\nu^2} dx = \left[\frac{1}{3} (x^2 - m_\nu^2)^{3/2} \right]_{m_\nu}^{m_\nu + \Delta E} = \frac{1}{3} \left[(m_\nu + \Delta E)^2 - m_\nu^2 \right]^{3/2} =$$

$$= \frac{1}{3} (\Delta E^2 + 2m_\nu \Delta E)^{3/2} \approx \frac{(\Delta E)^3}{3} \left[1 + \frac{2m_\nu}{\Delta E} \right]^{3/2}$$

$$N_{imp} \propto \sqrt{Q} \frac{(\Delta E)^3}{3} \left[1 + \frac{2m_\nu}{\Delta E} \right]^{3/2}$$

ΔE deve essere piccolo \Rightarrow lo stimo con m_ν :

$$N_{imp} \propto \frac{m_\nu^3}{3} 3^{3/2} \sqrt{Q}$$

Ottengo:

$$\begin{cases} N_{imp} \propto m_\nu^3 \sqrt{Q} \\ N_{TOT} \propto Q^{7/2} \end{cases} \Rightarrow \frac{N_{imp}}{N_{TOT}} = \frac{m_\nu^3 Q^{1/2}}{Q^{7/2}} = \left(\frac{m_\nu}{Q} \right)^3$$

Per $m_\nu \equiv 10 \text{ eV}$ e $Q = 20 \text{ KeV}$: $\frac{N_{imp}}{N_{TOT}} \approx 10^{-10}$

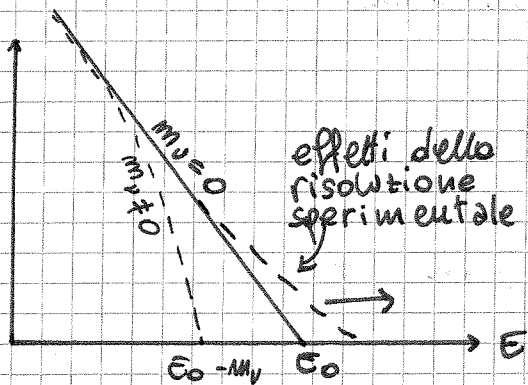
\Rightarrow ho bisogno di una sorgente INTENSA.

D'altra parte, sarebbe difficile mantenere la precisione dell'esperimento su tempi molto lunghi.

Come si vede l'effetto di m_ν ?

Plot di Kurie

$$K(E) \equiv \left(\frac{dN/dE}{p E F(Z, E)} \right)^{1/2} = (E_0 - E) \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_\nu^2}$$



Per produrre il plot di Kurie

dobbiamo conoscere $F(Z, E)$:

il problema è che per calcolare

l'interazione Coulombiana

dobbiamo sommare su tutti i

possibili stati del nucleo dopo

il decadimento con il loro

peso relativo \Rightarrow occorre conoscere molto bene cosa accade

durante il decadimento β . Poi c'è la risoluzione

sperimentale: in laboratorio non misuriamo δ di Dirac,

ma Gaussiane.

Quanto bene conosco E_0 ? Se non lo conosco potrei

lasciarlo libero come parametro di fit. Però:

parametri di fit sono CORRELATI $\Rightarrow m_\nu = m_\nu(E_0)$.

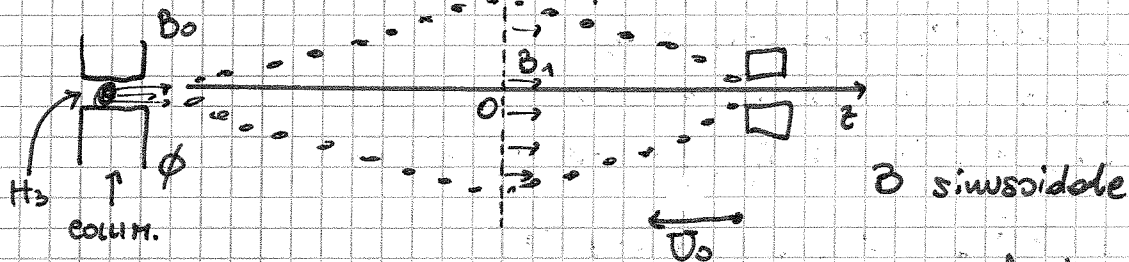
Se invece decidiamo di utilizzare una misura di E_0

avro' una ulteriore incertezza di misura -

Come facciamo, alla fine, la misura di T_e ?

Facciamo una misura spettrometrica e misuriamo p ? Non funziona: $T_e \sim 18 \text{ keV} \Rightarrow$ range $\approx 3 \mu\text{m}$ anche per materiali molto leggeri come CH_2 .

Si usa un selettore d'impulso.



$$B_0 = 8.6 \text{ T} \quad B_1 \equiv 2 \cdot 10^{-4} B_0$$

$$\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

v_z inalterata

$$T = \frac{m}{2} v^2 \text{ costante}$$

$$T \equiv T_{\perp} + T_z = \frac{m}{2} (v_{\perp}^2 + v_z^2)$$

Teorema dell'invarianza adiabatica

In un campo magnetico che varia lentamente, v_{\perp}^2 / B è invariante.

$$\frac{v_{\perp}^2(B_0)}{B_0} = \frac{v_{\perp}^2(B_1)}{B_1}$$

$$v_{\perp}^2(B_1) = \left(\frac{B_1}{B_0} \right) v_{\perp}^2(B_0)$$

$$v_{\perp}^2(B_1) = 2 \cdot 10^{-4} v_{\perp}^2(B_0)$$

\Rightarrow sebbene le particelle siano emesse dal tritio in maniera isotropa, in \vec{O} esse avranno tutte velocità sostanzialmente lungo \vec{z} .

MAGNETIC ADIABATIC COLLIMATOR

A questo punto ho un fascio (non monocromatico) di elettroni monodirezionale.

A questo punto applico un campo elettrico U_0 frenante nella direzione \vec{z} . Questo farà un lavoro $e U_0$.

$$T_z(B_1) \geq e U_0$$

L'effetto del filtro adiabatico è quello di allineare le velocità in direzione z ("rimiscelamento" delle componenti z e ⊥ dell'energia cinetica).

$$T_z(B_1) \geq eU_0 \quad T_\phi \quad B(1) = 2 \cdot 10^{-4} B(0)$$

$$T_z = \frac{1}{2} m v_z^2 \quad T_z(B_1) \approx T_0 - T_\perp(B_1)$$

$$T_\perp(B_1) \approx \frac{T_\perp(B_0)}{5 \cdot 10^3}$$

$$T_\phi (1 - 2 \cdot 10^{-4}) \leq T_z(B_1) \leq T_\phi$$

$$T_z(B_1) \geq eU_0 \Rightarrow T_\phi \geq eU_0$$

$$T_z(B_1) \leq eU_0 \Rightarrow T_\phi (1 - 2 \cdot 10^{-4}) \leq eU_0$$

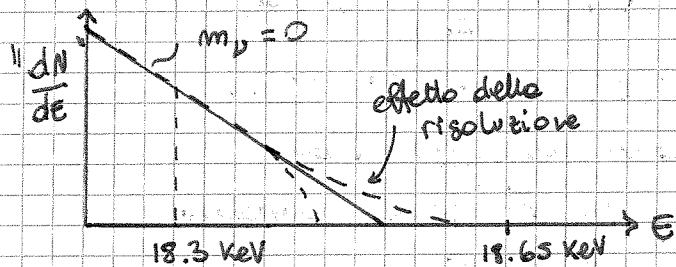
$$T_\phi \leq \frac{eU_0}{1 - 2 \cdot 10^{-4}} \approx eU_0 (1 + 2 \cdot 10^{-4})$$

$$\Delta T = eU_0 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ (è la risoluzione dell'esperimento)}$$

$$\frac{\Delta T}{T_0} = 2 \cdot 10^{-4} \quad (T_0 = \text{soglia} \cdot eU_0)$$

Come eU_0 , per il neutrino, posso prendere il Q della reazione (18.6 keV) $\Rightarrow \Delta T = 3.72 \text{ eV}$.

Tenendo conto di altri effetti strumentali, per l'esperimento a MAIN è la risoluzione era $\sim 4.8 \text{ eV}$.



Nel fit va $\frac{dN}{dE} \otimes$ Risoluzione(E) (convoluzione)

4 parametri: normalizzazione, fondo, m_ν^2 , α .

Best fit: $m_\nu^2 = [-1.2 \pm 2.2 \text{ (stat)} \pm 2.1 \text{ (syst)}] \text{ eV}^2$

La cosa di interesse fisico è:

$$m_\nu < 2.2 \text{ eV} \quad 95\% \text{ C.L.}$$

Vari effetti:
 • Q valore usato come parametro "libero" per il fit

• non totale comprensione degli errori sistematici

• $F(\epsilon, E)$ non trascurabile a basse energie

Un grosso improvement sarebbe arrivare a conoscere il Q della reazione con una precisione di 10^{-6} (non infattibile) -

Contemporaneamente a questo esp. ce n'era uno in Russia, a Troitsk, che usava una miscela gassosa.

Gas perfetto \rightarrow NON INTERAGENTE, mentre nel liquido l'elettrone può anche subire multiple scattering.

Svantaggio \rightarrow grandi dimensioni -

Con una procedura analoga all'esperimento a Mainz, questi ottennero $m_\nu^2 \sim -20 \text{ eV}^2$.

Per "aggiustare" questo risultato, introdussero nel fit una step-function di origine sconosciuta (\rightarrow Troitsk anomaly) \rightarrow

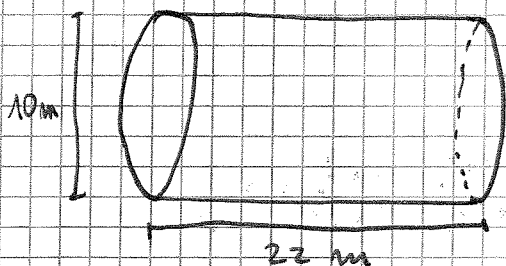
$$m_\nu^2 = (-2.3 \pm 2.5 \text{ (stat)} \pm 2.0 \text{ (syst)}) \text{ eV}^2$$

$$m_\nu < 2.2 \text{ eV} @ 95\% \text{ C.L.}$$

E' significativo questo risultato?

Materia / energia oscura $\rightarrow m_\nu \approx$ frazione di eV?

Esperimento KATRIN: sorgente gassosa + sorgente liquida (in modo da tenere sotto controllo i sistematici). Pre-spettrometro che seleziona gli e^- in una finestra di 100 eV dall'upper bound. Poi, MAC-E più grande con $\Delta T \approx 1 \text{ eV}$.



Spettrometro molto grande, fu difficilissimo trasportarlo.

Con questa misura l'idea era di arrivare ad una sensibilità di fino a 0.2 eV, ulteriormente migliorabile -

Il trizio emette neutrini ν_e . Possiamo studiare neutrini di altri flavour? Ad esempio:

$\mu \rightarrow \nu_\mu$ e ν_e 2 neutrini: a quale è dovuta la

di storsione? Questo processo non va bene.

$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ (occorrono positivi per evitare la formazione di atomi mesici).

$$\begin{cases} m_\pi = E_\nu + E_\mu \\ \phi = \vec{P}_\mu + \vec{P}_\nu \end{cases}$$

$$|\vec{P}_\mu| = |\vec{P}_\nu| = p$$

$$m_\pi = \sqrt{p^2 + m_\mu^2} + \sqrt{p^2 + m_\nu^2}$$

$$(m_\pi - \sqrt{p^2 + m_\mu^2})^2 = m_\nu^2 + p^2 + m_\mu^2 - 2m_\pi \sqrt{p^2 + m_\mu^2} = p^2 + m_\mu^2$$

Devo misurare p con uno spettrometro, e conoscere m_π ed m_μ con grande precisione.

$$\begin{aligned} (m_\pi^2 + m_\mu^2 - m_\nu^2)^2 &= (m_\pi^2 + m_\mu^2)^2 + m_\nu^4 - 2m_\nu^2(m_\mu^2 + m_\pi^2) \\ &= 4m_\pi^2(m_\mu^2 + m_\pi^2) \end{aligned}$$

Trascuro m_ν^4 e divido per m_π^2 ,

$$\frac{(m_\pi^2 + m_\mu^2)^2 - 4m_\pi^2 m_\mu^2}{4m_\pi^2} - \frac{m_\nu^2}{2m_\pi^2} (m_\mu^2 + m_\pi^2) = p^2$$

$$\frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)^2}{4m_\pi^2} - \frac{m_\nu^2}{2m_\pi^2} (m_\mu^2 + m_\pi^2) = p^2$$

Chiamo $P(0)$ l'impulso che misurerei nel caso $m_\nu = 0$:

$$p^2(0) = \frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)^2}{4m_\pi^2} \approx (29.8 \text{ KeV})^2 \gg m_\nu^2$$

$$p^2(0) - \frac{m_\nu^2}{2m_\pi^2} (m_\mu^2 + m_\pi^2) = p^2$$

$$p^2(0) \left[1 - \frac{m_\nu^2}{p^2(0)} \frac{m_\mu^2 + m_\pi^2}{m_\pi^2} \right] = p^2$$

$$\sqrt{1+x} \underset{x \ll 1}{\approx} 1 + \frac{x}{2} \Rightarrow p \approx p(0) \left[1 - \frac{m_\nu^2}{p^2(0)} \left(\frac{m_\mu^2}{m_\pi^2} + 1 \right) \right]$$

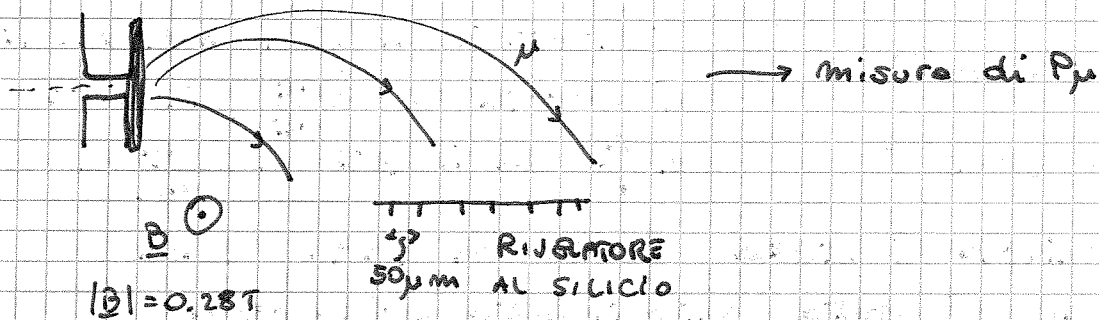
$$\frac{p - p(0)}{p(0)} \approx \frac{m_\nu^2}{4p^2(0)} \left(1 + \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2} \right) \approx 0.39 \frac{m_\nu^2}{p^2(0)}$$

Se anche il neutrino pesasse $\sim 100 \text{ KeV}$, $\frac{\delta p}{p_0} \sim 10^{-6} \div 10^{-5}$

\Rightarrow pu' poter apprezzare una massa di 100 KeV , che e' altissime, devo avere una precisione dell'ordine

di 4 parti su un milione.

Non possiamo far interagire il μ con un apparato tracciante, altrimenti perde energia.



Incertezze: punto di produzione (targhetta non punitiforme)

- scattering multiplo, anche se i μ sono prodotti vicinissimi alla superficie del basaglio (surface muons)

Si ottiene: $P_\mu = 29.79207 \pm 0.00012 \text{ MeV}$

↑
1° cifra offetta da errore

Ma anche m_π ed m_μ non sono conosciute con alta precisione. In particolare, m_π è conosciuta tramite misure spettroscopiche su atomi:

mesici $\pi^- - \text{Mg}^{24}$ (le transizioni dei livelli energetici scalano di 2 ordini di grandezza \rightarrow raggi X).

NB.: quella è una misura di M_{π^-} . Solo se assumiamo valido il teorema CPT posso usare

$$M_{\pi^-} = M_{\pi^+}$$

Sfortunatamente la precisione non è sufficientemente alta per questa applicazione: $\frac{\Delta M_\pi}{M_\pi} \sim 10^{-6}$

E la massa del μ ? $a_\mu \equiv \frac{g-2}{2}$ anomalia magnetica (per una particella elementare come e e μ il rapporto tra momento magnetico e momento di spin dovrebbe essere $\equiv 2$).

Possibile soluzione del M.S., da verificare con misure ad altissima precisione.

Fattore di Larmor $\rightarrow \frac{g e \hbar}{2 m_\mu}$

Con questa tecnica si misura m_μ con una

precisione $\frac{\delta m_\mu}{m_\mu} \sim 3 \cdot 10^{-7}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\delta m_\mu}{m_\mu} = 3 \cdot 10^{-7} \\ \frac{\delta m_\pi}{m_\pi} = 3 \cdot 10^{-6} \\ \frac{\delta p}{p} = 4 \cdot 10^{-6} \end{array} \right.$$

Alla fine si ottiene:

$$m_\mu < 170 \text{ keV} @ 95\% \text{ C.L.}$$

Nell'errore il 60% dell'incertezza è dovuta a $\frac{\delta m_\pi}{m_\pi}$, il 30% a $\frac{\delta p}{p}$ ed il 10% a $\frac{\delta m_\mu}{m_\mu}$.

Questa misura è stata fatta nel 1996 e da allora non è stata migliorata. Occorrono misure spettroscopiche migliori della massa del π .

Il neutrino τ ha problemi ancora maggiori.

$$M_\tau \sim 1.7 \text{ GeV} \Rightarrow \tau_\tau \sim 10^{-13} \text{ s}$$

$$\frac{\tau \rightarrow e \nu \nu}{\mu \rightarrow e \nu \nu} \propto \left(\frac{m_\mu}{m_\tau} \right)^5 \Rightarrow \left(\frac{\tau_\tau}{\tau_\mu} \right) = \left(\frac{\tau \rightarrow e \nu \nu}{\mu \rightarrow e \nu \nu} \right) \left(\frac{\text{B.R.}}{\text{B.R.}} \right)$$

Il τ si produceva alle B-factories:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow b\bar{b}) \approx 1.1 \sigma(e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-) \quad (\text{LEP})$$

Come studio la massa del neutrino τ ?

$$\tau^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \nu_\tau \quad \text{inefficiente}$$

Si usa:

$$\tau^\pm \rightarrow 5\pi + \nu_\tau \quad (\text{B.R.} \sim 6 \cdot 10^{-4})$$

π^\pm sono tracciabili in un calorimetro e.m.

Sono in punti colore convenienti processi:

$$\text{del tipo } \tau^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^\pm \pi^\pm \pi^\pm \pi^\mp \nu_\tau$$

Il branching ratio è est. basso \Rightarrow piccolo campione utile, considerandolo anche il fondo e l'efficienza di rivelazione.

$$\text{Definiamo: } E_H = \sum E_\pi \quad \vec{P}_H = \sum \vec{P}_\pi$$

$$\Rightarrow \text{massa adronica } M_H^2 \equiv E_H^2 - \vec{P}_H^2$$

Se produciamo τ ad esempio al LEP a 90 GeV,

la M_τ è trascurabile rispetto all'energia

$$\Rightarrow E_\tau \approx E_{\text{beam}} = E_\nu + E_H \quad E_H \leq E_{\text{beam}}$$

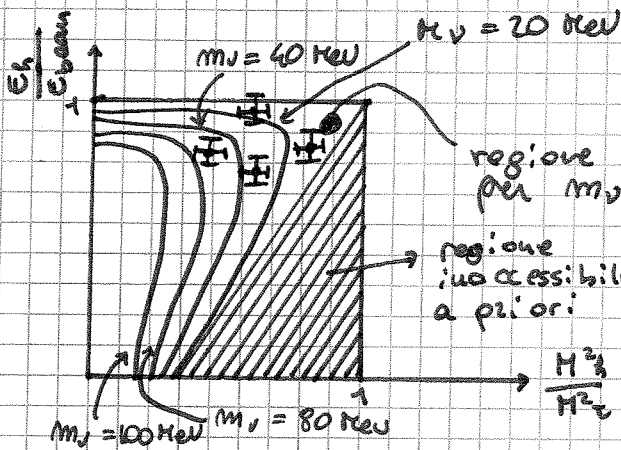
$$M_{\tau}^2 = E_{\tau}^2 - \vec{P}_{\tau}^2 = (E_h + E_\nu)^2 - (\vec{P}_h + \vec{P}_\nu)^2$$

$\hookrightarrow \neq 0$: il τ ha boostato durante il decadimento.

$$= M_h^2 + M_\nu^2 + 2(E_h E_\nu - \vec{P}_h \vec{P}_\nu) \geq M_h^2 \leftarrow \text{ipotesi: } \nu_e \text{ fermo } \wedge m_{\nu_e} = 0$$

La regione dello spazio accessibile agli oggetti misurati è:

$$E_h \leq E_{\text{beam}} \quad M_h \leq M_\tau$$



E_h ed M_h non sono indipendenti.

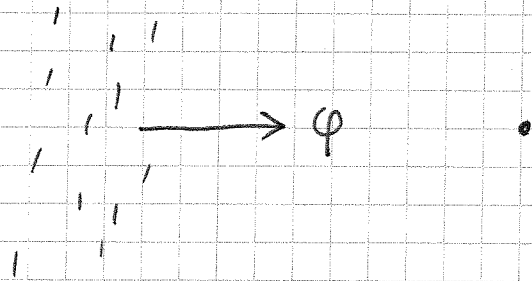
La presenza di $m_\nu \neq 0$ introduce una correlazione che restringe l'area accessibile.

Sperimentalmente, l'esperimento ALEPH ha misurato: $m_{\nu_\tau} < 23.1 \text{ MeV} @ 95\% \text{ C.L.}$, che è un limite abbastanza ridicolo (se \exists un ν con quella massa avrebbe impatti enormi, anche in cosmologia).

27/02/2012

Concetto classico di Sezione d'urto

In fisica delle alte energie si fanno spesso calcoli su sezioni d'urto differenziali e rapporti di diramazione.



$$\text{Rate} = \frac{\# \text{ interazioni}}{\text{tempo}} \propto \varphi$$

$$[\text{Rate}] = [f]$$

$$\varphi = \frac{\# \text{ proiettili}}{S \cdot t}$$

$$\Rightarrow \text{Rate} \equiv \sigma \varphi \cdot N$$

La costante di proporzionalità tra rate e flusso ha le dimensioni di una superficie, e la chiamiamo sezione d'urto.

N = numero dei bersagli.

Vorremmo poter misurare un rate differenziale con dipendenza dalle quantità cinematiche in gioco.

Equazione di Dirac

$$(i\not{D} - m)\Psi = 0$$

$$\not{D} = \gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} \quad \{ \gamma^\mu, \gamma^\nu \} = 2g^{\mu\nu}$$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & -1 & \\ 0 & & -1 \end{pmatrix}$$

L'equazione di Dirac è covariante di Lorentz a vista.

Vogliamo vedere come si comporta a bassa energia, riconoscendo un'equazione di tipo Schrodinger.

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \mathcal{H} \Psi$$

Possiamo separare derivate spaziali e temporali:

$$[i \partial^0 \gamma^0 + i \vec{\gamma} \cdot \nabla - m] \Psi = 0 \quad \left(\frac{\partial}{\partial x^i} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \right)$$

$$i \frac{\partial}{\partial t} \Psi = [-i \gamma^0 \vec{\gamma} \cdot \nabla + \gamma^0 m] \Psi \quad \gamma^0 \vec{\gamma} \equiv \vec{\alpha}$$

$$i \frac{\partial}{\partial t} \Psi = [-i \vec{\alpha} \cdot \nabla + \gamma^0 m] \Psi \quad i \vec{\alpha} \cdot \nabla - \gamma^0 m \equiv \mathcal{H}$$

In meccanica quantistica: $\frac{dO}{dt} = i [\mathcal{H}, O] + \frac{\partial O}{\partial t}$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = i [\mathcal{H}, -i \nabla] = 0$$

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = i [\mathcal{H}, \vec{x}] = i [-i \vec{\alpha} \cdot \nabla, \vec{x}] = \vec{\alpha}$$

La matrice $\vec{\alpha}$ è costante e ha autovalori $\pm 1 \Rightarrow$ secondo l'equazione di Dirac, l'elettrone viaggia sempre a $\pm c$.

L'interpretazione dell'eq. di Dirac come eq. di Schrödinger non ci porta molto lontano.

Vediamo invece come tratta l'interazione con campi esterni. La ricetta è riscrivere la Lagrangiana a partire dalle simmetrie osservate:

$$\Psi' = e^{iq\alpha(x)} \Psi \quad \alpha: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R} \quad q = \text{carica della particella}$$

Applicando l'equazione di Dirac allo stato trasformato:

$$\begin{aligned} (i \not{\partial} - m) \Psi' &= [-q (\not{\partial} \alpha) \Psi + i e^{iq\alpha} (\not{\partial} \Psi) - m e^{iq\alpha} \Psi] = \\ &= [(i \not{\partial} - m) \Psi] e^{iq\alpha(x)} - q (\not{\partial} \alpha(x)) \Psi e^{iq\alpha(x)} \end{aligned}$$

Per eliminare questa asimmetria occorre aggiungere un campo aggiuntivo A^μ che trasforma come:

$$A^\mu \rightarrow A^\mu - \partial^\mu \alpha(x)$$

In questo modo la \mathcal{L} diventa simmetrica sotto trasformazioni di gauge.

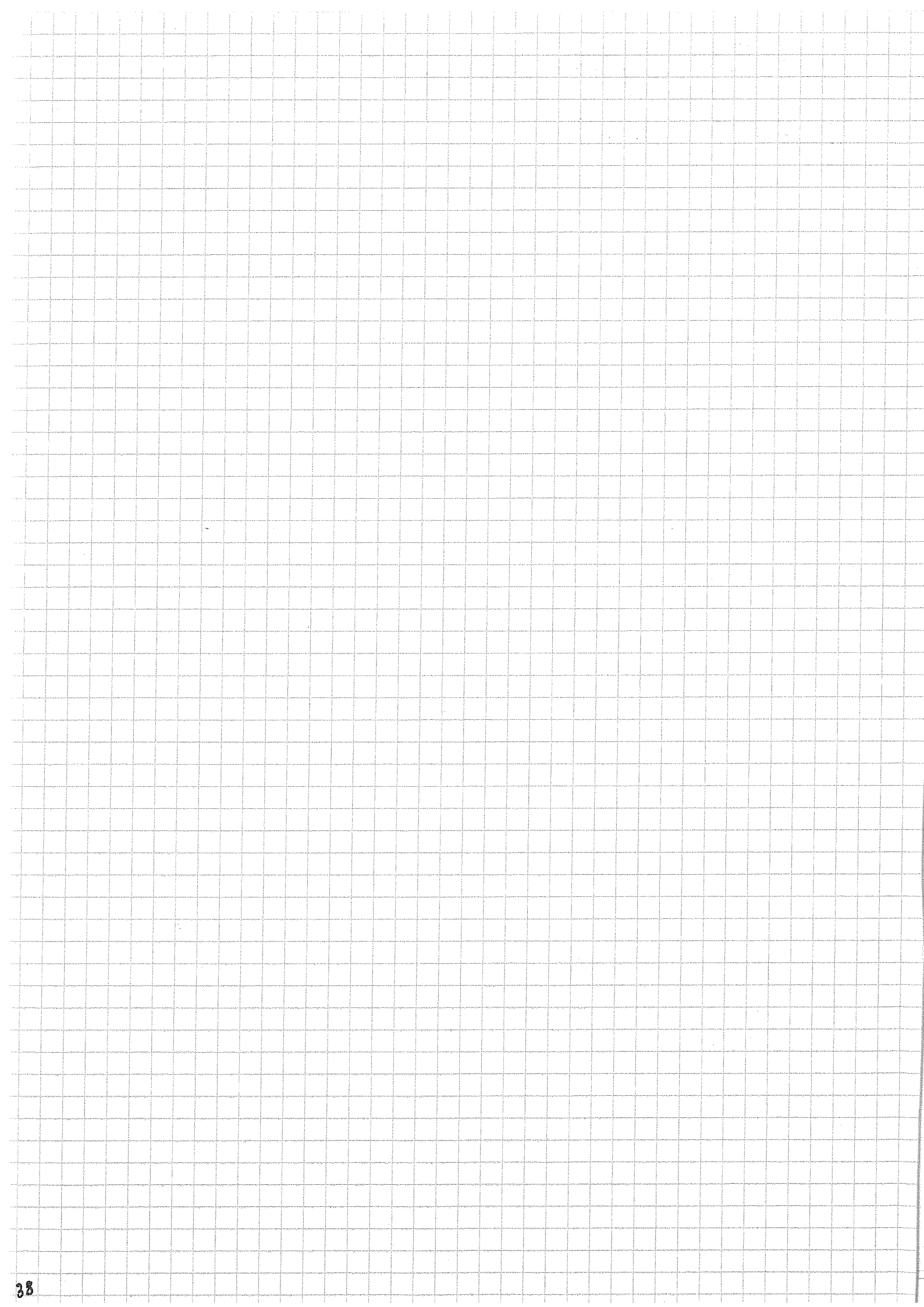
$$-q A \Psi \rightarrow [-q A \Psi + \not{\partial} \alpha \Psi] e^{iq\alpha(x)}$$

$$\mathcal{L} \equiv (i \not{\partial} - q A - m) \Psi$$

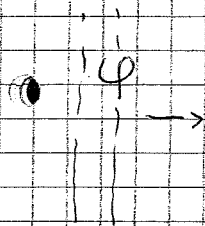
$$i \frac{\partial}{\partial t} \Psi = [-i \vec{\alpha} \cdot \nabla - q \vec{\alpha} \cdot \vec{A} + \gamma^0 m + q A^0] \Psi$$

$$\vec{\Pi} \equiv \vec{p} - q \vec{A} = -i \nabla - q \vec{A}$$

L'operatore $\vec{\Pi}$ è invariante per trasformazioni di gauge.



SEZIONE D'URTO CLASSICA

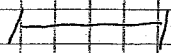


Flusso su singolo bersaglio fermo

$$\text{Rate} = \frac{\text{interazioni}}{\text{tempo}} \propto \rho \Rightarrow \sigma = \text{coeff di pop.}$$

Se poi ho tanti bersagli:

$$\text{Rate} = N \rho \cdot \sigma$$



$$\frac{\text{proiettili}}{st} \rightarrow$$

ha le dim di $\frac{1}{area}$

Eq. Dirac

$$(i \not{\partial} - m) \psi = 0$$

$$\not{\partial} = \gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu}$$

Rappri. $\gamma^\mu \rightarrow \gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ $\gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}$ $g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & \\ & -1 \end{pmatrix}$

$$\{ \gamma^\mu, \gamma^\nu \} = 2 g^{\mu\nu}$$

Legame con eq. Sh \Rightarrow per vedere andamento a bassa v di eq. Dirac devo rompere in Lorentz

Eslicito derivata, porto der temp da una parte

$$\Rightarrow i \frac{\partial \psi}{\partial t} = [i \gamma^0 \not{\partial} + \gamma^0 m] \psi$$

Poi ho segno del pos. \uparrow scalare **NOTA:** $\not{\partial} = (\partial_0, -\nabla)$ perché $\partial \equiv \frac{\partial}{\partial x_i} = -\frac{\partial}{\partial x_i}$ quest' è imp. del grad
 chiamo $\not{\partial} \gamma^0 = \alpha \Rightarrow \alpha \equiv \not{\partial}$ senza il $(-)$ davanti alla σ .

$$H = i \alpha \cdot \vec{\nabla} + \beta m$$

In gen. $\frac{dO}{dt} = \frac{\partial O}{\partial t} + i [H, O]$ $O = \alpha^i$

$$\Rightarrow \frac{d\alpha^i}{dt} = [H, \alpha^i] = 0 \text{ (no dip. da } x)$$

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = i [H, \vec{x}] = i [-i \alpha \cdot \nabla, \vec{x}] = \vec{\alpha} \Rightarrow \text{vel \u00e8 sempre } = c$$

Non è esatta come int, quella alla Shr. (da vel = c
perché aut
di $\bar{\alpha}$ sono ± 1)

$$\text{SUMMERIA} \rightarrow \psi' = e^{iq\alpha(x)} \psi$$

$q =$ carica particella

$\alpha(x) =$ Funz. da $\mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$

$$(i\cancel{\not{D}} - m)\psi' = \left[(i\cancel{\not{D}} - m)\psi \right] e^{iq\alpha(x)} - q\cancel{\not{D}}\alpha(x)\psi e^{iq\alpha(x)}$$

ho pezzo in più

Per conservare invarianza di fase locale (= inv. di gauge)

Prendo campo aggiuntivo A^μ che trasformi così:

$$A^\mu \rightarrow A^\mu - \partial^\mu \alpha(x)$$

Dirac diventa $(i\cancel{\not{D}} - q\cancel{\not{A}} - m)\psi = 0$ così è invariante

Vediamo cosa diventa eq. Shr.

$$i \frac{\cancel{\not{D}}}{\cancel{\not{D}}} \psi = \left[\underbrace{-i \bar{d}_i \cdot \nabla - q \bar{d}_i \cdot A}_{\text{L.H.}} + \cancel{\not{D}}^0 m + q A^0 \right] \psi$$

Se prendo come op. $Q = x^i$ e $P = -i \frac{\cancel{\not{D}}}{\cancel{\not{D}}}$,

P non è invariante, allora si def. il momento $\bar{\Pi}$

$$\text{invariante: } \bar{\Pi} = \bar{P} - q \bar{A} = -i \bar{\nabla} - q \bar{A}$$

Se faccio $\bar{\Pi}(\psi)$ questo semplifica i vari pezzi ed è uguale a $\bar{\Pi}(\psi)$.

$$\text{Attenzione: } -\partial_i^i \alpha = -\frac{\partial \alpha}{\partial x_i^i} = \frac{\partial \alpha}{\partial x_i^i} = (\bar{\nabla} \alpha)^i$$

$$\text{Quindi } \bar{\Pi}' = -i \bar{\nabla} - q(\bar{A} + \bar{\nabla} \alpha)$$

Sostituisco e si vede che torna.

Il fatto che trasformo solo con una fase, vuol dire che se faccio prod. scal. il termine di fase sparisce \Rightarrow lascia invariati i prod. scal.

\Rightarrow Vediamo tutto questo come evolve

\rightarrow

$$\frac{dx}{dt} = i [H, \vec{x}] = \vec{v} \quad (\text{ho sempre solo dip da } \vec{\nabla} \text{ che non commuta})$$

$$\frac{d\pi}{dt} = i [H, -\nabla - qA] - q \frac{\partial A}{\partial t} = i [H, -i\nabla] +$$

$$-iq [H, A] - q \frac{\partial A}{\partial t}$$

Vediamo un pezzo per volta:

$$i [H, \nabla] = [-q \vec{\alpha} \cdot \vec{A} + qA^0, \nabla] =$$

$$= (q \vec{\alpha} \cdot \nabla A - q \nabla A^0) \psi$$

questo vuol dire

$$\vec{E} = -\nabla A^0 - \nabla \times \vec{A}$$

↑
tieni conto che

$\nabla(\dots)$ è da considerare come $\nabla(\dots)\psi \Rightarrow$ opera sia sui pezzi dell'ham sia su ψ

$$\text{in gen } [C(x), \nabla] F(x) =$$

$$= C \nabla F - (\nabla C) F - C \nabla F$$

$$= -\nabla C \cdot F$$

$$-iq [H, A] = -iq [-i \vec{\alpha} \cdot \nabla, A] = -q [\vec{\alpha} \cdot \nabla, A]$$

↑
Stesso discorso di C e F
l'unico che non commuta è il pezzo con il ∇

$$\Rightarrow i [H, \nabla] = q \left(\vec{\alpha} \cdot \nabla A - \nabla A^0 - (\vec{\alpha} \cdot \nabla) A - \frac{\partial A}{\partial t} \right)$$

questi 2 sono il campo el.

$$\vec{E} = -\nabla A^0 - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

questi mi danno

$$\vec{\alpha} \wedge \vec{B} \quad \text{con } \vec{\alpha} = \frac{\vec{x}}{r}$$

diventa forza Lorentz

classicamente

$$\vec{\pi} = q \left[\vec{x} \wedge \vec{B} + \vec{E} \right]$$

Mi metto in un sist. di ric. con part. quasi ferma
 $\alpha \rightarrow 0$

Vediamo una soluzione: $\varphi = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix}$ $\phi = \text{grandi comp.}$
 $\chi = \text{piccole}$
a es. NR.

Si scrive l'eq. con ϕ e χ e si incomp. e le
separa \rightarrow i pezzi in α scambiano ϕ e χ , α^0 le
lascia com'erano, cambia solo segno.

$$i \frac{\partial \phi}{\partial t} = \bar{\alpha} \cdot \frac{\nabla^2}{\hbar} \chi + m\phi + qA^0 \phi$$

$$i \frac{\partial \chi}{\partial t} = \bar{\alpha} \cdot \frac{\nabla^2}{\hbar} \phi - m\chi + qA^0 \chi$$

NR $\Rightarrow qA^0 \ll m$ ~~piccole~~ $\chi \ll \phi$

inoltre l'eq. ha una l'eq. dovuta a m scrivendo

$$\phi = \int e^{imt} \Phi \quad \chi = \int e^{imt} X$$

Scrivo tutto il sist. $\textcircled{\oplus}$ ϕ e χ

$$\Rightarrow i \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \bar{\alpha} \cdot \frac{\nabla^2}{\hbar} X + qA^0 \Phi \quad i \frac{\partial X}{\partial t} = \bar{\alpha} \cdot \frac{\nabla^2}{\hbar} \Phi - mX +$$

qAX si trascura, per logico

$$+ qA^0 X$$

X quasi costante \Rightarrow per far zero

deve essere: $X = \frac{\bar{\alpha} \cdot \nabla^2}{2m} \Phi$

Sostituiviamo detta l'eq. per Φ

$$i \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{(\bar{\alpha} \cdot \nabla^2)^2}{2m} \Phi + qA^0 \Phi$$

$$(\bar{\alpha} \cdot \nabla^2)^2 = \sigma^i \frac{\nabla^2}{\hbar} \sigma^j \frac{\nabla^2}{\hbar} = \sigma^i \sigma^j \frac{\nabla^2}{\hbar} \frac{\nabla^2}{\hbar}$$

$$= \frac{1}{2} \left[\sigma^i \sigma^j \frac{\nabla^2}{\hbar} \frac{\nabla^2}{\hbar} + \sigma^j \sigma^i \frac{\nabla^2}{\hbar} \frac{\nabla^2}{\hbar} \right] =$$

perché non commutano

$$= \frac{1}{2} \left[\sigma_i \sigma_j \pi_i \pi_j - \sigma_i \sigma_j \pi_j \pi_i \right] + \left\{ \sigma_i, \sigma_j \right\} \pi_i \pi_j$$

$$= \frac{1}{2} \left[\left\{ \sigma_i, \sigma_j \right\} \left[\pi_i, \pi_j \right] + \underbrace{\left\{ \sigma_i, \sigma_j \right\} \pi_i \pi_j}_{2 \delta_{ij} \pi^2} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \left[\left[\pi_i, \pi_j \right] \right] = i q \frac{\partial A_j}{\partial x_i} - i q \frac{\partial A_i}{\partial x_j}$$

$$\Rightarrow \left(\vec{\alpha} \cdot \vec{\pi} \right)^2 = \frac{1}{2} \left\{ 2 \pi^2 + \underbrace{\sigma_i \sigma_j \left(i q \frac{\partial A_j}{\partial x_i} - i q \frac{\partial A_i}{\partial x_j} \right)}_{\substack{\uparrow \\ \sum_{i,j,k} \sigma^{ijk} \sigma^k}} \right\}$$

$= \cancel{2 \delta_{ij} \pi^2} (i q)^2$
 $= \delta^{kl} (\nabla \wedge A)^k i q$

$$\Rightarrow \left(\vec{\alpha} \cdot \vec{\pi} \right)^2 = \pi^2 + \frac{q}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{B}$$

Alla fine:

$$\frac{d\phi}{dt} = \left[\frac{\pi^2}{2m} - \frac{q}{2m} \vec{\sigma} \cdot \vec{B} - q A^0 \right] \phi$$

\uparrow \uparrow \uparrow
 cl. cin. termine di dipolo pot. elettost.

$$\frac{q}{2m} \vec{\sigma} \cdot \vec{B} = \frac{q}{m} \vec{S} \cdot \vec{B} \quad \rightarrow \quad g = 2$$

si scrive di solito $\frac{gq}{2m} \vec{S} \cdot \vec{B}$

es. \rightarrow calcola l'ho. ex. (solo per $\vec{\sigma} \cdot \vec{B}$)

$$B = 1 \text{ T} \quad m_e = 511 \text{ KeV}$$

(mettendo tutte le cost.)

$$A_{\text{dip}} = \frac{q \vec{d} \cdot \vec{B}}{2m} \approx 10^{-23} \text{ J} \approx 10^{-4} \text{ eV}$$

RICORDATI (E UN) DI MISURA.

\hbar , e ecc. in MKS

d in MKS

- EQUAZIONE DI DIRAC IN PRESENZA DI UN CAMPO ASSEGNATO -

$$(i\cancel{\partial} - qA - m)\psi = 0 \quad \text{Quanto è } \psi?$$

S si risolve con le funz di Green

$$(i\cancel{\partial} - m) S_F(x) = \delta^4(x)$$

→ propagatore nudo

inoltre deve avere questa propr:

$$\psi(t_2, \vec{x}_2) = \int d^3\vec{x}_1 S_F(x_2 - x_1) \gamma^0 \psi(t_1, \vec{x}_1)$$

$$t_2 > t_1$$

$$\text{Supp } \int S_F \quad \text{con } (i\cancel{\partial} - \psi) = 0$$

S_F → da come agisce, deve essere matrice 4×4
Funzione dello spazio.

Se S_F \int posso prendere: propagatore vestito

$$(i\cancel{\partial}_2 - qA - m) S_A(x_2 - x_1) = \delta^4(x_2 - x_1)$$

questo perché agisce su x_2 .

Moltiplico per $S_F(x_3 - x_2)$

$$\int d^4x_2 S_F(x_3 - x_2) [i\cancel{\partial}_2 - qA - m] S_A(x_2 - x_1) =$$

$$= S_F(x_3 - x_1) \equiv \int d^4x_2 S_F(x_3 - x_2) [-i\cancel{\partial}_2 - qA - m] S_A(x_2 - x_1)$$

$\equiv S_F \circ \delta^4$ la δ^4 integra per parti in modo da far agire la derivata su S_F

$$\Rightarrow \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} (+i\cancel{p} - m) \tilde{S}_F(p) e^{-ipx} = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} e^{-ipx}$$

moltip e divide per $\cancel{p} + m \Rightarrow (p^2 - m^2) \tilde{S}_F = 1$ (?)

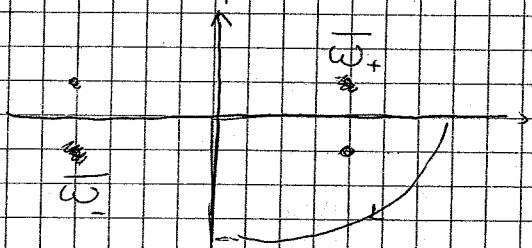
$$\Rightarrow \tilde{S}_F(p) = \frac{\cancel{p} + m}{p^2 - m^2} \quad \text{questo caso ha 2 poli}$$

\Rightarrow sullo shell di massa m diverge.

Prescrizione di Feynman \rightarrow aggiungo $i\epsilon$

Svolgo l'int. risp a p_0 (in generale tutto l'int non si esprime in forma chiusa.)

Poli: (chiamo $p^0 = \omega_p$) $\rightarrow \omega_{\pm} = \pm \sqrt{p^2 + m^2 + i\epsilon}$ (si scrive anche come $\sqrt{\quad} + i\epsilon$)



Chiedo sopra e sotto per $\omega < 0$ o $\omega > 0$

$\rightarrow t > 0 \Rightarrow \omega_+$ tra ω_+ e ω_+ > 0 chiudo sotto e per avere $(it - i(\underbrace{t}_{< 0})\omega) < 0$ e viceversa

A Con teo dei residui calcolo (Nota: ha chiuso da 2 parti ?) \rightarrow RIVEDI TEO RESIDUI

$$\Rightarrow i \int \frac{d^3 \vec{p}}{(2\pi)^3} \theta(t) \frac{\cancel{p} + m}{2\omega_+} e^{-ipx} - \theta(-t) \frac{-\cancel{p} + m}{2\omega_+} e^{ipx}$$

Prende la parte a $ex. > 0$ e la propaga in avanti nel tempo

Prende la parte a $ex. < 0$ e la propaga indietro nel tempo

siifica proprietà enunciata prima \rightarrow che $S(p(t_+))$ si esprime in termini di $S(p(t_-))$

Prendiamo caso campo elettrostatico

$$\vec{A}_A S_A = S_A + q \int d^3x \frac{(x_A - x_1)(A_A - x_1)}{r} + O(q^2)$$

esplicita S_A qui \rightarrow

Integra in d^4x_1 (e viene una S perché entra solo nell'exp. \Rightarrow la S ammazza un'integrazione in \mathbb{R}^4 \Rightarrow diventa $p_1 = p_2 = p$)

$$S_A(x_A - x_1) = q \int d^4p \frac{1}{(2\pi)^4}$$

\Rightarrow deve integrare in $d^4x_1 \Rightarrow$ Passa $A(x_1)$ in trasformata \Rightarrow integra in x_1 e gli rimane

$$S_A(p_1 - p_2 + p_3) \quad p_3 \text{ da } \int \frac{d^4p_3 \tilde{A} e^{-ip_3 x_1}}{(2\pi)^4}$$

Allora ammazza l'int. in d^4p_3 e trova

$$q \int \frac{d^4p_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4p_2}{(2\pi)^4} \frac{p_1 - m}{p_1^2 - m^2 + i\epsilon} \tilde{A}(p_2 - p_1) \frac{p_2 - m}{p_2^2 - m^2 + i\epsilon} e^{-ip_1 x_1 + ip_2 x_1}$$

Questo mi dà l'ampiezza d'interazione \Rightarrow vedo sperimentalmente cosa fa quello e da lì ricavo \tilde{A} ovvero A

$$\text{Ho } \psi_{inc} = e^{-ikx} u(x) \quad \psi_f = \int d^3x S_A(t_f, \vec{x}) \gamma^0 \psi(0, \vec{x})$$

S_A è il prop. libero più int. che ho calcolato

Così S_A dà l'ev. temp. di ψ_f

$$\psi(t, \vec{x}) = \int d^3\vec{y} S_A(t, \vec{x} - \vec{y}) \gamma^0 \psi(0, \vec{y})$$

\rightarrow so come emerge la particella dall'int. con il campo

1° termine $\Rightarrow S_F \Rightarrow$ part libera, senza campo
2° $\Leftarrow \Rightarrow$ parte dell'onda diffusa dal perseglio.

$$(i\cancel{\partial} - qA - m) \underset{\substack{\uparrow \\ 4 \times 4}}{S_A}(x_2; x_1) = \delta^4(x_2 - x_1)$$

$$(i\cancel{\partial} - m) S_F(x_2; x_1) = \delta^4(x_2 - x_1)$$

$$S_F(x) = \int d^4p \frac{1}{(2\pi)^4} \frac{\cancel{p} + m}{p^2 - m^2 + i\epsilon} e^{-ipx}$$

$$= -i \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3 \omega_p} \left[\Theta(x^0) (\cancel{p} + m) e^{-ipx} - \Theta(-x^0) (\cancel{p} - m) e^{-ipx} \right]$$

Il secondo integrale non è inveniente a vista, ma è definito sulla parte positiva della shell di massa.

Al prim'ordine perturbativo:

$$S_A(x_1; x_2) = S_F(x_2 - x_1) + q \int d^4z S_F(x_2 - z) A(z) S_F(z - x_1) + O(q^2)$$

\uparrow evoluzione libera dell'ondata incidente \uparrow onda diffusa

Possò quindi scrivere: $\Psi(x) = \Psi_{\text{incidente}}(x) + \Psi_{\text{diffusa}}(x)$

Immaginando che $t_1 \ll 0 \Rightarrow \Psi_{\text{inc}}(\vec{x}, t_1)$ sia un dato assegnato, possiamo scrivere

$$\Psi(x) = \Psi_{\text{inc}}(x) + \Psi_{\text{diff}}(x) = \lim_{t_1 \rightarrow -\infty} i \int d^3z S_A(x-z) \gamma^0 \Psi_{\text{inc}}(z) + \dots$$

con $z^0 \equiv t_1$.

Sto immaginando la funzione d'onda a tempi molto anteriori allo scattering, e usando la funzione di Green.

Otleggo:

$$= \lim_{t_1 \rightarrow -\infty} i \int d^3z S_F(x-z) \gamma^0 \Psi_{\text{inc}}(z) + iq \int d^3z \int d^4y S_F(x-y) A(y) S_F(y-z) \gamma^0 \Psi_{\text{inc}}(z)$$

$\underbrace{\hspace{15em}}$ $\Psi_{\text{inc.}}$ evoluta con la f. di Green libera $\cdot \gamma^0 \Psi_{\text{inc}}(z)$

$$\equiv \Psi_{\text{inc}}(x)$$

Posso scambiare gli integrali in d^3z ed in d^4y :

$$= \Psi_{inc}(x) + q \int d^4y S_F(x-y) A(y) \Psi_{inc}(y)$$

Ammettiamo che l'interazione col campo A abbia una durata temporale finita. Andiamo anche ad osservare il sistema ad x^0 grande (siamo interessati all'evoluzione in avanti del tempo):

$$S_F(x-y) \rightarrow -i \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3 \omega_p} \Theta(x^0 - y^0) (\not{p} + m) e^{-ip(x-y)}$$

$$\Psi_{diff}(x) = -iq \int d^4y \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3 \omega_p} (\not{p} + m) e^{-ip(x-y)} A(y) \Psi_{inc}(y)$$

Scriviamo $\not{p} + m$ in termini di spinori di Dirac ed esplicitiamo Ψ_{inc} come un'onda piana incidente sul bersaglio.

Mettiamoci in un volume finito. Gli spinori sono un insieme completo che proietta su uno stato ad energie positive:

$$\sum_{\alpha} u^{\alpha}(p) \bar{u}^{\alpha}(p) = \not{p} + m$$

$$\Psi_{inc}(x) = \frac{1}{\sqrt{V \cdot E}} u^{\alpha}(p) e^{-ipx} \quad V = \text{volume}$$

Lo scopo è scrivere Ψ_{diff} in termini di onde piane.

$$\Psi_{diff} = -iq \int \frac{d^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3 \omega_{p_2}} \sum_{\alpha} u^{\alpha}(p) \bar{u}^{\alpha}(p_2) e^{-ip_2 x} \int d^4y e^{ip_1 y} A(y) \frac{1}{\sqrt{V E_1}} u^{\beta}(p_1) e^{-ip_1 y}$$

Visto che siamo in un volume finito, gli impulsi possibili non sono più un insieme continuo, bensì un reticolo discreto. Se siamo in una scatola $L \times L \times L$, il

ponso del reticolo è $\frac{L}{2\pi}$.

$$\Psi_{diff}(x) = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}_f, \alpha} \frac{1}{E_f} u^\alpha(\mathbf{p}_f) \bar{u}^\alpha(\mathbf{p}_f) e^{-i\mathbf{p}_f x} \int d^4y e^{i(\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i)y} A(y) \frac{1}{\sqrt{E_i}} u^\beta(\mathbf{p}_i)$$

Riconosciamo un'onda piana uscente con impulso \mathbf{p}_f .
Normalizzando sempre ad una particella per unità di volume:

$$= \frac{1}{\sqrt{V}} \underbrace{\sum_{\mathbf{p}_f, \alpha} \frac{1}{\sqrt{E_f}} u^\alpha(\mathbf{p}_f) e^{-i\mathbf{p}_f x}}_{\text{somma di onde piane uscenti}} \frac{1}{\sqrt{E_f}} \underbrace{\left[\int d^4y \bar{u}^\alpha(\mathbf{p}_f) A(y) u^\beta(\mathbf{p}_i) e^{i(\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i)y} \right]}_{\text{C-numero: ampiezza di probabilità che dall'interazione esca una particella di impulso } \mathbf{p}_f}$$

Non abbiamo usato altro che la località dell'interazione. La decomposizione in onde piane della particella uscente si ha a tutti gli ordini in g , a causa dell'operatore S_F .

L'unica cosa che abbiamo fatto "a mano" è selezionare la parte ad energie positive.

(Trattazione positroni \rightarrow seconda quantizzazione).

$$S_{fi} = \frac{1}{V} \left[\int d^4y \bar{u}^\alpha(\mathbf{p}_f) A(y) u^\beta(\mathbf{p}_i) e^{i(\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i)y} \frac{1}{\sqrt{E_f E_i}} \right]$$

Facciamo il conto nel caso: $\vec{A} = 0$, $A^0 = -\frac{Q}{4\pi r}$ - $\left(\frac{\partial A^\mu}{\partial t} = 0 \right)$
le cose si semplificano:

$$S_{fi} = 2\pi \delta(E_i - E_f) \frac{1}{V} \int d^3\vec{y} (-iq) \bar{u}^\alpha(\mathbf{p}_f) A^0(\vec{y}) \gamma^0 u^\beta(\mathbf{p}_i) \frac{e^{-i(\vec{p}_f - \vec{p}_i)\vec{y}}}{\sqrt{E_f E_i}}$$

Ora basta elevare al quadrato questo termine, che ci farà ottenere la probabilità di transizione.

$$2\pi \delta(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} dt \approx \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} dt e^{i\omega t} = \frac{2 \sin(\omega T/2)}{\omega} \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} \approx T$$

$$|S_{fi}|^2 = T 2\pi \delta(\epsilon_i - \epsilon_f) \frac{1}{V^2} q^2 \left| \int \dots \right|^2$$

$$\int d^3\vec{y} \frac{-Q}{4\pi|\vec{y}|} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{y}} \equiv \tilde{A}(\vec{q})$$

Per calcolare l'integrale utilizziamo il risultato:

$$\nabla^2 \varphi = -\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -\rho$$

Per una carica puntiforme:

$$\nabla^2 \frac{-Q}{4\pi r} = -Q \delta^3(\vec{r})$$

In trasformata di Fourier:

$$-|\vec{q}|^2 \tilde{A}(\vec{q}) = -Q \Rightarrow \tilde{A}(\vec{q}) = \frac{Q}{|\vec{q}|^2}$$

$$|S_{fi}|^2 = T 2\pi \delta(\epsilon_i - \epsilon_f) \frac{1}{V^2} q^2 \left| \tilde{u}^\alpha(p_f) \frac{Q}{|\vec{q}|^2} \gamma^0 u^\beta(p_i) \right|^2 \frac{1}{\epsilon_f \epsilon_i}$$

L'onda interagisce col centro di flusso per un tempo T , ma a noi interessa la probabilità d'interazione per unità di tempo.

N.B.: $|\vec{q}| \rightarrow \infty \Rightarrow |S_{fi}|^2 \rightarrow 0$

Non ci aspettiamo che un detector sia in grado di misurare un singolo stato quantistico; dovremo sommare su tutti gli stati più vicini della risoluzione del detector. Quando andiamo a mediare su questi stati, eliminiamo un fattore $\frac{1}{V}$. Ne rimane uno. Ricordiamo:

$$\vec{R} = \vec{\Phi} \cdot \sigma \quad (\text{dimensionalmente})$$

$$\vec{\Phi} \cdot \sigma \equiv \left(\frac{d|S_{fi}|^2}{dt} \right)$$

$$\vec{\Phi} = \frac{1}{V} \frac{|\vec{p}_i|}{\epsilon_i}$$

Da questa scrittura estraiamo dunque la sezione d'urto differenziale:

$$\frac{d\sigma_{p_i}}{d^3\vec{p}_f} = 2\pi \delta(\epsilon_i - \epsilon_f) \underbrace{q^2}_{\text{carica}} \underbrace{Q^2}_{\text{impulso}} \frac{1}{|\vec{p}_i| E_f} \left| \bar{u}^\alpha(p_f) \gamma^0 u^\beta(p_i) \right|^2$$

L'energia uscente è legata all'angolo con cui la particella si allontanava -

$$d\sigma_i = \int d^3\vec{p}_f \frac{d\sigma_{p_i}}{d^3\vec{p}_f} = \int d\Omega_f dP_f \vec{p}_f^2 \frac{d\sigma_{p_i}}{d^3\vec{p}_f}$$

$$E_f dE_f = \vec{p}_f d\vec{p}_f$$

$$d\sigma_i = \int d\Omega_f P_f d\vec{p}_f \cancel{dE_f} 2\pi \delta(\epsilon_i - \epsilon_f) \frac{z^2 \alpha}{|\vec{q}|^4} \frac{1}{|\vec{p}_i|} \left| \bar{u}^\alpha(p_f) \gamma^0 u^\beta(p_i) \right|^2$$

$$\left| \bar{u}^\alpha(p_f) \gamma^0 u^\beta(p_i) \right|^2 =$$

Normalmente non abbiamo a disposizione un fascio iniziale polarizzato, né osserviamo la polarizzazione finale \Rightarrow mediamo sulle polarizzazioni iniziali e sommiamo su quelle finali -

$$= \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} \left| \bar{u}^\alpha(p_f) \gamma^0 u^\beta(p_i) \right|^2 = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} \bar{u}^\alpha(p_f) \gamma^0 u^\beta(p_i) \bar{u}^\beta(p_i) \gamma^0 u^\alpha(p_f) =$$

(esplicitando gli indici spinoriali)

$$= \frac{1}{2} \text{Tr} \left\{ (p_f + m) \gamma^0 (p_i + m) \gamma^0 \right\} = \frac{1}{2} \text{Tr} \left\{ p_f^\mu \gamma^0 p_i^\nu \gamma^0 + m^2 \gamma^0^2 \right\} =$$

$$= 2E_f E_i - 2\vec{p}_f \cdot \vec{p}_i + 2m^2$$

Sfruttiamo il fatto che $E_f = E_i \Rightarrow |\vec{p}_f| = |\vec{p}_i| \Rightarrow \vec{p}_f \cdot \vec{p}_i = |\vec{p}_i|^2 \cos\theta$

$$\Rightarrow (p_f \cdot p_i) = m^2 + 2E^2 \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

Scritto in queste variabili, $\vec{q} = \vec{p}_f - \vec{p}_i \Rightarrow |\vec{q}|^4 = 16|\vec{p}_i|^4 \sin^4 \frac{\theta}{2}$

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{z^2 \alpha^2}{4|\vec{p}_i|^2 \beta^2 \sin^4(\theta/2)} \left[1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right]}$$

Cose da notare:

- Dipendenza da α^2
- Divergenza per piccoli angoli: classicamente, θ piccolo $\Rightarrow b$ grande, e la sezione d'urto è $2\pi b db$.

N.B.: troviamo il calcolo su:

Itzykson - Zuber QFT 2-5

05/03/2012

Impostazione sperimentale - fenomenologica del corso.

Spesso chiama alla lavagna.

Teoria dello scattering

L'operatore di evoluzione temporale è unitario perché deve conservare l'unitarietà della probabilità tra l'istante t_0 e l'istante t .

La matrice T descrive la trasformazione di un sistema a seguito di una interazione.

$$S = \underset{\substack{\uparrow \\ |\phi\rangle = |\psi\rangle}}{\mathbb{I}} + \alpha \underset{\substack{\uparrow \\ |\phi\rangle \neq |\psi\rangle}}{T}$$

Banalmente, $\langle a | T | a \rangle = 0$, perché T connette stati diversi.

N.B.: si parla di scattering, ma il significato è più generale: evoluzione di un sistema.

L'interazione è LOCALE nello spazio-tempo: a $t = -\infty$ e lontano dal punto d'interazione, le particelle evolvono con hamiltoniane libere.

Cosa significa dal punto di vista sperimentale?

Es.: elettrone su bersaglio adronico.

Il bersaglio è localizzato spazialmente all'interno

del sistema di rivelatori, e l'interazione avviene ad un certo istante $t=0$.

La rivelazione dell'elettrone avviene a "grande" distanza, se comparata con la scala dell'interazione ($\sim 10^{-8}$ cm, \sim dimensione dell'atomo).

$$S = 1 + (2\pi)^4 \delta^4(p_i - p_f) T$$

T è sviluppabile perturbativamente solo quando la costante di accoppiamento dell'interazione è piccola \Rightarrow praticamente solo per le int. elettrodeboli.

$$T_{fi} = \langle f | ? | i \rangle$$

$$V = \mathcal{L}_I = H_I$$

$$T_{fi} = \langle f | V | i \rangle \quad \text{Questo è solo il primo termine!}$$

Lo stato $|i\rangle$ è autostato di hamiltoniana completa ad un autovalore di hamiltoniana libera.

$$T_{fi} = \langle f | U(-\infty, \infty) | i \rangle \quad \text{ok}$$

$$T_{fi} = \langle f | V | i_{in} \rangle = \langle f | V (U(0, -\infty) | i_{in} \rangle)$$

Lo stato $|i\rangle$ può sempre evolvere prima di arrivare al punto d'interazione!

$$H_0 |i\rangle = \epsilon_i |i\rangle$$

$$|i_{in}\rangle : H |i_{in}\rangle = \epsilon_i |i_{in}\rangle \quad (\text{per costruzione})$$

$$|i_{in}\rangle \equiv |i\rangle + G |i_{in}\rangle$$

Che operatore è U ?

Ingredienti: H, H_0, t, t_0

$$\text{Rappresentazione di Schrödinger: } |\Psi(t)\rangle = e^{-iH_0(t-t_0)} |\Psi(t_0)\rangle$$

Gli stati in rappresentazione di interazione sono un po' diversi:

$$e^{iH_0 t} |\Psi(t)\rangle = |\Psi(t)\rangle_I$$

\hookrightarrow di Schrödinger

$$|\Psi(t)\rangle_I = e^{iH_0 t} |\Psi(t)\rangle = e^{iH_0 t} e^{-iH(t-t_0)} |\Psi(t_0)\rangle$$

$$= \underbrace{e^{iH_0 t} e^{-iH(t-t_0)} e^{-iH_0 t_0}}_{U(t, t_0)} |\Psi(t_0)\rangle_I$$

da $|\Psi(t)\rangle$ di Schrödinger a $t = -\infty$ è una particella libera ed evolve come tale:

$$\begin{cases} |\Psi(-\infty)\rangle = e^{-iH_0(-\infty)} |a\rangle & |a\rangle \text{ soluzione dell'eq. libera} \\ |\Psi(-\infty)\rangle_I = |a\rangle \\ \rightarrow \equiv |\Psi(t)\rangle \Big|_{t \rightarrow -\infty} = e^{-iH_0 t} |a\rangle \end{cases}$$

A quale equazione obbedisce Ψ in rapp. di interazione?

In rapp. di Schrödinger:

$$i \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = (H_0 + V) |\Psi(t)\rangle$$

Mentre in rapp. d'interazione:

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle_I &= i \frac{d}{dt} e^{iH_0 t} |\Psi(t)\rangle = -H_0 e^{iH_0 t} |\Psi(t)\rangle + i e^{iH_0 t} \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = \\ &= -H_0 e^{iH_0 t} |\Psi(t)\rangle + e^{iH_0 t} H_0 |\Psi(t)\rangle + e^{iH_0 t} V |\Psi(t)\rangle = \\ &= e^{iH_0 t} V |\Psi(t)\rangle = e^{iH_0 t} V e^{-iH_0 t} |\Psi(t)\rangle_I \\ &\equiv V_I |\Psi(t)\rangle_I \end{aligned}$$

$$i \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle_I = V_I |\Psi(t)\rangle_I$$

Definiamo l'operatore U :

$$U(t, t_0) |\Psi(t)\rangle_I = U(t, t_0) |\Psi(t_0)\rangle_I$$

Sostituisco:

$$i \frac{\partial}{\partial t} U(t, t_0) |\Psi(t_0)\rangle_I = V_I U(t, t_0) |\Psi(t_0)\rangle_I$$

Questa è una equazione differenziale in $U(t, t_0)$.

N.B.: $V_I = V_I(t)$!

Ne segue che:

$$U(t, t_0) = 1 + \int_{t_0}^t dt_1 V_I(t_1) U(t_1, t_0)$$

Questo è uno sviluppo iterativo.

$$U(t_0, t_0) = 1 \Rightarrow k = 0$$

$$U(t_1, t_0) = \int_{t_0}^{t_1} dt_2 V_I(t_2) U(t_2, t_0)$$

(...)

Da serie vale:

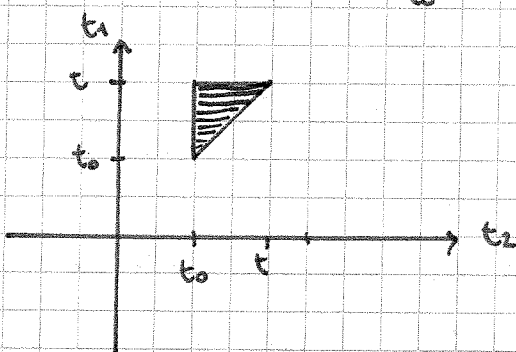
$$U(t, t_0) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{t_1} \dots \int_{t_0}^{t_{n-1}} dt_1 \dots dt_n V_I(t_1) \dots V_I(t_n)$$

Se mi fermo ad $n=1$ avrò una sola potenza di V .

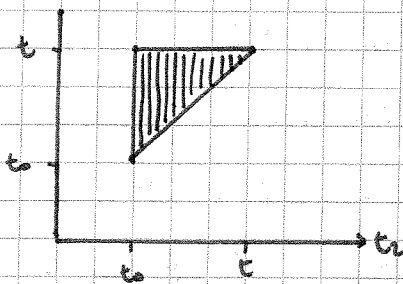
$U(t, t_0)$ si scrive in forma più ragionevole facendo uso del T-prodotto. Bisogna cambiare gli estremi di integrazione.

Vediamo come si fa in 2 dimensioni:

$$U^{(2)}(t, t_0) = (-i)^2 \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 V_I(t_1) V_I(t_2)$$



Ma posso anche muovermi con t_2 da t_0 a t :



Avvero:

$$\begin{aligned} U^{(2)}(t, t_0) &= (-i)^2 \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_1}^t dt_2 V_I(t_2) V_I(t_1) = \\ &= \frac{(-i)^2}{2} \int_{t_0}^t dt_1 \left[\int_{t_0}^{t_1} dt_2 V_I(t_1) V_I(t_2) + \int_{t_1}^t dt_2 V_I(t_2) V_I(t_1) \right] \end{aligned}$$

Se faccio uso del t-prodotto $P(V_I(t_1), V_I(t_2))$:

$$U^{(2)}(t, t_0) = \frac{(-i)^n}{2} \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 P(V_I(t_1), V_I(t_2))$$

Allora:

$$U(t, t_0) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \left[\int_{t_0}^t dt_1 \dots \int_{t_0}^{t_{n-1}} dt_n P[V_I(t_1) \dots V_I(t_n)] \right]$$

Questo è il modo più generale che ho per scrivere U .

Troveremo scritto:

$$S = \langle f | U(-\infty, +\infty) | i \rangle$$

$$S = \langle f_{out} | i_{in} \rangle$$

Come scriviamo in maniera semplice questi stati?

Arriveremo a scriverli in termini di autostati di

hamiltoniana libera.

$$U(t, t_0) = e^{iH_0 t} e^{-iH(t-t_0)} e^{-iH_0 t_0}$$

Se f è una funzione oscillante ma limitata,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[\int_{-\infty}^0 e^{\epsilon x} f(x) dx \right] = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left\{ \frac{\epsilon e^{\epsilon x} f(x)}{\epsilon} \Big|_{-\infty}^0 - \int_{-\infty}^0 e^{\epsilon x} f'(x) dx \right\} = f(0) - f(0) + f(-\infty)$$

Allora:

$$U(0, -\infty) = \lim_{t_0 \rightarrow -\infty} e^{iH t_0} e^{-iH_0 t_0} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-\infty}^0 e^{i(H-H_0 - i\epsilon)t} dt$$

Stiamo parlando di matrici. Sviluppando gli esponenziali ho

una struttura polinomiale, e per ogni termine posso fare

il calcolo formalmente. Non è quindi sbagliato fare

il calcolo formale (si ottiene lo stesso risultato) così:

$$= \frac{\epsilon}{i(H-H_0-i\epsilon)} = \frac{i\epsilon}{H_0 - H + i\epsilon}$$

$$U(0, -\infty) | a \rangle = | a_{in} \rangle \Rightarrow i\epsilon | a \rangle = (H_0 - H + i\epsilon) | a_{in} \rangle$$

N.B.: $\frac{1}{H_0} |a\rangle = \frac{1}{E_0} |a\rangle$ se H_0 è invertibile. Quindi:

$$i\varepsilon |a\rangle = (E_a - H + i\varepsilon) |a_{in}\rangle$$

Ovvero, $|a_{in}\rangle$ è autostato di H_0 all'autovalore E_a di $|a\rangle$, per costruzione (c.v.d.).

$$|a_{in}\rangle = |a\rangle + G |a_{in}\rangle$$

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 $t=0$ $t=-\infty$ propagatore $t=0$

Questa scrittura permette lo sviluppo perturbativo.

Com'è fatto G ?

$$i\varepsilon |a\rangle = (E_a - H_0 + i\varepsilon) |a\rangle \quad (|a\rangle \text{ è autostato di } H_0 \dots)$$

$$(E_a - H + i\varepsilon) |a_{in}\rangle = (E_a - H_0 - V + i\varepsilon) |a_{in}\rangle$$

$$(E_a - H_0 + i\varepsilon) |a\rangle = (E_a - H_0 + i\varepsilon - V) |a_{in}\rangle$$
$$= (E_a - H_0 + i\varepsilon) |a_{in}\rangle - V |a_{in}\rangle$$

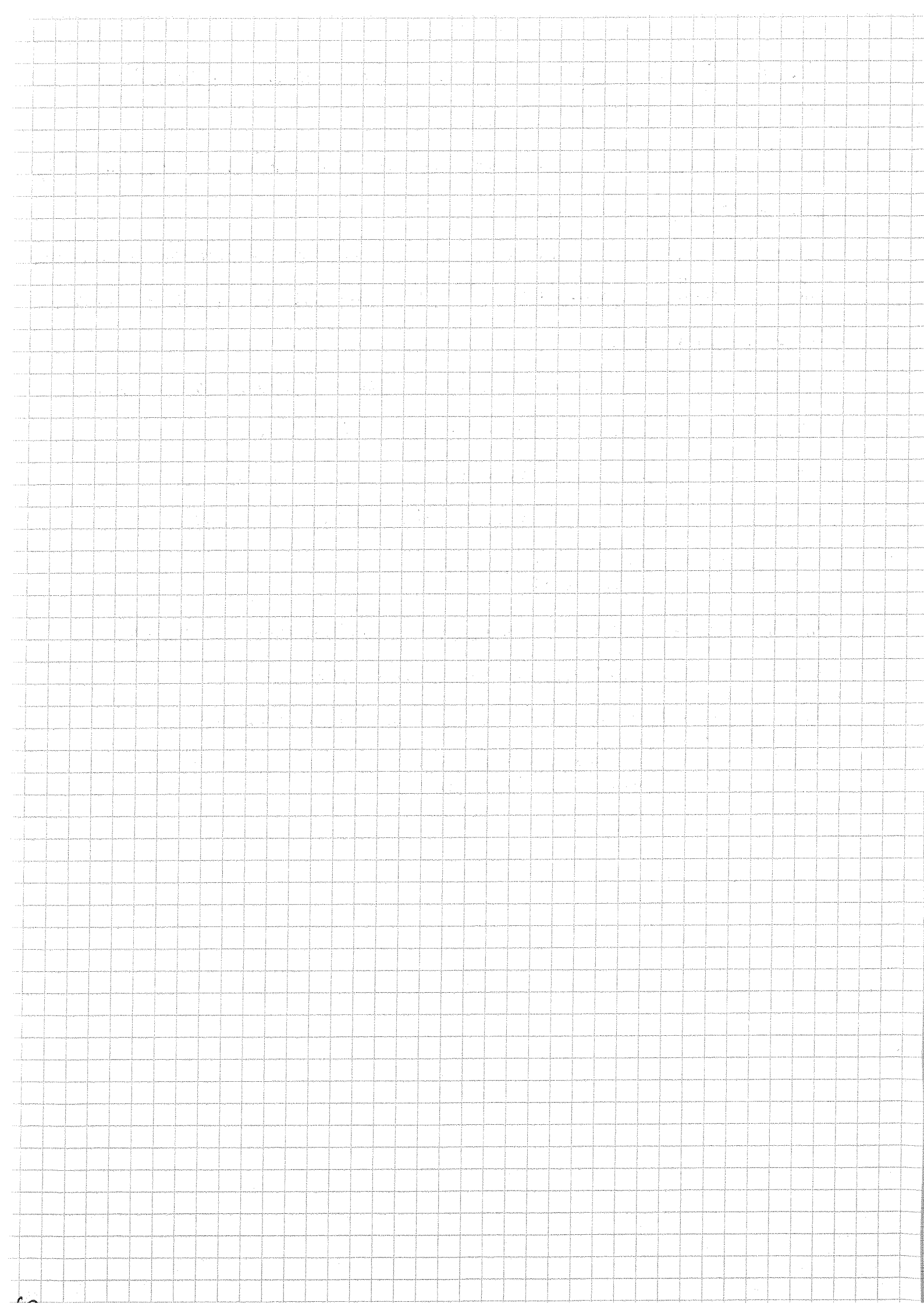
$$|a_{in}\rangle = |a\rangle + \frac{V}{E_0 - H_0 + i\varepsilon} |a_{in}\rangle$$

Posso trovare anche $\langle b_{out} |$ utilizzando $U(0, +\infty)$.

Questo si dice sviluppo di Lipman-Schwinger.

Da questo esce anche la δ^4 di conservazione:

$$2\pi : \delta(x) = \left(\frac{1}{x+i\varepsilon} - \frac{1}{x-i\varepsilon} \right)_{x \rightarrow 0}$$



Poi ho $|F_{out}\rangle$ ($\circ |b_{out}\rangle$) $\xrightarrow{U_0}$ $U(x, 0)$
 uguale a prima con un (-) davanti;

\Rightarrow se al posto di $|a_{in}\rangle$ ~~anchora~~ e $|b_{out}\rangle$
 metto $|a\rangle$ e $|b\rangle$ trovo $\frac{V}{E_0 + i\epsilon} |a\rangle \Rightarrow 1^o$
 ordine.

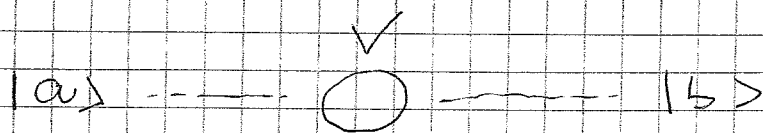
\rightarrow FARE IL CONTO con $\langle b_{out} | \psi_{a_{in}} \rangle$
 esplicitando anche δ_{out} .

Da qui esce anche la δ nel $\lim \epsilon \rightarrow 0$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+i\epsilon} - \frac{1}{x-i\epsilon} = (2\pi i) \delta(x) \quad (\text{viene fuori anche da int. exp. e compl.})$$

(qui \bar{c} NR \Rightarrow solo comp. temporale) 06-03-12

Vediamo il conto \Rightarrow il punto sta nel trovare
 $\psi(+\infty)$ sapendo $\psi(-\infty)$ e $\lim_{t \rightarrow \pm\infty}$ sapendo com'è
 fatta l'interazione \Rightarrow localizzata nello spazio e
 nel tempo.



Calcolo $|b_{out}\rangle = U(0, +\infty) |b\rangle$

Devo trovare un $\lim_{\epsilon \rightarrow 0}$ per $F(+\infty)$ analogo a quello
 di $F(-\infty)$ (come prima)

$$\Rightarrow F(+\infty) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^{+\infty} e^{-\epsilon x} F(x) dx$$

$U(0, t_0) = e^{i(H-H_0)t_0} = F(t_0) \Rightarrow$ scrivo l'int. e svolgo
 formalmente

Ricavo $|b_{out}\rangle$ come si faceva con $|a_{in}\rangle$

Si può anche scrivere $|a_{in}\rangle$ in termini del solo $|a\rangle$ così:

$$|a_{in}\rangle = \frac{i\epsilon}{E_a - H + i\epsilon} |a\rangle + \frac{\sqrt{\epsilon}}{E_a - H + i\epsilon} |a\rangle$$

\uparrow
 somma e sottraggio $E_a - H$, poi $(E_a - H_0)|a\rangle = 0$

Somiglia all'altra ma con H al posto di H_0 (H non è aut. di H come $|a_{in}\rangle$ non è aut. di H_0 , se no sarebbero identità).

$$|b_{out}\rangle = \frac{-i\epsilon}{H_0 - H - i\epsilon} |b\rangle$$

questo si sost. con E_b ($\frac{1}{H} |\psi\rangle = \frac{1}{E} |\psi\rangle$)

\Rightarrow Si fa lo stesso procedimento, ma cambia il segno di $i\epsilon$ (come dire chiudo sopra o sotto).

$$|b_{out}\rangle = |b\rangle + \frac{\sqrt{\epsilon}}{E_b - H_0 - i\epsilon} |b_{out}\rangle$$

$$|b_{out}\rangle = |b\rangle + \frac{\sqrt{\epsilon}}{E_b - H + i\epsilon} |b\rangle$$

$$\Rightarrow S_{ba} = \langle b_{out} | a_{in} \rangle = \langle b | U(+\infty, -\infty) | a \rangle$$

equivalentemente.

Approx. 1° ord. \Rightarrow sost. b_{out} e b_{in} \Rightarrow ρ è come dire che lo stato libero da $-\infty$ a 0 non è cambiato quasi niente.

$$\rightarrow \text{ordine 1} \quad \langle b | a_{in} \rangle = \langle b | a \rangle + \langle b | \frac{\sqrt{\epsilon}}{E_a - H + i\epsilon} | a \rangle$$

$$\langle b_{out} | = \langle b | + \langle b | \frac{\sqrt{\epsilon}}{E_b - H + i\epsilon}$$

\uparrow compl. con. per il $\langle b |$

$$\Rightarrow \langle b_{out} | a_{in} \rangle = \langle b | a \rangle + \langle b | \frac{V}{E_b - H_0 + i\epsilon} | a \rangle +$$

$$+ \langle b | \frac{V}{E_b - H_0 + i\epsilon} | a_{in} \rangle + \langle b | \frac{V}{E_b - E_a + i\epsilon} | a \rangle +$$

$$\frac{V}{E_a - H_0 + i\epsilon} | a_{in} \rangle$$

↑
questo
messo E_a

$$\langle b_{out} | a_{in} \rangle = \langle b | a_{in} \rangle + \langle b | \frac{V}{E_b - E_a + i\epsilon} | a_{in} \rangle$$

↑
questo perché a_{in}
è aut. di H

Sul $|a_{in}\rangle$:

$$= \langle b | a \rangle + \langle b | \frac{V}{E_a - H_0 + i\epsilon} | a \rangle + \langle b | \frac{V}{E_b - E_a + i\epsilon} | a \rangle +$$

$$+ \langle b | \frac{V}{E_b - E_a + i\epsilon} \frac{V}{E_a - H_0 + i\epsilon} | a \rangle$$

questo su $|b\rangle$ mi dà E_b

\Rightarrow 1° ord. in V

$\Gamma \rightarrow S_{ba}$

$$\langle b | a \rangle = \langle b | a \rangle + \langle b | \frac{V}{E_a - E_b + i\epsilon} | a_{in} \rangle +$$

$$+ \langle b | \frac{V}{E_b - E_a + i\epsilon} | a_{in} \rangle =$$

$$= S_{ba} + \langle b | V | a_{in} \rangle \left[\frac{1}{(E_b - E_a) + i\epsilon} - \frac{1}{(E_b - E_a) - i\epsilon} \right]$$

↓

$$= \delta(E_b - E_a)$$

per $\epsilon \rightarrow 0$

Allora $S = I + V S^{(2)}(E_b - E_a) T$

$\Rightarrow T = - \langle b | V | a_{in} \rangle$ per lo sviluppo

Sviluppo al 1° ord $|a_n\rangle$

$$\Rightarrow \langle b|a\rangle \langle b|V|a\rangle + \langle b|V \frac{V}{E_a - E_b + i\epsilon} |a\rangle$$

↑
 Questi sono
 quelli visti prima
 ⇒ questo termine è l'int.
 con campo
 statico

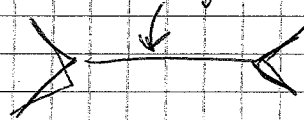
L'altro pezzo si aggiusta così ⇒ molt. per ins.

compl. stati $H_0 \Rightarrow |n\rangle$

lascio H_0 al posto di E_b

$$\Rightarrow \sum_n \langle b|V \frac{1}{E_a - H_0 + i\epsilon} |n\rangle \langle n|V|a\rangle$$

↑
 Questo rapp. prop.
 attraverso stati
 intermedi, in sostanza
 l'aggiungere il prop.



Si scrive così

$$T_{ba} = -V_{ba} + \sum_c \frac{V_{bc} T_{ca}}{E_a - E_c + i\epsilon}$$

$$S_{ba} = 1 + i(2\pi)^4 \delta^4(p_b - p_a) T_{ba}$$

se $b \neq a$

$$|S|^2 = (2\pi)^8 \delta^4(p_b - p_a) \delta^4(p_b - p_a) |T_{ba}|^2$$

↑
 $= \delta^4(0)$
 perché basta l'altra

si interpreta con $S^4(y) = \int \frac{1}{(2\pi)^4} e^{iyx} VT$

Parte temporale:
$$\delta^0(E) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} dt e^{iEt} =$$

$$\delta^0(0) = \lim_{E \rightarrow 0} \delta^0(E)$$
 se prendo $E \rightarrow 0$ sparisce

l'exp \Rightarrow viene solo T a T molto grande (cioè abbastanza grande

$$\Rightarrow \delta^0(E) = \frac{T}{2\pi} \quad \delta^3(0) = \frac{V}{(2\pi)^3}$$
 che l'int sparisce)

$\sqrt{}$ grande risp. a vol. su cui sono norm. gli stati, che $\bar{E} = (2\pi)^3$

\downarrow
Vol e sp. delle fasi a modulo fissato.

Caso rel. \rightarrow ogni el. di volume implica un $2E$ a dividere (sp. fasi Lorentz. Inv.)

$$\Rightarrow \text{voglio } \frac{1}{V} \frac{dS}{dt} = (2\pi)^4 S^4(\dots) |T|^2 \frac{1}{2E_i} \frac{dP_i^3}{2E_i}$$

ci aggiungo $\Phi = f_1 + f_2 |\vec{v}|$

$$\frac{2E}{(2\pi)^3} \rho = \text{el. per un. di volume in base a consideraz. già viste.}$$

Inoltre θ particella m_0 $N e^{ipx} \rightarrow N = \frac{1}{(2\pi)^3 2}$

$$\Rightarrow |T|^2 = \frac{1}{(2\pi)^3} |\vec{F}|^2$$

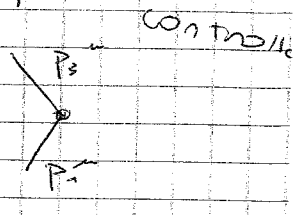
\uparrow
termine dovuto a $\# \#$ stati (?)

Tutti questi $\sqrt{}$ si semplificano tra loro

$$d\sigma = \frac{1}{2E_1 E_2 |v_{rel}|} (2\pi)^4 \delta^4(\dots) \left| T \right| \frac{1}{(2\pi)^3 p_i^0} \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 p_i^0} \quad (?)$$

Corrette prob \Rightarrow se c'è interazione:

J avrà Φ^* quello fin e Φ quello in
 (o viceversa?) (dip. da come è girato l'el. di
 matric. ???)



Questo corso si basa su processi indotti da interazioni elettrodeboli -

$$e \quad \mu \quad e^+e^- \quad \gamma \quad W^\pm Z^0$$

Trascuriamo le interazioni $p\bar{p}$ e pp , che non possiedono una spiegazione elementare: non posso usarle per studiare i costituenti elementari della materia.

È sia esperimenti su leptoni che su adroni - Quando è più conveniente un tipo e quando l'altro?

Usiamo gli adroni per andare alla ricerca di nuove particelle - una sorta di spettroscopia.

N.B.: non tutta l'energia ceduta ad un fascio adronico partecipa alla spettroscopia: l'efficienza di produzione è bassa.

Non si usano solo macchine leptoniche perché sarebbero molto più costose, anche se sarebbero molto più efficienti (i leptoni possono produrre molte meno particelle).

Esempio: potremmo cercare l'Higgs con due fasci di e^+e^- a 500 GeV - Ma una macchina del genere costerebbe ~10 ME:

$$\text{costo}(e^+e^- 500+500 \text{ GeV}) \gg \text{costo}(LHC 7+7 \text{ TeV})$$

Prendiamo uno scattering di una particella scalare su un bersaglio scalare.

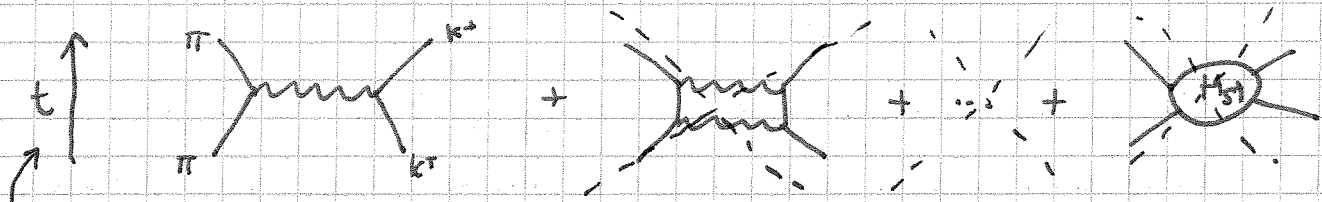
$$\begin{array}{ccc} s=0 & & s=0 \\ \pi^+ & \longrightarrow & m \\ m_\pi & & \end{array}$$

Il bersaglio può essere un nucleo qualsiasi di carica Ze .

In via del tutto ipotetica potremmo immaginare un k , ovviamente questo non è possibile.

Calcoliamo solo il contributo e.m., anche se ad alte energie sono dominante l'int. forte.

Chiamiamo il nucleo K^+ e diamogli carica unitaria.



l'asse del tempo definisce il canale in cui avviene l'interazione.

Ferriamoci al 1° ordine. Per scrivere l'interazione e.m. si usa la derivata covariante. N.B.: questo è un prodotto della meccanica classica lagrangiana.

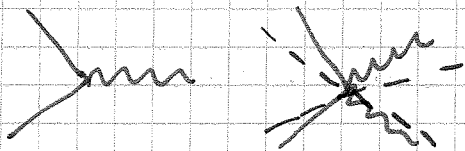
$$\begin{cases} \partial_\mu \rightarrow \partial_\mu + ie A_\mu \\ (\square + m^2) \psi = 0 \end{cases} \rightarrow [(\square + m^2) + ie(\partial_\mu A^\mu + A^\mu \partial_\mu) - e^2 A_\mu A^\mu] \psi = 0$$

$$\Rightarrow (\square + m^2) \psi = -[ie F_{\mu\nu} - e^2 A_\mu A^\mu] \psi$$

$$(\square + m^2) \psi = -V \psi$$

In unità naturali, $e^2 = 4\pi\alpha$. Quando vado a calcolare l'ampiezza, all'ordine più basso c'è solo V . Ma V contiene un termine in e ed uno in e^2 .

Per evitare diagrammi a loop trascriviamo il termine $-e^2 A_\mu A^\mu$, il che equivale a



così facendo, la teoria perde la gauge-invarianza e la rinormalizzabilità, ma per questo calcolo non è influente.

Il secondo termine entrerà nel calcolo dell'effetto Compton, ed un po' anche nella creazione di coppie.

69 (a) due fotoni. (b) elettroni e positroni. (c) elettroni e positroni ad alta.

luminosità) Aggiungere quel termine equivale a scrivere il propagatore in modo diverso: il propagatore deriva dal potenziale -

Per ora trascuriamo quel termine. Usiamo la prescrizione di Feynman -

$$(\square + m^2) \phi = -V \phi$$

(canale s)

$$s = (p_1 + p_2)^2$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 = (p_4 - p_2)^2$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = (p_3 - p_2)^2$$

Se siamo nel sistema del laboratorio, $p_2 = (M, \vec{0})$

Il flusso è: $\phi = \rho_1 \rho_2 |\vec{v}|$

densità del fascio e del bersaglio

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4}{2E_1 2M} \delta^4(\sum p_i - \sum p_f) |T|^2 \prod_{a=1}^m \frac{d^3 p_a}{2E_a (2\pi)^3}$$

All'ordine più basso: $T = \langle f | V | i \rangle$.

In prima approssimazione $|i\rangle$ ed $|f\rangle$ sono onde libere.

$\phi_1(x, p_1) = e^{-i p_1 x} = \langle x | 1 \rangle$ Queste sono rappresentazioni

$\phi_3(x, p_3) = e^{-i p_3 x} = \langle x | 3 \rangle$ di stati, non stati.

$$\langle f | V | i \rangle \approx \int d^4 x \phi_3^* V \phi_1 \quad V = ie (\partial_\mu A^\mu + A^\mu \partial_\mu)$$

$$m = \int d^4 x e^{i p_3 x} ie (\partial_\mu A^\mu + A^\mu \partial_\mu) e^{-i p_1 x} \quad (+ \text{normalizzazioni})$$

$$= \int d^4 x e^{i p_3 x} ie \partial_\mu A^\mu e^{-i p_1 x} + \int d^4 x e^{i p_3 x} ie A^\mu \partial_\mu e^{-i p_1 x}$$

m non è T, è s quando $|f\rangle \neq |i\rangle$ - Integro per parti:

$$m = \int d^4 x e^{i p_3 x} ie (\partial_\mu A^\mu) e^{-i p_1 x} + \int d^4 x e^{i p_3 x} ie A_\mu p_1^\mu e^{-i p_1 x}$$

$$\rightarrow = e^{i(p_3 - p_1)x} A_\mu^\mu \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int \partial_\mu (ie e^{i p_3 x}) e^{-i p_1 x} A^\mu =$$

= 0 non abbiamo contributi all'infinito

$$= e \int P_3 e^{i(P_3 - P_1)x} A^\mu$$

Quindi:

$$m = e \int d^4x (P_1 + P_3)_\mu A^\mu e^{i(P_3 - P_1)x}$$

E' uscita la trasformata di Fourier semplicemente facendo l'integrale.

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = j^\nu \Rightarrow \square A^\nu = \partial^\mu \partial_\mu A^\nu + j^\nu$$

$$\text{GAUGE DI LORENTZ} \Rightarrow \partial_\mu A^\mu = 0$$

$$\square A^\nu = j^\nu$$

Gauge di Lorentz \equiv scegliamo solo i fotoni polarizzati ortogonalmente alla direzione di propagazione.

$$A^\mu = \epsilon^\mu e^{-iqx}$$

$$\partial_\mu A^\mu = q_\mu \epsilon^\mu = 0$$

Inoltre: $q^2 = 0$ per un γ reale

$$\Rightarrow \vec{q} \cdot \vec{\epsilon} = 0$$

\Rightarrow Al posto di A^μ posso usare $\frac{j^\mu}{q^2}$ (in trasformata di Fourier: $\square A^\mu = j^\mu \rightarrow -q^2 A^\mu = +j^\mu$).

Mandiamo in trasformata anche la Klein-Gordon:

$$(\square + m^2)\phi = 0$$

Vogliamo ricavare $\partial_\mu j^\mu = 0$. Com'è fatta la corrente?

$$j^\mu = [\phi^* (\partial^\mu \phi) - (\partial^\mu \phi^*) \phi] ie$$

$$\partial_\mu j^\mu = [\phi^* \square \phi - \square \phi^* \phi] ie = 0 \text{ usando la Klein Gordon}$$

\Rightarrow la K-G è l'equazione giusta.

$$\phi_4^* = e^{iP_4 x} \quad \phi_2 = e^{-iP_2 x}$$

N.B.: stiamo studiando l'interazione di P_1, P_3 con il fotone generato da P_2, P_4 .

$$j_{\mu\nu} = ie(\phi_4^* \partial_\mu \phi_2 - \partial_\mu \phi_4^* \phi_2) = i\phi_4^* (-iP_{2\mu}) \phi_2 - ie(iP_{4\mu}) \phi_4^* \phi_2 = \\ = e(P_2 + P_4)_\mu \phi_4^* \phi_2 = e(P_2 + P_4)_\mu e^{i(P_4 - P_2)x}$$

Quindi:

$$m = e \int d^4x (P_1 + P_3)_\mu (P_2 + P_4)_\nu e^{i(P_4 + P_3 - P_1 - P_2)x} \left(-\frac{e}{q^2} \right)$$

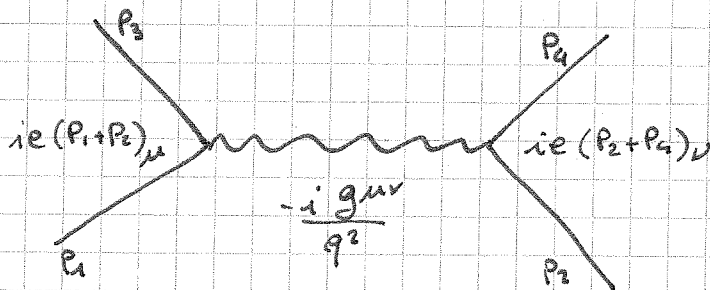
Ricordando che: $\int d^4x e^{i(P_4 + P_3 - P_1 - P_2)x} = (2\pi)^4 \delta^4(P_f - P_i)$

$$\begin{aligned} m &= -\frac{e^2}{q^2} (P_1 + P_3)_\mu (P_2 + P_4)_\nu (2\pi)^4 \delta^4(P_4 + P_3 - P_1 - P_2) \\ &= -\frac{e^2}{q^2} (P_1 + P_3)_\mu (P_2 + P_4)_\nu (2\pi)^4 \delta^4(P_f - P_i) \end{aligned}$$

Questo è il nostro $S_{f \neq i}$ - Quindi la T è uguale a:

$$S_{f \neq i} = m = i(2\pi)^4 \delta^4(P_f - P_i) T$$

$$T = -i \frac{e^2}{q^2} (P_1 + P_3)_\mu (P_2 + P_4)_\nu$$



La prescrizione di Feynman consiste nel fare il prodotto di questi termini e fornisce T .

N.B.: $S = 1 - 2iT \delta^4(P_f - P_i) (2\pi)^4$

N.B.: A volte nei libri troviamo \mathcal{T} , che è T con tutti i (2π) di normalizzazione:

$$T = N_1 \dots N_m \mathcal{T} \quad N_i = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}}$$

Finiamo di scrivere la sezione d'urto:

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4}{2E_1 2E_2} \delta^4(P_f - P_i) \left(\frac{e^2}{q^2} \right)^2 \left[(P_1 + P_3)_\mu (P_2 + P_4)_\nu \right]^2 \frac{d^3P_3}{(2\pi)^3 E_3} \frac{d^3P_4}{(2\pi)^3 E_4}$$

$$s = (P_1 + P_2)^2 = (P_3 + P_4)^2 = m_\pi^2 + m_K^2 + 2P_1 P_2 = m_\pi^2 + m_K^2 + 2P_3 P_4$$

Sostituendo:

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4}{2E_1 2E_2} \delta^4(P_f - P_i) \frac{e^4}{q^4} (s - u)^2 \frac{d^3P_3}{(2\pi)^3 E_3} \frac{d^3P_4}{(2\pi)^3 E_4}$$

Il passo successivo è scrivere un processo diverso.

$k^+ \rightarrow$ nucleo di carica ze :

$$e^+ \rightarrow z^2 e^+ \quad m_k \rightarrow M_{ke}$$

Questo contributo non è trascurabile: a basso impulso trasferito (\equiv a grande distanza) l'interazione forte non agisce \rightarrow regime di scattering Rutherford.

12/03/2012

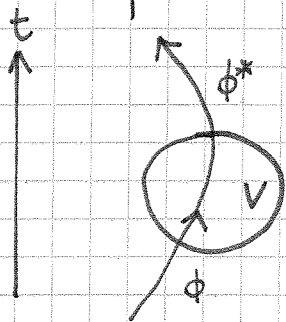
Abbiamo visto lo scattering di una particella di spin 0 su una di spin 0.

$$s=0 \quad \pi \longrightarrow A$$

Se parlo di "particella" parlo di π^+ o di π^- ?

$$\phi_{\pi^+} = N e^{-ipx}$$

Se ho un volume d'interazione, questa è la scrittura per la particella entrante:



$$\phi_{P_{IN}} \propto e^{-ipx} \Rightarrow \phi_{P_{OUT}}^* \propto e^{ipx} \quad (\pi^+)$$

Se invece prendo come entrante un'antiparticella, è come avere una particella di energia negativa che esce:

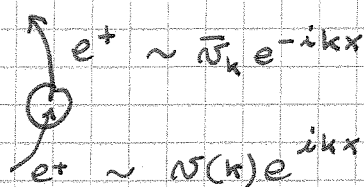
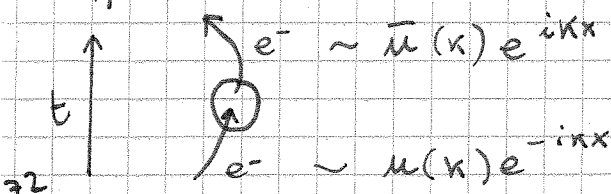
$$\phi_{P_{IN}} \propto e^{ipx} \Rightarrow \phi_{P_{OUT}}^* \propto e^{-ipx} \quad (\pi^-)$$

Nel caso di un fermione:

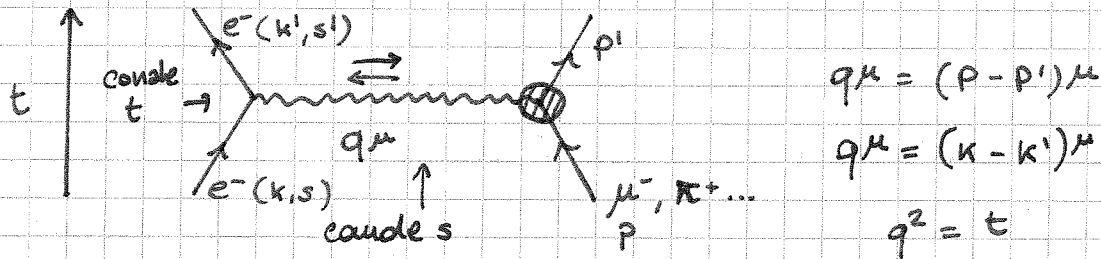
$$\psi_{p,s} = N u(p,s) e^{-ipx}$$

Nel caso dell'antifermione:

$$\psi_{p,s} = N v(p,s) e^{ipx}$$



Consideriamo il processo:



Se l'altra particella è elementare, il vertice è un punto; altrimenti (pione o altro) è una funzione più complessa.

A tempi uguali, il fotone virtuale propaga l'interazione tra due punti diversi dello spazio \rightarrow fotone di tipo spazio $\Rightarrow q^2 < 0$. C'è addirittura chi pensa che tutti i fotoni siano virtuali.

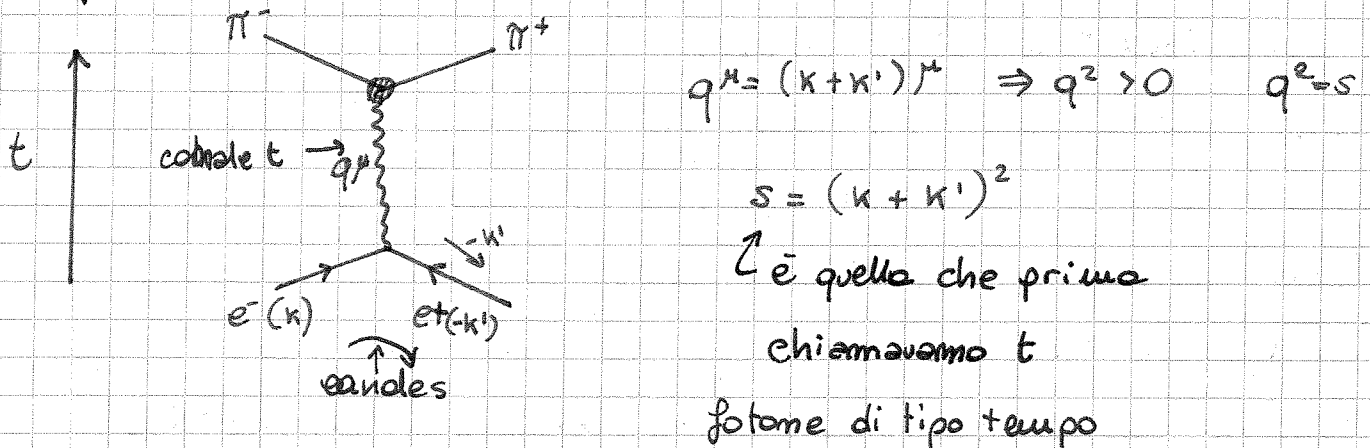
Chiamo questo canale s , il che equivale a dire

fotone virtuale di tipo spazio

$$s = (k + p)^2 = (k' + p')^2$$

Canale s

Posso ora applicare una rotazione (simmetria di tipo cross): ho un e^- ed un e^+ incidenti:



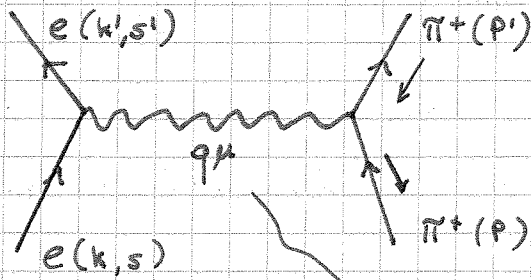
Simmetria di crossing: abbiamo preso un e^+ entrante al posto di un e^- uscente. La dinamica rimane la stessa, la cinematica cambia.

Nel primo caso l'invariante è s , nel secondo è t

(cioè il nuovo s).

Scattering $e - \pi$

Inizialmente considero puntiforme il pione.



In questo caso non cambia nulla se scambio π^+ con π^- .

$$d\sigma = \frac{1}{\phi} |\mathcal{M}|^2 d|\rho\rangle \rightarrow -ig_{\mu\nu} \frac{1}{q^2}$$

N.B.: il flusso è lorentz-invariante. Saperlo dimostrare.

$|\mathcal{M}|^2 \propto \frac{e^4}{q^4} \times$ qualcosa che tiene conto della corrente leptonica e della corrente adronica.

j_a^μ corrente adronica $\rightarrow p'_\mu p^\mu$

j_e^μ corrente leptonica $\rightarrow \bar{u}(k', s') \gamma^\mu u(k, s)$

Risultato:

$$|\mathcal{M}|^2 \equiv e^4 q^{-4} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu}$$

Ci sono varie possibilità a seconda dei possibili stati di spin. Se non misuriamo lo stato iniziale e troviamo "spolarizzato" lo stato finale.

$$L_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \sum_s \sum_{s'} \bar{u}(k, s) \gamma_\mu u(k, s) \bar{u}(k', s') \gamma_\nu u(k', s')$$

$$L_{\mu\nu} = j_{\mu}^+ j_{\nu} \quad H_{\mu\nu} = j_{\mu}^+ j_{\nu}$$

Dalla somma sugli spin ottengo:

$$\sum_s u(k, s) \bar{u}(k, s) = (\not{k} + m)_{4 \times 4} \quad [\bar{u}u = 2m]$$

$\bar{u}u$ è uno scalare; $u\bar{u}$ è un proiettore (una matrice).

$$\Rightarrow L_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \text{Tr} \{ (\not{k} + m) \gamma_\mu (\not{k}' + m) \gamma_\nu \}$$

Si riduce al calcolo di una traccia.

$$H^{\mu\nu} = (p + p')^\mu (p + p')^\nu$$

$$\text{Si ottiene: } L_{\mu\nu} = 2 \left\{ k'_\mu k_\nu + k'_\nu k_\mu + \frac{q^2}{2} g_{\mu\nu} \right\}$$

Nota bene:

$$\text{Tr}(abcd) = 4[(a \cdot b)(c \cdot d) - (a \cdot c)(b \cdot d) + (a \cdot d)(b \cdot c)]$$

$$\text{Tr}(ab) = 4(a \cdot b)$$

$$(k \cdot k') = -\frac{q^2}{2} + \frac{m^2}{2}$$

Usando la conservazione della carica (equazione di continuità) vogliamo adesso semplificare $H^{\mu\nu}$.

Ci troviamo nella gauge di Lorentz:

$$\partial_\mu A^\mu = 0 \Rightarrow q^\mu \epsilon_\mu = 0$$

Ma il fotone è generato dalla corrente della

coppia adronica (o leptonica) $\Rightarrow q^\mu j_\mu = 0 \Rightarrow q^\mu L_{\mu\nu} = 0$

$$q^\mu L_{\mu\nu} = q^\nu L_{\mu\nu} = 0$$

$$p' = p + q$$

tanto il termine in q va a 0 multipl. ad $L_{\mu\nu}$.

$$H^{\mu\nu} \longrightarrow H^{\mu\nu}_{\text{eff}} = (2p)^\mu (2p)^\nu = 4p^\mu p^\nu$$

Questa semplificazione è dovuta alla invarianza di gauge.

$$L_{\mu\nu} H^{\mu\nu}_{\text{eff}} = g \left\{ 2(k \cdot p)(k \cdot p) + \frac{q^2 M^2}{2} \right\}$$

con $M =$ massa adrone.

$$\text{In SLAB: } p = (M, 0) \quad k = (k, \vec{k}) \quad k' = (k', \vec{k}')$$

$$(m_e \equiv 0)$$

$$L_{\mu\nu} H^{\mu\nu}_{\text{eff}} = g \left\{ 2kk'M^2 + \frac{q^2 M^2}{2} \right\}$$

$$\text{In questo sistema di riferimento, } \frac{q^2}{2} = \frac{1}{2}(k - k')^2 =$$

$$= -\frac{2}{2}kk' + \frac{2}{2}kk' \cos\theta = -\frac{2}{2}kk'(1 - \cos\theta) = -2kk' \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

Quindi:

$$L_{\mu\nu} H^{\mu\nu}_{\text{eff}} = +16kk'M^2(1 - \sin^2 \frac{\theta}{2}) = 16kk'M^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\frac{1}{\Phi} = \frac{1}{2k2M} \quad (\text{la velocità relativa è 1, gli e sono relativistici})$$

$$d\sigma = \frac{1}{2k2M} (2\pi)^4 \delta^4(p_i - p_f) \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{d^3k'}{2k'^0} \frac{d^3k}{2k^0} |\mathcal{M}|^2$$

$$= \delta^0(\epsilon_i - \epsilon_f) \frac{1}{2k2M}$$

$$d^3k' \rightarrow k'^2 d\Omega dk'$$

Passo da $d\sigma$ a $d\sigma/d\Omega$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2k2M} \frac{e^4}{q^4} (2\pi)^4 \delta^0(E_f - E_i) \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{k' dk'}{4E'} 16 k k' M^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

Tenendo conto che:

$$\delta(f(k')) = \frac{\delta(k' - k'_f)}{\left| \frac{df(k')}{dk'} \right|_{k'=k'_f}}$$

k'_f è il valore di k' che annulla $f(k')$ - è il valore che misuro in lab.

$$f(k') = E' + k' - k - M$$

$$\frac{df(k')}{dk'} = 1 + \frac{dE'}{dk'} \quad E' = |\vec{q}|$$

$$q^4 = 4 k^2 k'^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad e^4 = (4\pi\alpha)^2$$

Si trova:

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} (\text{leptone carico su particella elem. scalare carica}) = \frac{\alpha^2}{4 k^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \frac{k'}{k} \cos^2 \frac{\theta}{2} = \left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{S=0}^{NS}}$$

In realtà il pioni non è puntiforme: la sua distribuzione di carica non è una δ e la corrente non è $j^\mu = e(P+P')^\mu$, ma sono una funzione che dipende da quanto "vicino" arriva il fotone virtuale:

$$\text{fattore di forma pioni} = F_\pi(q^2)$$

Quindi, se passo allo scattering $e - \pi^+ \text{ REALE}$:

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_\pi = \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{NS} F_\pi^2(q^2)}$$

↑
no struttura

Se passo invece allo scattering di elettrone su muone:

il μ avrà un $H_{\mu\nu}$ leptonic, cioè della stessa

forma di $L_{\mu\nu}$ in modo da poter includere

Dovrò sempre definire una quantità efficace. Ottengo:

$$H_{\mu\nu}^{\text{eff}} = 2 \left\{ 2i p_\mu p_\nu + \frac{q^2}{2} g_{\mu\nu} \right\} = 4 p_\mu p_\nu + q^2 g_{\mu\nu}$$

Quando saturo le due correnti quadrate:

$$L_{\mu\nu} H^{\mu\nu}_{\text{eff}} = 16 M_\mu^2 k k' \cos^2 \frac{\theta}{2} \left[1 - \frac{q^2}{2M_\mu^2} \text{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right]$$

Il fatto di avere uno spin, anche senza una struttura, mi porta il termine in $-\frac{q^2}{2M^2} \text{tg}^2 \frac{\theta}{2}$.

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{S=\frac{1}{2}}^{NS(e^+ \rightarrow e^+)} = \left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{S=0}^{NS} \cdot \left(1 - \frac{q^2}{2M^2} \text{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

È se prendo un barione, che ha sia struttura che spin?

La corrente fermionica che abbiamo usato fino ad ora contiene un γ_μ e nessun coefficiente.

La nuova corrente deve sempre essere un buon quadrivettore, e soddisfare l'eq. di continuità $q^\mu j_\mu = 0$.

$$j^\mu = a \gamma^\mu + b \sigma^{\mu\nu} q_\nu + c q^\mu \quad \sigma^{\mu\nu} = [\gamma^\mu, \gamma^\nu] \cdot \frac{i}{2}$$

$$q_\mu j^\mu = 0 \Rightarrow c = 0$$

Il protone ha due fattori di forma. Otterremo:

$$H^{\mu\nu} = 4A p^\mu p^\nu + B q^2 g^{\mu\nu}$$

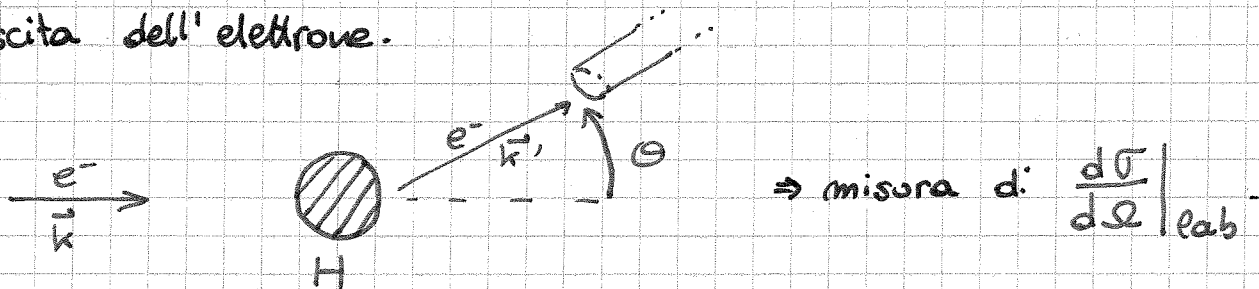
Questi fattori di forma saranno legati alle proprietà elettromagnetiche del protone.

[ESERCITAZIONE]

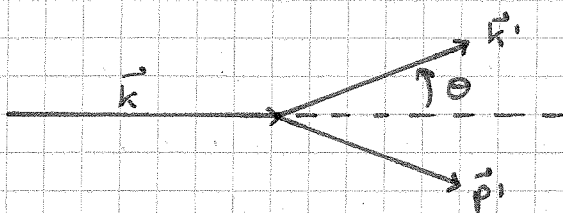
13/03/2012

Indaghiamo la struttura interna del protone tramite lo scattering $e^-p \rightarrow e^-p$.

Prepariamo un bersaglio di idrogeno ed un fascio "monocromatico" di e^- . Misuriamo poi l'angolo di uscita dell'elettrone.



Come escludiamo gli eventi di fondo, ad es. $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$?
Ci aiuta la cinematica.



Se non c'è polarizzazione iniziale né finale, la cinematica è fissata dall'angolo θ .

Usiamo la conservazione del 4-impulso.

$$p + k = p' + k'$$

P ha solo la componente

$$p^2 = M^2 = p'^2$$

temporale $\neq 0$ nel s. del lab.

$$k^2 = m_e^2 = k'^2$$

Dalla prima otteniamo:

$$p' = p + k - k' \Rightarrow M^2 = M^2 + (k - k')^2 + 2p(k - k')$$

$$0 = 2m_e^2 - 2kk' + 2M(E - E')$$

Trascurando m_e :

$$0 = -2EE' + 2EE' \cos\theta + 2M(E - E')$$

Questa espressione è lineare in E' e si risolve con:

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{2E}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

In fatti:

$$E' = \frac{2ME}{2M + 2E - 2E \cos\theta} = \frac{E}{1 + \frac{E}{M}(1 - \cos\theta)}$$

Nel limite $M \rightarrow \infty$ il protone non riuola ed $\epsilon' = \epsilon$.

Se Θ è piccolo perché l'e⁻ passa lontano dal protone, $\epsilon' = \epsilon$ indipendentemente dalla massa del protone.

Morale: conoscendo ϵ , M e misurando Θ possiamo predire ϵ' . Se misuriamo contemporaneamente Θ ed ϵ' possiamo ricostruire M e capire se l'e⁻ ha diffuso su e⁻ o su protone.

Come predire teoricamente la sezione d'urto $\frac{d\sigma}{d\Omega}|_{\text{lab}}$?

Non possiamo semplicemente prendere $\sigma(e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-)$ e mettere p al posto di μ : il protone si comporta in modo diverso per parametri d'impatto \lesssim fermi. ϵ' infatti: una distrib. di carica estesa. Negli anni '60 non si conosceva la struttura del protone: ci si basò su simmetrie ed intuizioni.

Scriviamo il campo e.m. del protone. Si parte dalle eq. di Maxwell:

$$\square A^\mu = J^\mu \quad \text{com'è fatta } J^\mu?$$

Per un fermione puntiforme,

$$j^\mu(x) = e \bar{\Psi}(x) \gamma^\mu \Psi(x)$$

Sviluppiamo le Ψ in onde piane.

$$j^\mu(x) = e \sum_{\alpha, \beta} \int d^3k d^3k' \frac{1}{(2\pi)^6 \epsilon \epsilon'} \bar{u}^\alpha(\vec{k}') \gamma^\mu u^\beta(\vec{k}) e^{-i(k-k')x}$$

somma sugli stati di elicità spinori

Di tutto l'integrale sugli impulsi, mi interessavano solo $u^\beta(\vec{p}_f)$ ed $\bar{u}^\alpha(\vec{p}_i)$.

Principi guida:

1. J^μ è reale
2. J^μ trasforma come un vettore di Lorentz
3. Vale l'eq. di continuità $\partial_\mu J^\mu = 0$ (la carica si conserva)

Possiamo ora generalizzare.

- Dovranno esserci \bar{u}^α e u^β per descrivere gli stati di polarizzazione
- Dovrà esserci una matrice che porti la struttura vettoriale. Posso scegliere tra:

$$p^\mu \quad p'^\mu \quad \gamma^\mu \quad \sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] \quad \gamma^5 \quad \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$$

Proviamo:

1. $\bar{u}^\alpha u^\beta p^\mu$ non va bene. Infatti:

$$\begin{aligned} \partial_\mu J^\mu &= \partial_\mu [\bar{u}^\alpha(p') u^\beta(p) p^\mu e^{-i(p'-p)x}] = \\ &= \bar{u}^\alpha u^\beta e^{-i(p'-p)x} p^\mu (p_\mu - p'_\mu) \\ &\propto M^2 - p \cdot p' \neq 0 \quad (\text{in generale}) \end{aligned}$$

2. Per lo stesso motivo non va bene $\bar{u}^\alpha u^\beta p'^\mu$, né combinazioni lineari di p^μ e p'^μ .

3. $\bar{u}^\alpha \gamma^\mu u^\beta$ è un buon candidato.

4. Anche gli scalari di Lorentz a moltiplicare possono essere interessanti: ad esempio, $q = p' - p$ ha interesse fisico. La prima possibile generalizzazione è quindi:

$$\bar{u}^\alpha \gamma^\mu F_1(q^2) u^\beta$$

5. Ci sono anche altri oggetti: ad esempio

$$i \frac{\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2M} \kappa F_2(q^2)$$

Vediamo se questo termine $\in \mathbb{R}$ e soddisfa l'eq. di continuità.

$$J_p^\mu(x) \equiv \bar{u}^\alpha(p') \left[\gamma^\mu F_1(q^2) + i \frac{\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2M} \kappa F_2(q^2) \right] u^\beta(p) e^{-i(p'-p)x}$$

$$\begin{aligned} \partial_\mu J^\mu &= \bar{u}^\alpha(p') \gamma^\mu F_1(q^2) u^\beta(p) [-i(p_\mu + p'_\mu)] e^{-i(p-p')x} + \textcircled{2} \\ &= \textcircled{2} + \bar{u}^\alpha(p') [-i p + i p'] u^\beta(p) F_1(q^2) e^{-i(p-p')x} \end{aligned}$$

Gli spinori risolvono l'equazione di Dirac, quindi:

$$\not{P} u(p) = M u$$

$$\bar{u} \not{P} = M \bar{u}$$

$$\Rightarrow M - M = 0$$

$$\partial_\mu J^\mu = 0 + \textcircled{2}$$

Vediamo il secondo pezzo.

$$\textcircled{2} = \bar{u}^\alpha \left[i \frac{\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2M} k \right] F_2(q^2) u^\beta \left[-i p_\mu + i p'_\mu \right] e^{-i(p-p')x}$$

N.B.: per ora k è una normalizzazione. Risulterà essere il momento magnetico anomalo del protone. Al primo ordine perturbativo, per i fermioni, è nullo.

Sostituiamo a $\sigma^{\mu\nu}$ le $\gamma^{\mu,\nu}$, applichiamo l'eq. di Dirac e vediamo se le cose si cancellano:

$$\begin{aligned} &= \bar{u}^\alpha(p') \left[-\frac{1}{2} (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu) (p'_\nu - p_\nu) \frac{k}{2M} F_2(q^2) \right] u^\beta(p) (p_\mu - p'_\mu) e^{-i(p-p')x} \\ &\propto \bar{u}^\alpha(p') \left[\gamma^\mu (p' - p) - (p' - p) \gamma^\mu \right] u^\beta(p) (p_\mu - p'_\mu) = \\ &= \bar{u}^\alpha(p') \left[(p - p') (p' - p) - (p' - p) (p - p') \right] u^\beta(p) = 0 \end{aligned}$$

Non c'è stato nemmeno bisogno di applicare l'eq. di Dirac.

Si poteva vedere anche con:

$$p'_\mu - p_\mu = q_\mu \rightarrow \sigma^{\mu\nu} q_\mu q_\nu = \text{contrazione di un antisimmetrico con un simmetrico} = 0$$

6. Possiamo anche riprendere gli stessi termini e moltiplicarli per γ^5 : l'eq. di continuità è rispettata.

Però adesso sotto trasformazione di parità otterrei un pseudovettore e non un vettore \Rightarrow niente γ^5 .

(Almeno finché la parità è conservata).

Morale:

$$\square A^\mu = J^\mu \xrightarrow[\text{Fourier}]{\text{occhiali di}} -q^2 \tilde{A}^\mu = \tilde{J}^\mu$$

è il nostro J^μ , escluso l'esponentiale

Otteniamo in questo modo A^μ . Possiamo quindi usarlo

per calcolare la sezione d'urto:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{lab}} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \frac{E'}{E} \left[\left(F_1^2(q^2) - \frac{k^2 q^2}{4M^2} F_2^2(q^2) \right) \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M^2} \left(F_1(q^2) + k F_2(q^2) \right)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right]$$

Questa scrittura replica la sezione d'urto fermione puntiforme su fermione puntiforme nel caso semplice in cui $F_1(q^2) = 1$ e $k = 0$.

Altrimenti, questa $d\sigma$ ha una forte dipendenza da q^2 .

In funzione di vari valori di q^2 possiamo quindi indagare il protone misurando F_1 ed F_2 .

Per cambiare q^2 possiamo:

- tenere fisso θ e variare E
- tenere fisso E e fare uno scanning in θ .

Si vede che, per piccoli q^2 , F_1 ed $F_2 \sim 1 \Rightarrow$ il protone si comporta come una particella puntiforme dotata

però di un momento magnetico anomalo. Questa

fu la prima evidenza di una struttura più complessa:

le particelle puntiformi soddisfanno l'eq. di Dirac, che

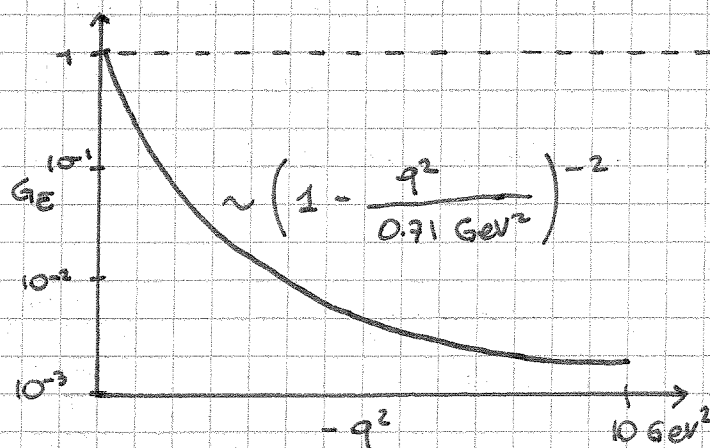
al primo ordine predice $g-2=0$.

Fermioni puntiformi

$$F(q^2) = 1$$

$$k = 0$$

Protone



Per semplificare le cose, gli sperimentali definiscono
fattore di forma elettrico:

$$G_E = F_1(q^2) + \frac{k^2 q^2}{4M^2} F_2(q^2)$$

e fattore di forma magnetico:

$$G_M = F_1(q^2) + k F_2(q^2)$$

Con questa notazione:

$$\tau \equiv -q^2/4M^2$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{\text{lab}} = \frac{d^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \frac{E'}{E} \left[\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2\tau G_M^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right]$$

Lo 0.71 GeV^2 è approssimativamente l'inverso di una
distanza al quadrato di un fermi².

Per avere una migliore interpretazione ci mettiamo nel
sistema di riferimento di Breit, o del muro di mattoni,
in cui:

$$\vec{p} = -\vec{p}' \quad (\text{impulsi del protone entrante e uscente})$$

 L'energia del protone rimane costante.

(e-) In questo s.d.r. gli elem. di matrice della
corrente si disaccoppiano.

$$J^\mu = \bar{u}^\alpha(p') \left[\gamma^\mu F_1(q^2) + i \frac{\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2M} k F_2(q^2) \right] u^\beta(p)$$

Abbiamo 2+2 possibili stati di spin - I processi in cui c'è
spin-flip saranno descritti da elem. di matrice differenti
da quelli in cui lo spin del protone rimane costante.

Si scopre:

$$\text{spin-flip} \leftrightarrow G_M(q^2)$$

$$\text{spin cons.} \leftrightarrow G_E(q^2)$$

Vediamo come si ricava, in questo sistema di riferimento:

$$q^0 = 0$$

Se prendiamo \vec{P} e \vec{p} lungo la direzione 3:

$$q^0 = q^1 = q^2 = 0 \quad q^3 \neq 0 \quad q^3 = 2E$$

$$\sigma^{\mu\nu} q_\nu = \sigma^{\mu 3} 2E$$

$$= \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^3] \cdot 2E = \begin{cases} \mu=3: 0 \\ \mu \neq 3: iE [\gamma^\mu \gamma^3 - \gamma^3 \gamma^\mu] = 2iE \gamma^\mu \gamma^3 \end{cases}$$

Quindi:

$$J_{\text{Dirac}}^\mu = \bar{u}^\alpha(p') \left[\gamma^\mu F_1(q^2) - \frac{2E \gamma^\mu \gamma^3}{2M} \kappa F_2(q^2) \right] u^\beta(p)$$

questo termine è $\neq 0$ solo per $\mu \neq 3$

$$J = J^0 = \bar{u}^\alpha(p') \left[\gamma^0 F_1(q^2) - \gamma^0 \gamma^3 \frac{E}{M} \kappa F_2(q^2) \right] u^\beta(p)$$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dobbiamo vedere come sono fatti \bar{u}^α e u^β . In p entrerà solo il fattore di forma elettrico (che si chiama così per questo). Il fattore di forma magnetico descrive come gira il protone rispetto all'asse dello spin.

$$u^\beta(p) = ?$$

Da fermi gli spinori valgono:

$$\begin{matrix} \alpha=1 & \alpha=2 \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Poi bisogna fare il boost - la trasformazione infinitesimale è $e^{i\sigma^{\mu\nu} \Lambda_{\mu\nu} \frac{1}{4}}$. Boostiamo lungo la direzione 3:

si mescolano la componente 3 dell'impulso e l'energia.

$$\gamma^0 \gamma^3 - \gamma^3 \gamma^0 = \dots$$

[To be continued]

(in rappresentazione standard)

$$\gamma^0 \gamma^3 - \gamma^3 \gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma_3 \\ -\sigma_3 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & \sigma_3 \\ -\sigma_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$= 2 \begin{pmatrix} 0 & +\sigma_3 \\ +\sigma_3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$e^{\frac{i}{2} \begin{pmatrix} 0 & \sigma_3 \\ \sigma_3 & 0 \end{pmatrix} \cdot 1} \approx 1 + \frac{i}{2} \begin{pmatrix} 0 & \sigma_3 \\ \sigma_3 & 0 \end{pmatrix} 1 - \frac{1}{4} 1^2 1 - \dots$$

Infatti: $(2\gamma^0\gamma^3)^2 = 4\gamma^0\gamma^3\gamma^0\gamma^3 = -4\gamma^0^2\gamma^3^2 = 4\mathbb{1}$

Quindi:

$$e^{\pm \frac{i}{2}\sigma^{03}\Lambda} \approx \left[1 - \frac{1}{4}\Lambda^2 - \frac{1}{16}\Lambda^4 \dots \right] + i \dots$$

16/03/2012

$$J^{\mu\nu}(x) = e \bar{W}^\alpha(p') \left[\gamma^{\mu\nu} F_1(q^2) + i \frac{k}{2m} \sigma^{\mu\nu} q_\nu F_2(q^2) \right] u^\beta(p) e^{i p \cdot x} = \dots$$

\uparrow $q = p' - p$ \uparrow $\frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$

Identità di Gordon: $\bar{W}^\alpha(p) \sigma^{\mu\nu} q_\nu W^\beta(p) = \frac{i}{2} \bar{W}^\alpha(p) [\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu] (p'_\nu - p_\nu) u^\beta(p)$

$$= \frac{i}{2} \bar{W}^\alpha(p) (\gamma^\mu p'_\nu - \gamma^\nu p'_\mu - p'_\nu \gamma^\mu p'_\mu + \gamma^\mu p_\nu - \gamma^\nu p_\mu - p_\nu \gamma^\mu p_\mu + \gamma^\mu p_\nu - \gamma^\nu p_\mu) u^\beta(p) =$$

$$= \frac{i}{2} \bar{W}^\alpha(p) [-p'_\nu \gamma^\mu + 2p'_\mu \gamma^\nu - \gamma^\mu p'_\nu - p'_\mu \gamma^\nu - \gamma^\mu p_\nu + 2p_\mu \gamma^\nu] u^\beta(p)$$

$$\dots = e \bar{u}^\alpha(p') \left[\gamma^\mu (F_1 + k F_2) - \frac{p^\mu + p'^\mu}{2m} k F_2 \right] u^\beta(p) e^{i q \cdot x}$$

$$J^\mu = e \bar{u}^\alpha(p') \left[\gamma^\mu (F_1 + k F_2) - \frac{p^\mu + p'^\mu}{2m} k F_2 \right] u^\beta(p) e^{i q \cdot x}$$

Questa vale in qualsiasi sistema di riferimento. Abbiamo raggiunto questa espressione tramite l'id. di Gordon.

Nel sistema di Breit:

$$\vec{p} = -\vec{p}'$$


Dobbiamo scrivere gli spinori.

$$(\not{p} - m) u^\beta(p) = 0$$

$$(\not{p} - m)(\not{p} + m) = p^2 - m^2 = 0$$

$$u^\beta(p) \equiv k (\not{p} + m) u^\beta(0) \Rightarrow (\not{p} - m) u^\beta = k (\not{p} - m)(\not{p} + m) u^\beta(0) = 0$$

(se p sta sulle shell di massa m). Quanto vale k ?

$$\bar{u}^\alpha(p) u^\beta(p) = \bar{u}^\alpha(0) (\not{p} + m) (\not{p} + m) u^\beta(0) k^2 =$$

$$= \bar{u}^\alpha(0) (\not{p}\not{p} + 2m\not{p} + m^2) u^\beta(0) k^2$$

$$\not{p}\not{p} = -\not{p}\not{p} + \underbrace{2 \dots 2}_{4 \times 4} p^2; \dots \Rightarrow \text{anticommutatore} \quad p^2 = M^2$$

$$= \bar{u}^\alpha(0) \underbrace{(2m^2 + 2m\not{p})}_{4 \times 4} u^\beta(0) k^2$$

Nel sdr con la particella a riposo scegliamo tipicamente:

$$u^1 = (1 \ 0 \ 0 \ 0)^b \quad u^2 = (0 \ 1 \ 0 \ 0)^c$$

$$\Rightarrow \bar{u}^\alpha(p) u^\beta(p) = \underbrace{\delta^{\alpha\beta} (2m^2 + 2mE)k^2}_{(4 \times 4)_{\text{sp}}}} \bar{u}^\alpha(0) u^\beta(0)$$

Possiamo quindi definire k :

$$u^\alpha(p) = \frac{1}{\sqrt{2M(M+E)}} [\not{p} + m] u^\alpha(0)$$

Dobbiamo capire come si comportano questi oggetti per rotazione (che spin hanno).

$$\omega^{12} = (\gamma^1 \gamma^2 - \gamma^2 \gamma^1) \frac{i}{2} = \begin{pmatrix} \sigma^3 & 0 \\ 0 & \sigma^3 \end{pmatrix}$$

Quindi:

$$\omega^{12} u^1 = u^1 \Rightarrow S = +\frac{1}{2}$$

$$\omega^{12} u^2 = -u^2 \Rightarrow S = -\frac{1}{2}$$

Questo vale finché sono a riposo.

$$\begin{aligned} \omega^{12} u^\alpha(p) &= k \omega^{12} (p_0 \gamma^0 + p_3 \gamma^3 + m) u^\alpha(0) = \\ &= k (p_0 \gamma^0 + p_3 \gamma^3 + m) \omega^{12} u^\alpha(0) \end{aligned}$$

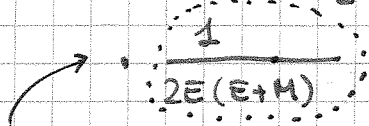
Se $u^\alpha(0)$ ha componente lungo \hat{z} definita, il boost ne lascia invariato l'autovalore.

$$\omega^{12} u^\alpha(p) = k (\not{p} + m) \omega^{12} u^\alpha(0)$$

Questo finalmente ci mette in condizione di calcolare l'oggetto.

N.B.: Questo non è proprio un boost.

$$J^\mu(0) = e \bar{u}^\alpha(0) [\not{p}' + m] \left[\gamma^\mu G_M - \frac{p^\mu + p'^\mu}{2M} k F_2 \right] [\not{p} + m] u^\beta(0)$$



(Nel sistema di Breit l'energia delle due particelle è la stessa)

$$J^0 = e \bar{u}^\alpha(0) [\not{p}' + m] \left[\gamma^0 G_M - \frac{E}{M} k F_2 \right] [\not{p} + m] u^\beta(0) \frac{1}{2E(E+M)}$$

NB: $q^2 > 0 \rightarrow$ propagatore di tipo tempo
 $q^2 < 0 \rightarrow$ " " spazio

$$\begin{aligned}
 & (\not{P}' + m) \left(\gamma^0 G_M - \frac{\vec{E}}{M} \cdot \vec{k} F_2 \right) (\not{P} + m) = \\
 & = \underbrace{(\not{P}' + m) (\not{P} + m)}_{\substack{\parallel \\ P' P + m(P + P') + m^2}} \left[-\not{\gamma}^0 G_M + 2 G_M \not{E}' - \frac{\vec{E}}{M} \cdot \vec{k} F_2 \right] \\
 & \quad \quad \quad \hookrightarrow \text{quando opera su uno spinore a } \epsilon > 0 \\
 & \quad \quad \quad \approx [\gamma^0 \epsilon - P_3 \gamma^3] [\gamma^0 \epsilon + \gamma^3 P_3] = \epsilon^2 + |\vec{P}|^2 + 2 \not{\gamma}^0 \gamma^3 \epsilon P_3
 \end{aligned}$$

Questo termine connette stati ad energie > 0 con stati ad $\epsilon < 0$!

$$J^0(0) = e \delta^{\alpha\beta} [\epsilon^2 + |\vec{P}|^2] G \frac{1}{2\epsilon(\epsilon + M)}$$

J^0 connette solo stati che hanno proiezione dello spin lungo S_3 uguale \Rightarrow nel s. di Breit, solo stati ad elicit  opposta.

$$J^0(0) = \delta^{\alpha\beta} 2M G e(q^2) e = \rho(0)$$

Si trova che:

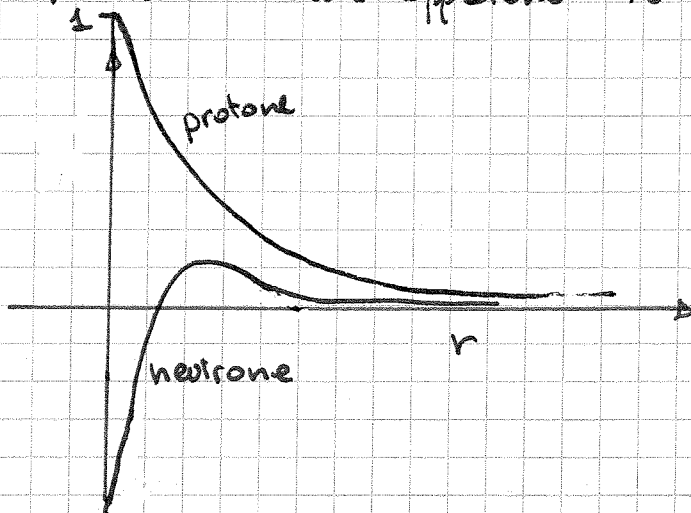
$$J^3(0) = 0$$

in dipendenza dagli spin, mentre:

$$J_1 \pm i J_2 = (1 - \delta^{\alpha\beta}) 2|\vec{q}| G_M(q^2) e$$

α, β diversi \Rightarrow stessa elicit  nel sistema di Breit.

Vediamo come appaiono G_E e G_M per il protone e il neutrone.

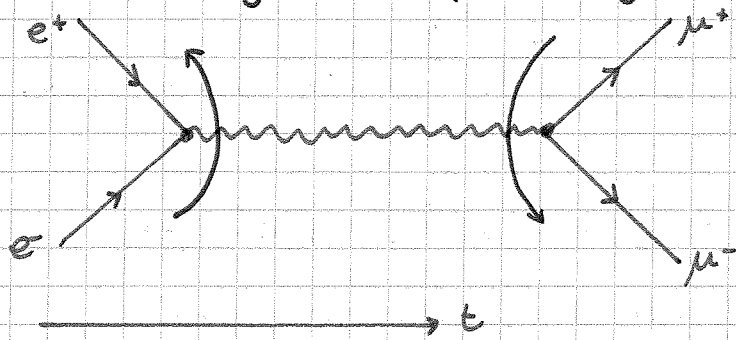


$G_E \sim$ trasformata di Fourier della densit  di carica

Il grafico mostra la densit  di carica superficiale (integrata sullo "spessore" del p. e del n.)

[FINE ESERCITAZIONE]

$e \cdot G_{\mu}$ è legato al dipolo magnetico della particella.

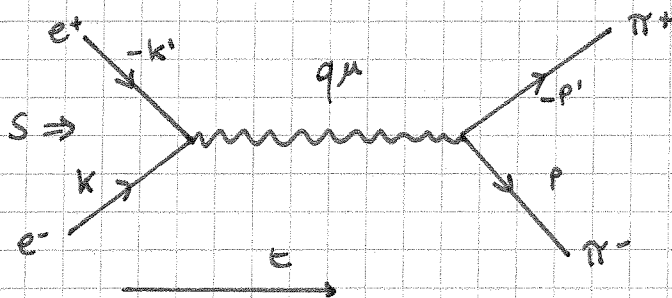


\circ = flusso della corrente

Gli spinori che entrano nella corrente corrispondono a stati ad en. negativa.

Scriviamo la sezione d'urto, non per questo processo bensì

per $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$.



$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4}{\phi} \delta^4(p_i - p_f) \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2E} \frac{d^3p'}{(2\pi)^3 2E'} \left(\frac{e^2}{q^2}\right)^2 L_{\mu\nu} H^{\mu\nu}$$

Nel s. d. lab.:

$$\begin{array}{c} e^- \quad e^+ \\ \leftarrow \quad \rightarrow \\ (k, \vec{k}) \quad (k', -\vec{k}) \end{array} \quad S = 4kk'$$

$$(k \cdot k') = \frac{s}{2} - m_e^2 \approx \frac{s}{2} \Rightarrow S = 4k^2$$

Voliamo il flusso in SLAB. Ad esempio:

$$\phi \sim 2E \cdot 2E' \cdot 2v_{rel}$$

In questo caso l'espressione è semplice perché $S_{CM} = SLAB$

\Rightarrow in questo caso $v_{rel} = 2\beta$.

Ricavare l'espressione generale.

$$\phi = 4k^2 \cdot 2$$

Ricaviamo $L_{\mu\nu}$: come nel caso dello scattering $e^- \pi^-$.

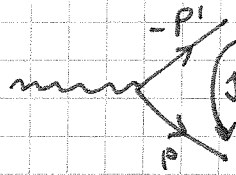
Ma i nostri proiettori sono diversi: non più $\not{k} + m$ ma $\not{k} - m$. Se $m \approx 0$ questi termini non cambiano, ma q^2 prende un "-".

$$L_{\mu\nu} = 2 \left(k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu - \frac{s}{2} g_{\mu\nu} \right)$$

Ora devo costruire $H^{\mu\nu}$ con la corrente dei π .

Quanto vale q^μ ?

$$\square A^\mu = j^\mu$$



$$\Rightarrow q = P - (-P') = P + P'$$

$$q^\mu = (k + k')^\mu = (p + p')^\mu$$

$$\Rightarrow q^2 = s$$

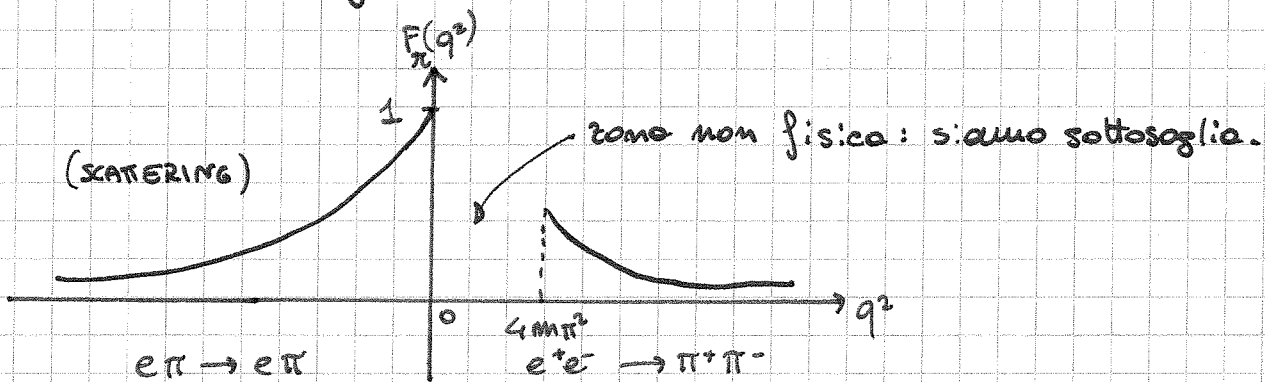
$q^\mu = (k + k')^\mu \Rightarrow$ la componente tempo = 0 \Rightarrow il propagatore è di tipo tempo. Nel caso dello scattering era di tipo spazio.

$$H^{\mu\nu} = (P + P')^\mu (P + P')^\nu$$

(come l'altra volta)

$$H^{\mu\nu}_{\text{eff}} = \langle P^\mu P^\nu \rangle$$

Fattore di forma: al vertice ho una carica e $\rightarrow e F_\pi$.



$q^2 = 0 \Rightarrow$ faccio una misura statica, a distanza infinita $\rightarrow F_\pi(0) = 1$.

Nel caso $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, $s = (P + P')^2 = m_\pi^2 + m_\pi^2 + 2 P \cdot P'$

$$\vec{p} = -\vec{p}' \Rightarrow 2 P \cdot P' = E^2 - p^2 = M^2$$

$$\Rightarrow s = 4 m_\pi^2$$

Lo spazio delle fasi Lorentz-invariante vale:

$$\frac{L_{\text{ps}}}{\phi} = \frac{1}{64\pi^2} \frac{1}{s} \frac{P_f}{k} d\Omega$$

Si ottiene:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{s^2}{s^2} \frac{P}{k} P^2 \frac{P_f^2}{\pi^2} \sin^2\theta$$

Se vado ad energie $\gg m_\pi$ posso trascurare anche la massa del pione:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \xrightarrow{P \rightarrow \infty} \frac{\alpha^2}{8} \frac{F_\pi^2}{s} \sin^2 \Theta$$

Ricordiamo che, nel caso $e\pi \rightarrow e\pi$,

$$H^{\mu\nu} = 4 p^\mu p^\nu$$

Prendiamo adesso $e\mu \rightarrow e\mu$:

$$H^{\mu\nu} = 4 p^\mu p^\nu + q^2 g^{\mu\nu}$$

Con $e p \rightarrow e p$:

$$H^{\mu\nu} = 4 p^\mu p^\nu \left[(G_M^2 + \tau G_E^2) (1 + \tau)^{-1} + G_M^2 q^2 g^{\mu\nu} \right]$$

con:

$$\tau = -\frac{q^2}{4M^2}$$

Ricordiamo come si scrivono le sezioni d'urto:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{s=0} = \frac{\alpha^2}{16 k^2 \sin^4 \frac{\Theta}{2}} \frac{k'}{k} \cos^2 \frac{\Theta}{2}$$

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{s=0}^{\text{struttura}} = \frac{\alpha^2}{16 k^2 \sin^4 \frac{\Theta}{2}} \frac{k'}{k} \cos^2 \frac{\Theta}{2} \left[F_\pi(q^2) \right]^2 \quad e\pi \rightarrow e\pi$$

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{s=1/2} = \frac{\alpha^2}{16 k^2 \sin^4 \frac{\Theta}{2}} \frac{k'}{k} \cos^2 \frac{\Theta}{2} \left[1 - \frac{q^2}{2M^2} \tan^2 \frac{\Theta}{2} \right] \quad e\mu \rightarrow e\mu$$

Detto questo sappiamo scrivere il caso $e p \rightarrow e p$:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{s=1/2}^{\text{struttura}} = \frac{\alpha^2}{16 k^2 \sin^4 \frac{\Theta}{2}} \frac{k'}{k} \cos^2 \frac{\Theta}{2} \left[\frac{G_M^2 + \tau G_E^2}{1 + \tau} + \frac{q^2}{2M^2} G_M^2 \tan^2 \frac{\Theta}{2} \right] \quad e p \rightarrow e p$$

Al posto di $d\sigma/d\Omega$ posso anche prendere $d\sigma/dk'$.

Definisco: $v \equiv k - k'$

Questo è un invariante, questa è la sua espressione in SLAB.

$$P_{\mu} q^{\mu} = M(k - k') = Mv \Rightarrow v \text{ è invariante.}$$

Posso scrivere anche:

$$q^2 = (k - k')^2 = (P' - P)^2$$

$$(P' - P)^2 = 2M^2 - 2E'E = 2M(E - E')$$

$$k + M = k' + E' \Rightarrow M - E' = k' - k$$

$$\Rightarrow \boxed{-\frac{q^2}{2Mv} = 1 \quad \text{SCATTERING ELASTICO}}$$

$$Q^2 \equiv -q^2 > 0$$

Q^2 fu la variabile utilizzata da Bjorken e Feynman per l'analisi: del D.I.S con cui scoprirono la strutt. del p.

Se voglio considerare solo scattering elastici:

$$\delta\left(\frac{Q^2}{2M} - v\right)$$

Questa è una funzione di k' . Quindi:

$$\delta(f(k')) = \frac{1}{J} \delta(k'(f'(k')))$$

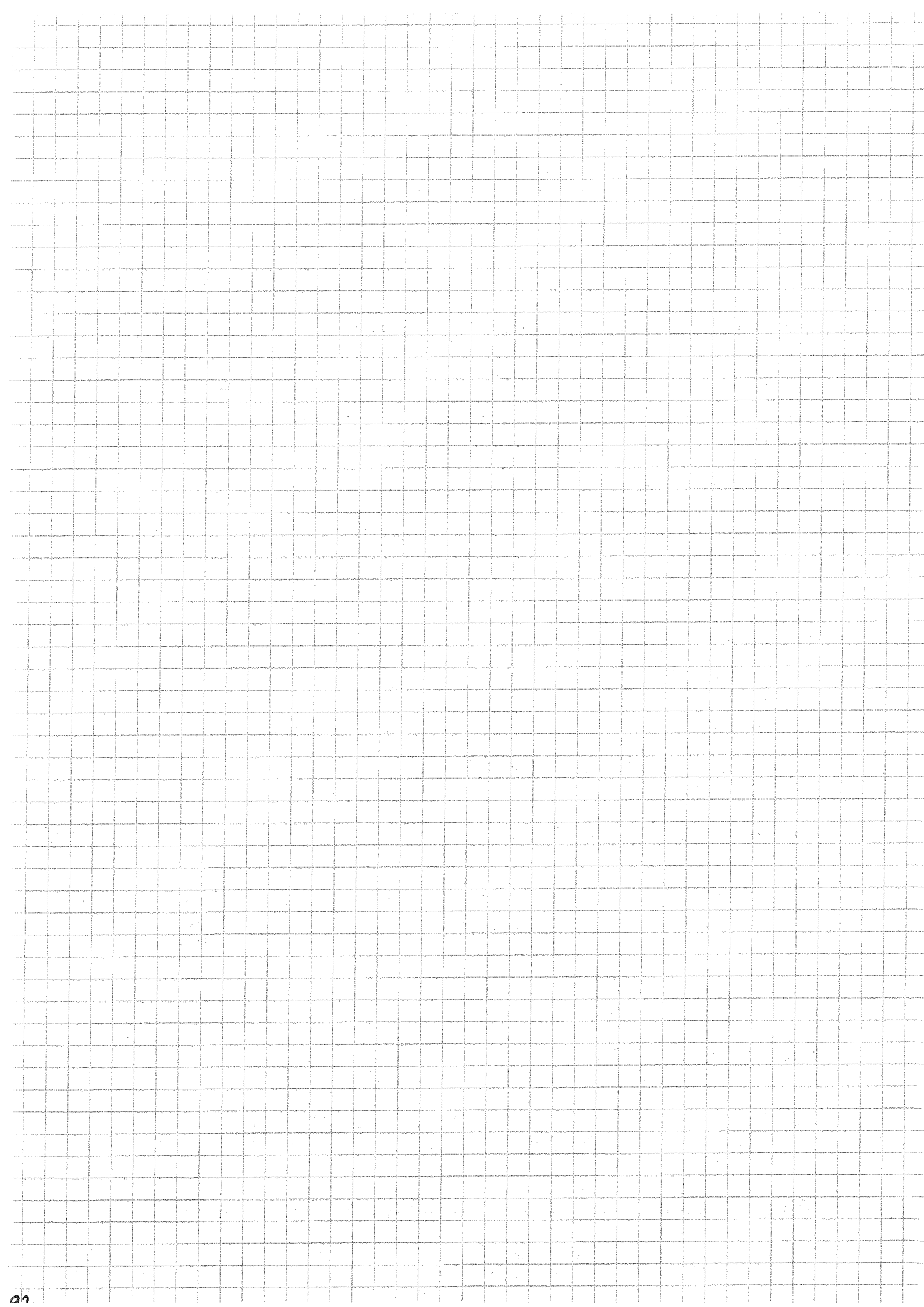
$$Q^2 = 2kk'(1 - \cos\Theta/2)$$

$$\begin{aligned} \delta\left(\frac{Q^2}{2M} - v\right) &= \frac{1}{\left|1 + \frac{2k(1 - \cos\Theta)}{2M}\right|} \delta(k' - k'_v) = \frac{1}{\left|1 + \frac{k - k'}{k'}\right|} \delta(k' - k'_v) \\ &= \frac{k'}{k} \delta(k' - k'_v) \end{aligned}$$

Posso quindi scrivere:

$$\left.\frac{d\sigma}{d\Omega dk'}\right)_{NS} = \frac{d^2}{16k^2 \sin^2\Theta/2} \delta\left(\frac{Q^2}{2M} - v\right) \cos^2\frac{\Theta}{2} [\dots]$$

Potrò trattare con questa struttura anche lo scattering inelastico, togliendo la δ .



Allora al posto di $\frac{k'}{k}$ ci metto $\delta\left(\frac{Q^2 - v}{2M}\right) dk'$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega dk'} = \frac{d^5}{16k^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \delta\left(\frac{Q^2 - v}{2M}\right) \cos^2 \frac{\theta}{2} [\dots]$$

Potro trattare nello stesso modo anche lo scattering ANELASTICO, bastera levare la $\delta\left(\frac{Q^2 - v}{2M}\right)$

ESERCITAZIONE: ν

19/03/2012

Famiglie \rightarrow \bar{l} doppietto $\begin{pmatrix} \bar{l} \\ \bar{l}_e \end{pmatrix}$ LEFT.
 il ν // right e solo carico $(\bar{l})_R$

Questo e' il modello con ν massa nulla
 infatti ν massa e' dato da $\bar{\nu} \nu \frac{p}{p} \frac{p}{p} \frac{N}{p} \frac{m_p}{p}$
 il ν non ha il pezzo $\frac{p}{p}$ aggiunto di ν
 Right, non c'e' l'aggiunto

\rightarrow Cons. * leptonico: cercano violazione che non si trova, ma non \bar{l} simmetria che lo giustifica

\bar{l} $m_p \neq 0$ si scrive cosi' $\bar{\nu} \nu \frac{p}{p} \frac{p}{p} \frac{N}{p} \frac{m_p}{p}$
 m e' cost. accopp. $\Rightarrow m$ diverse per div. Flavour.
 supp. di averne 2, trovo un termine cosi':

$$m_{ee} \bar{\nu}_e \nu_e + m_{\mu\mu} \bar{\nu}_\mu \nu_\mu + m_{\mu e} (\bar{\nu}_e \nu_\mu + \bar{\nu}_\mu \nu_e)$$

\bar{l} accopp. tra ν diversi
 ha equiv a viol. * left

Allora: $(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu) = \begin{pmatrix} m_{ee} & m_{e\mu} \\ m_{\mu e} & m_{\mu\mu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix}$ Non diag!
 $\Rightarrow \nu_e$ e ν_μ
 perche' voglio $\bar{\nu} \nu$ non sono aut. di massa

⇒ Cerco gli aut. veri: ⇒ diag. e li chiamo (ν_1, ν_2)

⇒ $\langle \nu_1 | H | \nu_1 \rangle$ $\langle \nu_2 | H | \nu_2 \rangle$ sono le masse.
(m_1, m_2 = autoval. di H nel sist. riposo)

⇒ se cerco m_{ν_e} vedo $\sum_i |U_{ei}|^2 m_i^2 = m_{\nu_e}^2$

In sist. osservo ν_e, ν_μ come aut. delle int. deboli, ma H non commuta con l'int. debole (prop. debole?) perché ha pezzi in più.

⇒ non vedo gli aut. della massa.

Si dim. che per andare da (ν_e, ν_μ) a (ν_1, ν_2) ci va una rotazione (per conserv. unitarietà)

$$\Rightarrow \begin{cases} \nu_e = \cos\theta \nu_1 + \sin\theta \nu_2 \\ \nu_\mu = -\sin\theta \nu_1 + \cos\theta \nu_2 \end{cases}$$

θ = angolo di mescolamento

$$\tan(2\theta) = \frac{2m_{e\mu}}{m_{\nu_\mu} - m_{\nu_e}}$$

$$\begin{cases} |\nu_1(t)\rangle = |\nu_1(0)\rangle e^{-iE_1 t} \\ |\nu_2(t)\rangle = |\nu_2(0)\rangle e^{-iE_2 t} \end{cases}$$

→ trasform. inversa a quella di prima per trovare ee temp di ν_e e ν_μ

(rotazione di $(-\theta)$)

$$\begin{cases} \nu_1 = \nu_e \cos\theta - \nu_\mu \sin\theta \\ \nu_2 = \nu_e \sin\theta + \nu_\mu \cos\theta \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \nu_e(t) &= \cos\theta \nu_1(t) + \sin\theta \nu_2(t) = \\ &= \cos\theta (|\nu_1(0)\rangle e^{-iE_1 t} + \sin\theta |\nu_2(0)\rangle e^{-iE_2 t}) \end{aligned}$$

Sostituisco $\psi_1(0)$ e $\psi_2(0)$ e trovo

$$\psi_e(t) = \psi_e(0) \left[\cos^2 \theta e^{-iE_1 t} + \sin^2 \theta e^{-iE_2 t} \right] + \psi_u(0) \cos \theta \sin \theta \left[e^{-iE_2 t} - e^{-iE_1 t} \right]$$

Si ha una certa prob. di oscillazione:

$$\begin{aligned} P(\psi_e \rightarrow \psi_u) &= \left| \langle \psi_u | \psi_e(t) \rangle \right|^2 = \\ &= \left| \langle \psi_u | \psi_u \rangle \cos^2 \theta \sin^2 \theta \left[e^{-iE_2 t} - e^{-iE_1 t} \right] \right|^2 = \\ &= \frac{\sin^2(2\theta)}{4} \left[2 - 2 \cos((E_2 - E_1)t) \right] = \\ &= \frac{\sin^2(2\theta)}{2} \left(1 - \cos((E_2 - E_1)t) \right) = \\ &= \sin^2(2\theta) \sin^2 \left(\frac{E_2 - E_1}{2} t \right) \end{aligned}$$

Si ha: $E_2 = \sqrt{p^2 + m_2^2}$ p è ben definito

$$E_1 = \sqrt{p^2 + m_1^2}$$

m molto piccola quindi: $E_i \approx p + \frac{m_i^2}{2p}$
sostituisco

$$\rightarrow P(\psi_e \rightarrow \psi_u) = \sin^2(2\hat{\theta}) \sin^2 \left(\frac{(m_2^2 - m_1^2)t}{4p} \right)$$

Si indica che $\Delta m_{12}^2 = m_2^2 - m_1^2$
diff. di quadrati \Rightarrow può essere negativa

Inoltre $p \approx E$

$$t = \frac{L}{c} \quad c=1 \quad L = \text{dist. perc.}$$

$$\Rightarrow P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 l}{4E}\right)$$

A par. di e . ho termine oscillante in l .

\Rightarrow Al variare di l , $\#$ di ν di un certo tipo varia nel tempo in modo oscillatorio.

Prob. che rimanga ν_e :

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 l}{4E}\right)$$

(sto trascurando il 3° Flavor solo per semplificare il conto \rightarrow l'idea è la stessa complica solo i conti).

In unità "umane" l'oscill. è $\frac{\Delta m^2 (\text{eV}^2) \cdot l (\text{m})}{E (\text{MeV})} \cdot 1,27$

equiv. con $l (\text{km})$ e $E (\text{GeV})$

\uparrow
meglio per
 ν di acceleratori
($\sim 20 \text{ GeV}$)

\uparrow
buono
per ν
di reattori
o del sole
 \uparrow
da farsi
delle un
di misura

\rightarrow Misura: mi metto a dist. fissa \Rightarrow θ non è

monocromatico \Rightarrow ho oscill. dovuta a diversi E

$$\Rightarrow \text{calcolo} \frac{\Delta m^2}{E^2}$$

inoltre l'effetto si vede se $\frac{\Delta m^2 l}{E} \sim \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \sim 1$

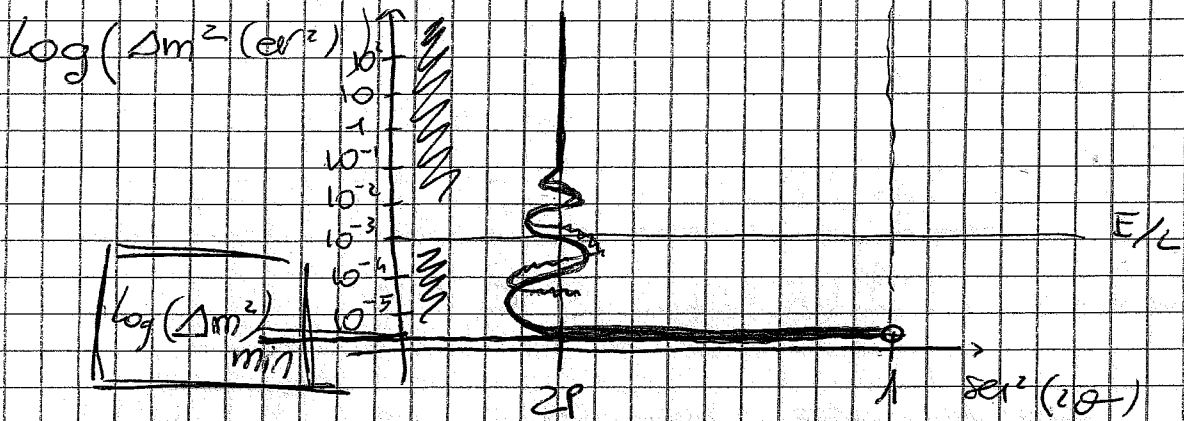
\Rightarrow devo un Δm^2 dell'ordine di E^2

Se l'el. è tot e Δm^2 piccola, devo mettermi a L grande.

Freq. molto alta $\rightarrow \Delta m^2$ grande risp a $\frac{E}{L}$ vedo $\langle \text{se}^2(\frac{\Delta m^2 L}{2E}) \rangle = \frac{1}{2}$

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) \xrightarrow{\Delta m^2, \frac{E}{L}} \frac{\text{se}^2(\frac{\Delta m^2 L}{2E})}{2}$$

Allora, a Δm^2 grandi, questo mi dà la misura di $\text{se}^2(2\theta)$



Rapp. qui $P(\Delta m^2, \text{se}^2(2\theta))$

$\frac{E}{L} = 10^{-3}$ allora qui \bar{E} circa una retta \Rightarrow dip solo da $\text{se}^2(2\theta)$

invece a $\frac{E}{L}$ Δm piccolo $\text{se}(\dots)$ va a zero

Se il prod. deve fare P : ~~se~~

$$\text{Qui } \text{se}^2(2\theta) = 2P$$

invece qui Δ deve essere $\text{se}^2(2\theta)$ grande $\Rightarrow = nP$

\rightarrow questa è la ^{la dip} ~~la dip~~ di θ ^{di} ~~di~~ $\text{se}^2\theta$ e $\Delta m^2 \rightarrow$ a P fisso

Oscilla con Δm^2 a un certo punto

fora $nP \Rightarrow$ ma per n troppo grande

$\text{se}^2(2\theta)$ è lim. da $L \Rightarrow$ dall'intersezione trovò Δm^2 minimo che si riesce a vedere \neq

Il problema è che misuro $P + SP \leftarrow$ errore

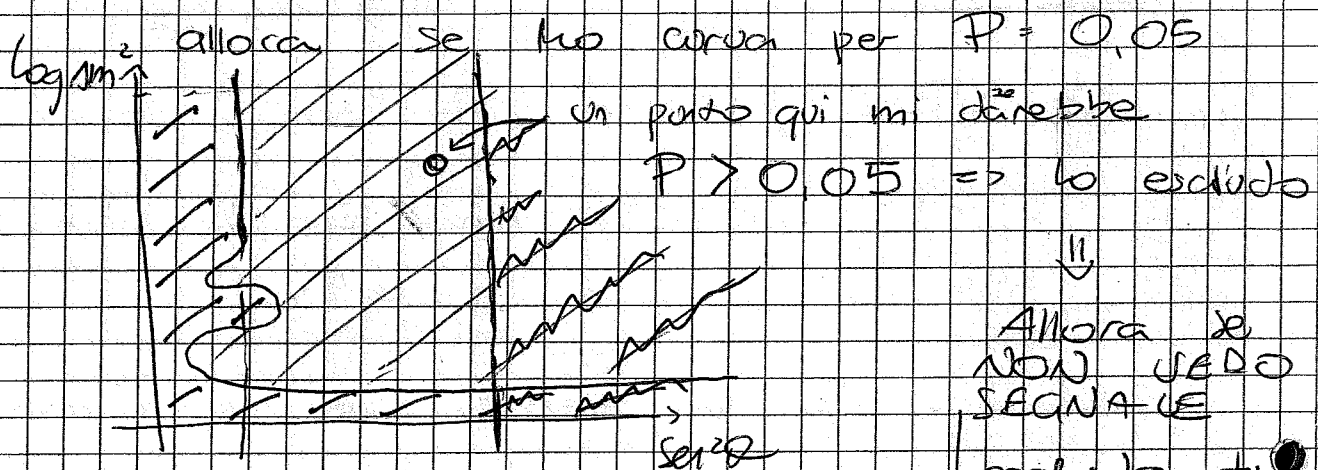
es. $P(V_e \rightarrow V_e)$ può essere comp. con 1 o no. (es. $0,99 \pm 0,01$ o $0,6 \pm 0,05$)

\Rightarrow sul plot ho una banda \Rightarrow come distinguo regioni comp. con 1 o no.

\Rightarrow se è comp. con 1 ho qual. lim per $Sei^2(2\sigma) Sei^2(\dots)$

es. $1 - \underbrace{Sei^2(2\sigma) Sei^2(\dots)} = 0,99 \pm 0,01$

$\Rightarrow P(V_e \rightarrow V_e) \leq 0,05$



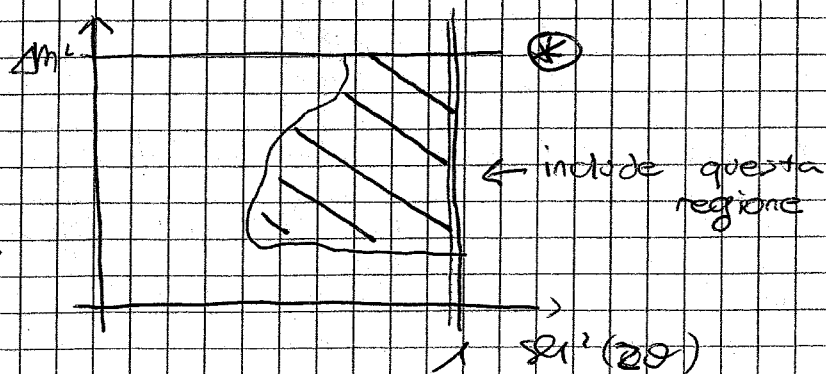
Alora se NON VEDO SEGNALE

escludo tutta la regione

i possibili valori di P (prob. oscill.) e quindi di Δm (o solo Δm ?) stanno qui

Se invece VEDO SEGNALE, significa Δm diverso da zero, allora ho sia UPPER UNIT

sia LOWER UNIT su Δm .



perché per es. P è compreso tra $0,35$ e $0,45$

Questo perché non riesce a separare la minima di Δm

Questo tipo di altro tipo di misure che magari non

L'arindato vert. dip. da P , oppure dal suo lim.

Speim. \Rightarrow in pratica da quanto è suono

l'esperimento (l'errore su $\text{se}^2 \theta$)

Sperimentalmente ho una serie di problemi

1. devo definire la sorgente.

• sorg. terrestri: accel. $\rightarrow E_n$ 50 MeV (maxon Factory)

\rightarrow " 110 GeV

reattori \rightarrow " < 8 MeV (perde fa solo dec. β)

• sorg. extraterrestri: ① \rightarrow " < 15 MeV

SN II sopravvive tipo 2 anni

Raggi cosmici su atmosfera (saiame) \rightarrow ~ 100 MeV
 $\div 10$ GeV

$$\rightarrow \Delta m^2 \sim 10^{-3} \text{ eV}^2$$

Allora θ E ho l'el che mi serve

Reatt. : < 3 MeV \rightarrow $l \sim 1$ km

Acc. < 30 GeV \rightarrow $l \sim 10^4$ km (da farcioli

Sole \rightarrow $l \sim 10^{11}$ m $\Delta m^2 \sim \left(\frac{10^{11} \text{ m}}{1 \text{ MeV}} \right) \approx 10^4 \text{ eV}^2$ (da farcioli
passare
attraverso
la Terra
si riesce)

\downarrow
vedo tutto
bene.

Esperimenti sui ν :

1. esperimenti di apparizione (esclusivi)

verificano $\nu_e \rightarrow \nu_{e'}$ $e \neq e'$

2. esperimenti di scomparsa (inclusivi)

verifica quanti ν_e sono rimasti dopo un certo Δx :

$$\nu_e \rightarrow \nu_e \equiv \overline{\nu_e \rightarrow \nu_x \quad x \neq e}$$

Gli esperimenti di tipo 1 hanno bisogno di una certa energia x rivelare il ν finale. Ad esempio:

$$\tilde{\nu}_\mu \rightarrow \tilde{\nu}_\tau \longrightarrow \tau \quad \text{ovvero:}$$

$$\tilde{\nu}_\mu \text{ non } \tilde{\nu}_\tau + p \rightarrow n + \tau^+$$

Questo è un processo a soglia. In SLAB:

$$s(\tilde{\nu}_\mu + p) = m_\tau^2 + m_p^2 + 2\tilde{\nu}_\mu \cdot p = m_p^2 + 2E_\nu m_p = s(n + \tau^+)$$

$$m_{\tilde{\nu}_\tau}^2 \equiv 0$$

$$\tilde{\nu}_\tau = (E, \vec{p}) \quad p = (m_p, 0)$$

$$m_p^2 + 2E_\nu m_p = (m_n + m_\tau)^2 = \cancel{m_n^2} + m_\tau^2 + 2m_\tau m_n$$

$$E_\nu = \frac{m_\tau^2 + 2m_\tau m_n}{2m_p} \approx m_\tau + \frac{m_\tau^2}{2m_p} \approx 3.5 \text{ GeV}$$

\Rightarrow tipicamente, per ν di bassa energia, si lavora su esperimenti a scomparsa.

Dobbiamo misurare:

$$\frac{\sin^2(2\theta)}{\sin^2} \left[1.27 \frac{\Delta m^2 (\text{eV}^2) L (\text{m})}{E (\text{MeV})} \right]$$

A seconde di E , il secondo \sin^2 cambia forma, e può fluttuare su un numero maggiore o minore di valori al crescere di n . Quindi occorre misurare anche lo spettro.

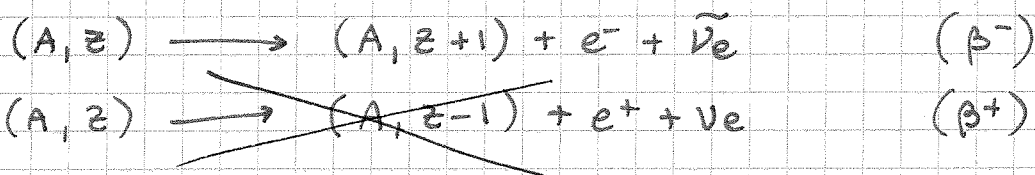
L'errore su $\sin^2(2\theta)$, in caso di Δm^2 grande, è dominato dall'errore statistico e dal sistematico 101

($\sin^2[\dots]$ media a $1/2$).

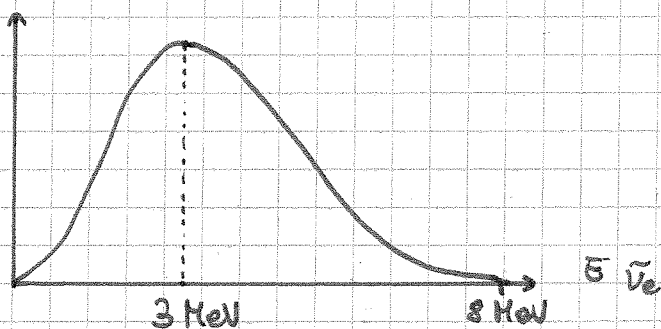
Invece, quando guardiamo $\sin^2[\dots]$, questo termine è grande solo per $\Delta m^2 \sim E/L \Rightarrow$ la regione di sensibilità è fissata dalla scelta di E ed L !

Storicamente, gli esp. sui neutrini si sono fatti ai reattori nucleari.

Produzione di isotopi ricchi di neutroni \Rightarrow decadimento β^-
 \Rightarrow no produzione ν_e , ma $\bar{\nu}_e$ (purezza sorgente $\approx 99.9\%$).



Lo spettro è quello di un processo a 3 corpi:



Il $\bar{\nu}_e$ è sottosoglia per fare un $\mu \Rightarrow$ si fanno solo esperimenti a scomparsa.

Dimostrare che il flusso di $\bar{\nu}_e$ a distanza L è dato da:

$$\Phi_{\bar{\nu}_e, L} = 1.4 \cdot 10^9 \bar{\nu}_e \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \frac{P(\text{GWth})}{L^2 (\text{km})}$$

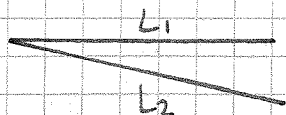
Sapendo che l'emissione è isotropa.

Si trova $\Phi \approx 10^{15} \bar{\nu}_e$ al giorno per cm^2 ($P = 10 \text{ GWth}$).

Esperimento CHOOZ (Francia del nord)

$L \approx 1 \text{ km}$

2 reattori da 4.25 GWth ciascuno



$$L_1 = 1.11 \text{ km}$$

$$L_2 = 0.99 \text{ km}$$

$$\Delta m^2 \sim \frac{E}{L} \sim \frac{3}{10^3} \sim 3 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$$

L'esperimento era stato pensato per studiare i ν atmosferici.

Non si usa il processo $\bar{\nu}_e e \rightarrow \bar{\nu}_e e$ perché:

- σ è piccola
- l' e^- uscente ha poca energia per essere rivelato

Si usa piuttosto:

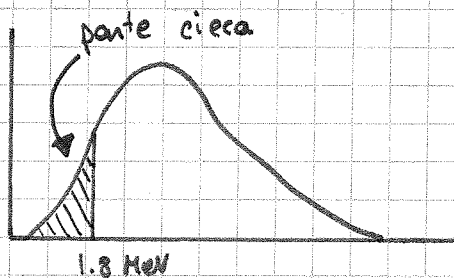
$$\bar{\nu}_e p \rightarrow n e^+$$

Qui l' e^+ è favorito rispetto al neutrone per la spartizione dell'energia \Rightarrow è facilmente rivelabile;

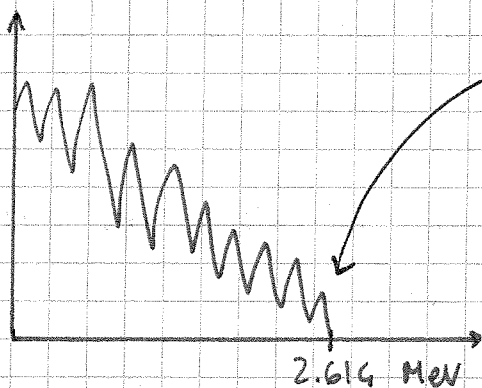
inoltre $\sigma \propto E_\nu^2$.

Soglia:

$$E_{Th} = m_n + m_e - m_p = 1.803 \text{ MeV}$$



Problema: siamo immersi nelle radioattività naturale:



Questa riga (tallio) è piuttosto intensa. Dobbiamo schermare l'esperimento, ed usare anche una reazione secondaria di coincidenza:

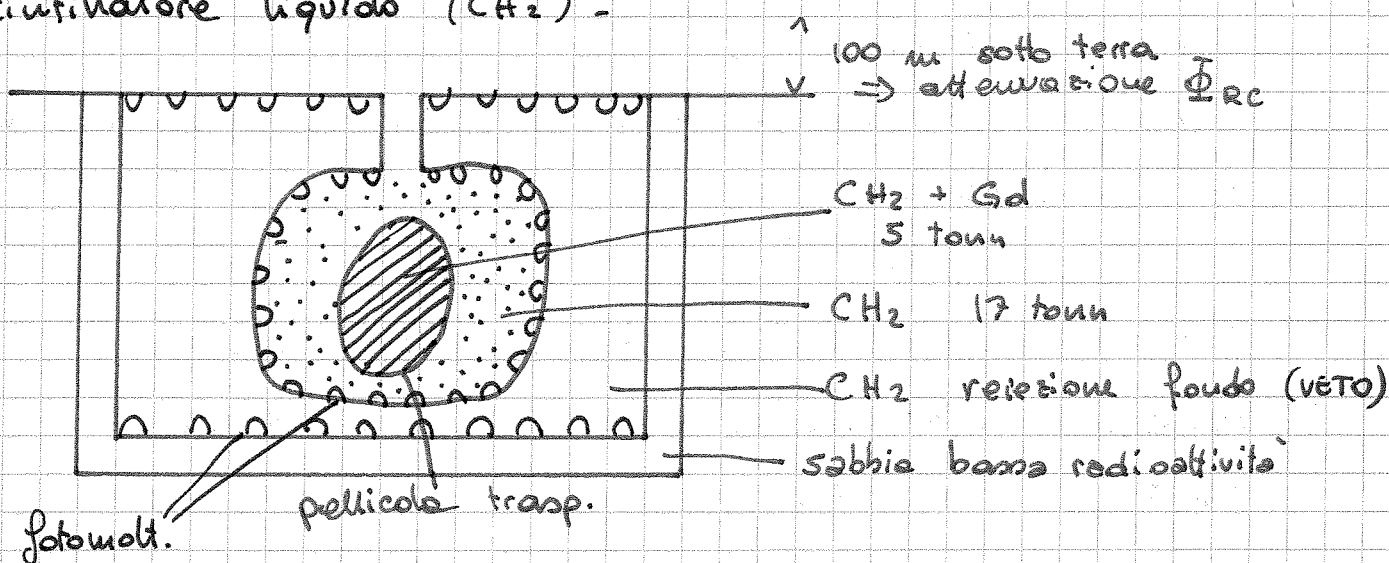
termalizzazione del neutrone.



Il gadolinio ha uno σ di cattura neutronica altissima (k barn). Per cfr.: σ (cattura n da parte dell' 2H) \approx barn.

Mettiamo in coincidenza i γ da 5 MeV con il positrone dal β inverso -

Problema: il gadolinio non è facile da miscelare nello scintillatore liquido (CH_2) -



Il positrone resta contenuto nel rivelatore centrale, mentre $R(\gamma) \approx 30$ cm nello scint. liquido \Rightarrow zona di contenimento esterno.

Reiezione del fondo

Raggi cosmici, spallazione:

- emissione neutrone
- e^+ simulato dal protone di rinculo

Ma il RC rilascia una traccia nel $\text{CH}_2 \Rightarrow$ la zona esterna ha funzione di VETO.

$\Delta t_{e^+ \rightarrow n} \approx 30 \mu\text{s}$ (legato al tempo di cattura del neutrone da parte della miscela contenente Gd).

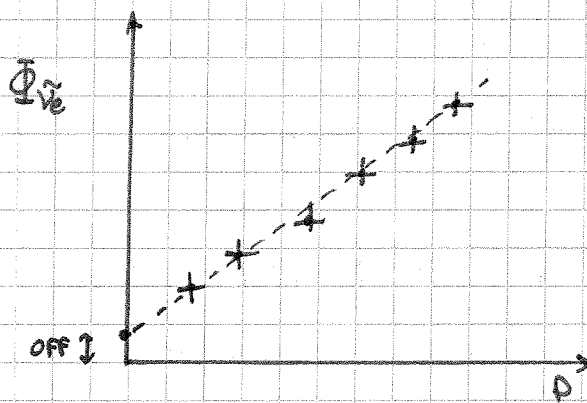
Per confronto, in ^2H :

$$t(n + p \rightarrow d + \gamma_{2.2 \text{ MeV}}) \approx 180 \mu\text{s}$$

(che sarebbe una finestra di coincidenza piuttosto ampia \Rightarrow occidentali).

Sono stati misurati flusso e spettro degli $\bar{\nu}_e$ in funzione

della potenza del reattore (che è stato acceso via via)
 \Rightarrow è stato possibile estrapolare il fondo naturale



ON - OFF
 $\approx 25 \text{ } \tilde{\nu}_e/g - 1 \text{ } \tilde{\nu}_e/g$
 (il numero è piccolo perché lo σ è piccola)

\Rightarrow alla fine si è misurato:

$$\frac{\Phi_{\text{mis}}}{\Phi_{\text{asp}}} = 1.01 \pm 0.04$$

↑
syst. + stat.

Calcoli teorici a 3 ν \Rightarrow da questo risultato si estrapola

un limite sull'accoppiamento θ_{13} :

$$\begin{cases} \text{seu}^2 \theta_{13} \leq 0.04 \\ \text{seu}^2 (2\theta_{13}) \leq 0.14 \end{cases} \quad \text{seu}^2 \theta \sim \theta$$

15 gg fa un esperimento cinese (DAYA BAY) ha misurato direttamente $\text{seu}^2 \theta_{13}$ - quello di CHOOZ era solo un limite superiore dovuto al fatto che l'oscillazione non era stata vista.

L'errore 0.04 era dato da:

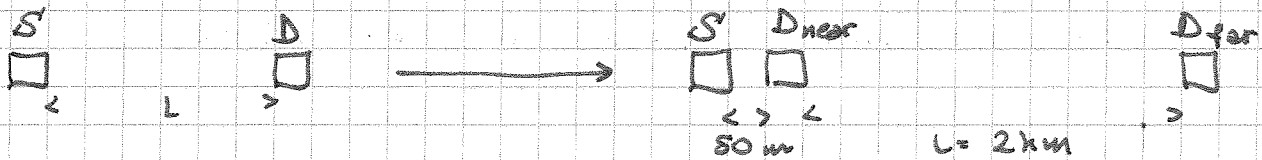
$$0.04 < \begin{cases} 0.027 \text{ syst} \\ 0.028 \text{ stat} \end{cases}$$

In teoria, continuando a prendere dati, si sarebbe abbassato l'errore statistico. Tuttavia, bisogna nel contempo abbassare anche il sistematico.

Incertezza sullo spettro \leftrightarrow anche i prodotti di decadimento degli isotopi prodotti decadono β .

Sciintillatore $\text{CH}_2 \leftrightarrow$ in realtà $\text{C}_n \text{H}_{2n+2}$, con n sconosciuto ma dell'ordine di 20.

Idea di DAYA BAY: misurare $\frac{FAR}{NEAR}$



Il segnale a $50 \div 100 m$ è lo stesso della sorgente.

Rivelatore alla SHOOZ-

Il rivelatore near ha l'effetto di abbassare il sistematico fino a 0.006 (spettro misurato anziché calcolato).

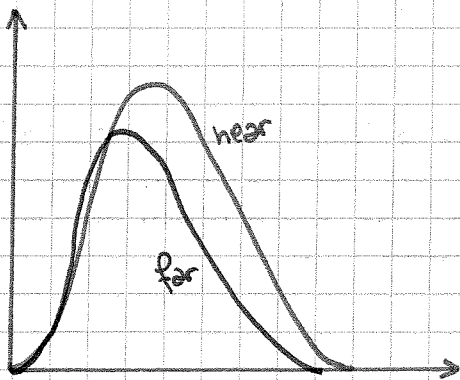
Questo è dovuto anche al fatto che, misurando un rapporto di conteggi su 2 rivelatori uguali, le efficienze si semplificano -

$$FAR \rightarrow 10^4 \bar{N}_e$$

$$SHOOZ \rightarrow 2500 \bar{N}_e$$

Hanno misurato:

$$\sin^2(2\theta_{13}) = 0.092 \pm 0.016(\text{stat}) \pm 0.005(\text{syst})$$



θ_{13} era l'unico parametro mancante nella matrice di mescolamento dei ν .

Esperimento giapponese KAMLAND \rightarrow scendere in $5m^2$ a E fissata (reattori $\rightarrow \sim 8 MeV$) \Rightarrow allungare L .

SHOOZ $\rightarrow \Delta m^2 \sim 10^{-5} \div 10^{-4} eV^2$ a $1 km$

$\Rightarrow L \approx 100 km$

Ma il flusso scala come $\Phi \propto \frac{1}{L^2}$ (sorgente isotropa)

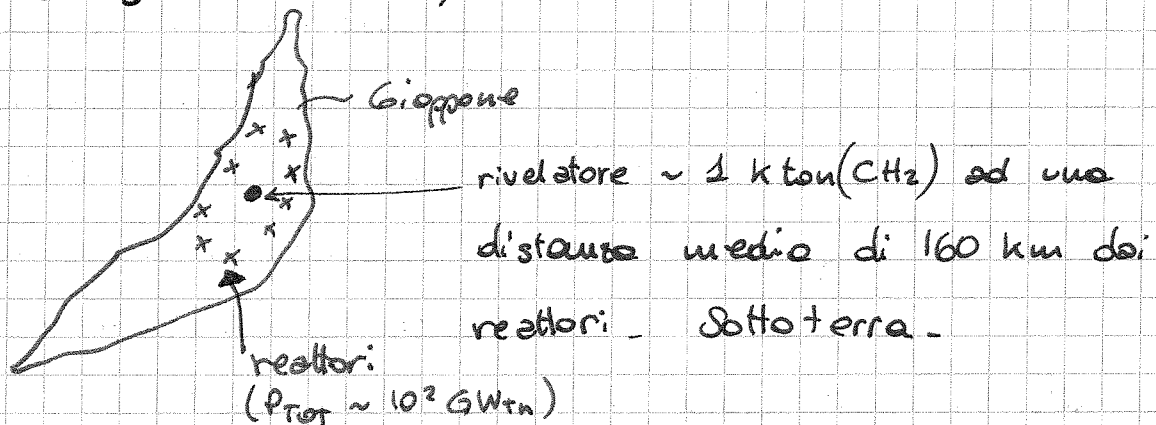
⇒ flusso ridotto di 10^{-4} rispetto a $5100z$ ($\rightarrow 10^{16}e^-/anno$)

⇒ bisogna cambiare qualcosa:

- P reattore \Rightarrow si usò il segnale di più reattori
- M rivelatore

Gli impianti usati fornivano: $P \leq 20 \text{ GW}_{th}$ ciascuno.

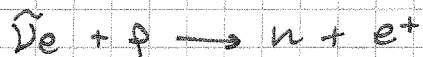
(N.B.: GW_{th} = potenza termica $\approx 2 \times$ potenza trasformata in energia elettrica) -



Analisi dati complicata: reattori con potenze diverse e cicli di accensione diversi.

Costruire un rivelatore di Ct_2 gadolinizzato di 10^3 tonnellate era impossibile: dopo un certo tempo Gd si depositava sul fondo ed opacizzava.

Utilizzata quindi un'altra reazione:



$188 \mu\text{s}$ anziché $30 \mu\text{s}$
 2.2 MeV anziché 8 MeV } \Rightarrow costruirono una eccellente schermatura dalla

radioattività naturale e dei re.

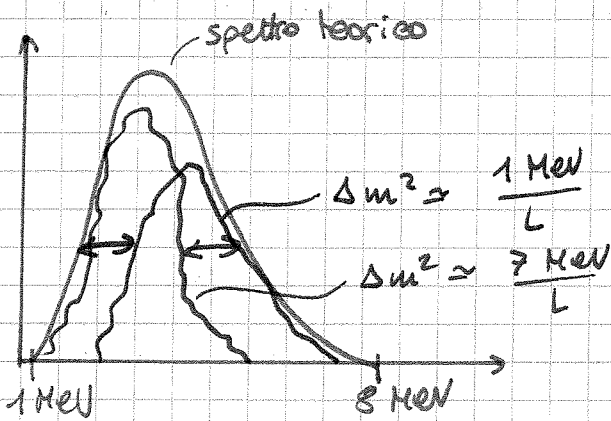
Attesi $700 \text{ evt}/\text{anno} = 2 \text{ evt}/\text{giorno}$ - Misurati:

$$\frac{\text{MLS}}{\text{ATT.}} = 0.589 \pm 0.085 (\text{stat}) \pm 0.042 (\text{syst})$$

Il sistematico è un po' sottostimato, ma $0.6 \bar{e}$

incompatibile con 1. \Rightarrow evidenza di oscillazione.

Vedi plot \rightarrow valori di Δm^2 e $\sin^2 2\theta$ nelle zone bianche produrrebbero uno spettro differente da quello osservato, o una probabilità (\sim rate) diversa da quella misurata.



L'integrale dello spettro dipende da $\sin^2 2\theta$, ma il differenziale (bin per bin) dipende da Δm^2 . A seconda di come lo spettro è alterato,

posso dire che Δm^2 giace su una certa regione.

Questa misura è indipendente dal rate \Rightarrow posso usarle entrambe.

Parametri del modello:

$$\begin{array}{ll} \sin^2 \theta_{12} & \Delta m_{12}^2 \\ \sin^2 \theta_{13} & \Delta m_{13}^2 \\ \sin^2 \theta_{23} & \Delta m_{23}^2 \quad (\text{solo 2 indep.}) \end{array}$$

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) = 1 - \left[f(\theta_{13}, \Delta m_{13}^2) + g(\theta_{12}, \Delta m_{12}^2) \right]$$

($\bar{\nu}_e$ che un $\bar{\nu}$ elettronico rimane un $\bar{\nu}$ elettronico)

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \sim 2.3 \cdot 10^3 \text{ eV}^2 \\ \text{ATM.} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \sim 7 \cdot 10^5 \text{ eV}^2 \\ \text{SOLARI} \end{array}$$

I due contributi hanno peso diverso a seconda della distanza. Il primo pesa per $L \sim 1 \text{ km}$, il secondo per $L \sim 10^2 \text{ km}$.

CHOOZ \rightarrow g trans.; sensibile a θ_{13} e Δm_{13}^2 (anche DAYA BAY)

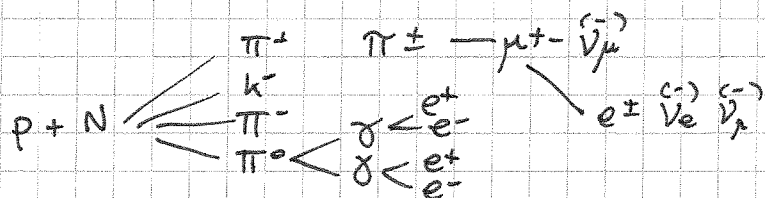
KAMLAND \rightarrow f trans.; sensibile a θ_{12} e Δm_{12}^2

⇒ per l'analisi dati posso usare uno schema a 2 neutrini senza praticamente commettere errori.

In realtà lo schema è a 3, ma uno dei pezzi lo disaccoppio ⇒ diventa a 2.

23/03/2012

Neutrini atmosferici



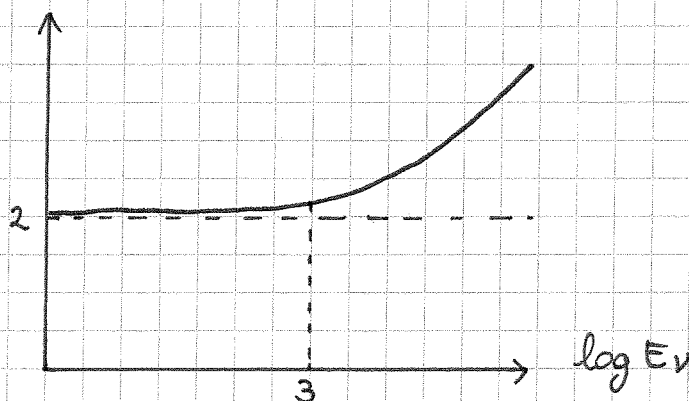
(~ 20 km atmosfera : i π^\pm decadono essenzialmente tutti)

$\tau_{\mu^\pm} = 2.2 \cdot 10^{-6} \text{ s} \Rightarrow$ non tutti i μ decadono

$$\Phi_\mu \Big|_{\text{sup.}} \approx 0.6 \mu \text{ cm}^{-2}$$

Possiamo misurare:

$$\frac{N(\nu_\mu) + N(\bar{\nu}_\mu)}{N(\nu_e) + N(\bar{\nu}_e)} \equiv R$$



(il processo $\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu}$ avviene sempre meno all'aumentare del boost).

Per studiare questi effetti ci sono molti ingredienti:

- SEZIONI D'URTO ADRONICHE
- DECADIMENTO (processo E.W.)
- CAMPO MAGNETICO TERRESTRE ($1/2$ Gauss)
- SPETTRO COSTICI PRIMARI

⇒ incertezza globale $\delta \sim 20\%$

Dobbiamo studiare anche la distribuzione angolare
(= dipendenza dalla distanza percorsa in atmosfera).

Primo passo:

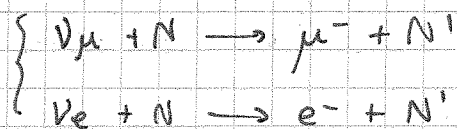
1 - identificazione (e separare) ν_μ e ν_e

2 - misurare ν_μ e ν_e in energia ed angolo.

$$\sin^2 \left(\frac{1,27 \Delta m^2 (\text{eV}^2) L (\text{m})}{E (\text{MeV})} \right) \leftarrow \text{per dare senso a questa formula occorre } E$$

1) separazione neutrini

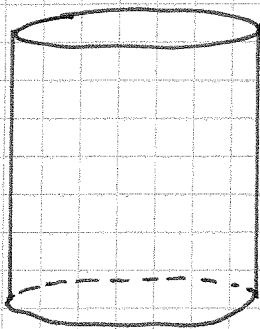
Non vediamo direttamente: ν , bensì: i loro leptoni carichi:



Stiamo considerando ν di energia $\sim 1 \text{ GeV}$.

N.B.: l'elettrone fa anche bremsstrahlung, il μ solo ionizzazione.

SK \rightarrow rivelatore Cherenkov ad acqua



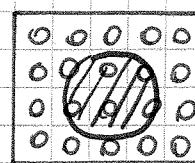
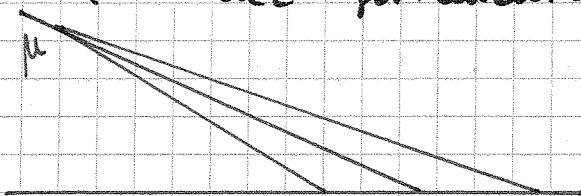
$\rho = 1.000 \dots$ (H_2O purissima)

50.000 tonni H_2O

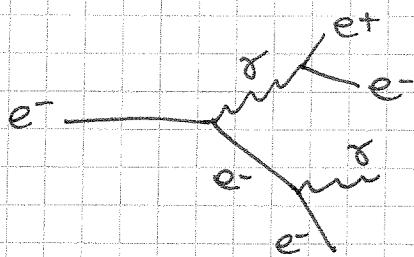
11.000 fototubi di 20" ϕ

Superficie coperta dai fototubi $\approx 40\%$ del totale.

Una particella abbastanza energetica rilancia luce Cherenkov nell'attraversamento:

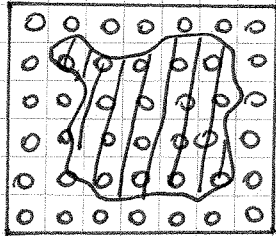
$$\left\{ \begin{array}{l} \sim 200 \gamma / \text{cm}, \text{ nel blu} \\ \sim \text{luce fortemente direzionale} \end{array} \right.$$


traccia
muonica



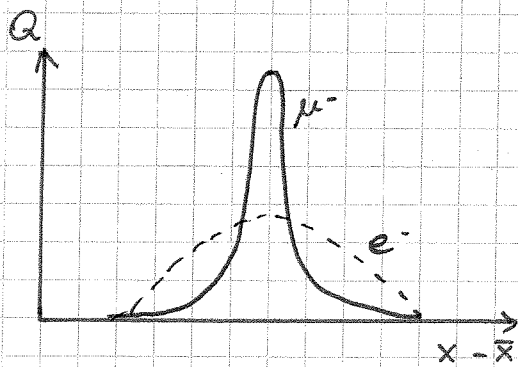
La soglia Čerenkov è molto bassa \Rightarrow l' e^- primario emette Č. durante tutto il cammino, e così anche

i suoi prodotti secondari -



\bar{x} \equiv baricentro carica

traccia elettronica



\Rightarrow separazione e/μ
con algoritmi di
efficienza $E \geq 95\%$
("pattern recognition")

Rimangono da misurare E_ν e Θ_ν -

L'emissione Čerenkov ha la proprietà $Q \propto \Delta E$ -

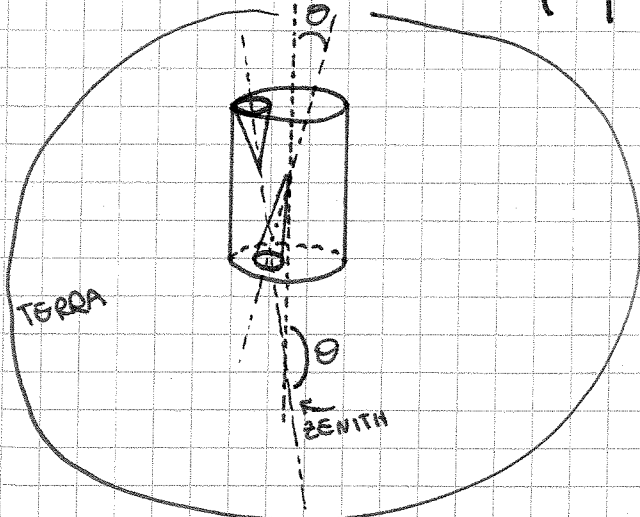
Se la particella si ferma all'interno del rivelatore,

$Q \rightarrow E_{\mu(e)}$ - Nel processo di conversione il leptone è cinematicamente favorito $\Rightarrow E_\nu \approx E_{\mu(e)}$ -

Per misurare Θ :

• vertice

• direzione di propagazione $\Theta_\nu \approx \Theta_{\mu(e)}$



Posso coprire un angolo

$$0 \lesssim \Theta_\nu \lesssim \pi$$

Se il ν proviene dall'atmosfera,

$$\Theta \approx 0 \Rightarrow L \approx 20 \text{ km}$$

Se viene da sottoterra,

$$\Theta \approx \pi \Rightarrow L \approx 13.000 \text{ km}$$

⇒ esploro 4 ordini di grandezza di L - l'oscillazione passa da poca ad alta rilevanza.

Fondo:

- ν solari: pochi e sottoenergetici
- Re carichi: spesso le tracce leptoniche partono da fuori il rivelatore ⇒ le escludo.

Si osserva un deficit di neutrini che vengono dal basso, sia per ν_e che per ν_μ - Interpretazione:

$$\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$$

Δm^2 limitato superiormente: se fosse grande, forebbe oscillare anche i ν_μ provenienti dall'alto - Canale dominante:

$$\Delta m_{23}^2 = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$$

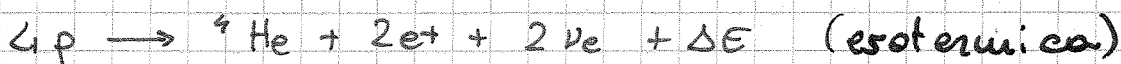
Mettendo insieme alle altre misure:

$$\begin{cases} \Delta m_{23}^2 = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2 \\ \Delta m_{12}^2 = 7 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2 \\ \Delta m_{13}^2 = 2.3 \cdot 10^{-11} \text{ eV}^2 \end{cases} \rightarrow -5?$$

Il Δm^2 dominante è quello tra ν_μ e ν_τ - Quello tra ν_e e ν_τ è piccolissimo

Produzione ν solari

Reazione dominante:



$$\Delta E = 24.7 \text{ MeV}$$

$$\begin{cases} L_\odot = 3.85 \cdot 10^{26} \text{ W} \\ R_{\odot\oplus} = 1.49 \cdot 10^{11} \text{ m (U.A.)} \end{cases} \Rightarrow \sim 2 \text{ calorie/cm}^2 \text{ sulla terra}$$

$$\text{In media: } \langle E(2\nu_e) \rangle = 0.59 \text{ MeV}$$

$$E_{\text{MAX}}(1\nu_e) = 0.42 \text{ MeV}$$

Questa è la catena dominante, ma non è l'unica -
 Spettro solare dato da diverse catene.

La parte dominante corrisponde a $\sim 6 \cdot 10^{10}$ ν /s/cm²
 (catena pp) e sono ν di bassa energia.

L'altro contributo più grande è il decadimento β
 del ^8B : ~ 8 MeV, facili da misurare.

Infine: cattura elettronica del ^7Be :



Lo spettro è rettiforme a parte effetto Doppler e
 "scelta" della shell atomica da parte dell' e^- .

COMPONENTE	E_{MAX}	FLUSSO
pp	0.42 MeV	$6 \cdot 10^{10}$ ν /s/cm ²
^8B	15 MeV	10^7 ν /s/cm ²
^7Be	monoenergetici: .5, .8 MeV	

Metodi di rivelazione ν_0

- RADIOCHIMICA \Rightarrow non cerchiamo il singolo ν ,
 quindi ~~ν~~ , ~~ν~~ , ma misuriamo un flusso
 integrato su un tempo.

Ad esempio: $\nu + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + {}^{37}\text{Ar}$ ($E_{\text{TH}} = 0.814$ MeV)

prendo 600 tonni di Cl_2 , Cl_4 (vanichina), aspetto
 ~ 15 gg e vado a contare gli atomi di ${}^{37}\text{Ar}$.

Atesi: ~ 2 ν /giorno. Con questo esperimento
 (anni '80) fu assegnato il Nobel a R. Davis.

Dimostrò che le sorgenti di ν_0 erano le
 reazioni nucleari termiche all'interno della
 stella (\Rightarrow identificata sperimentalmente la
 fonte di energia delle stelle).

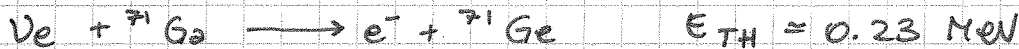
Il vantaggio di un esperimento di questo tipo è che è a soglia molto bassa -

- REAL TIME → scintillatori, esperimenti Cherenkov - possibili misure di E_ν e Θ_ν , ma lo spettro accessibile è tagliato a causa delle nostre capacità di rivelazione.

L'esperimento di Davis non poteva vedere la catena p-p. Risultato finale (~'98, l'esperimento partì negli anni '60):

$$\frac{\Phi_{\nu_e}^{MIS}}{\Phi_{\nu_e}^{SSM}} = 0.33^{+0.05}_{-0.06}$$

Negli anni '90 si trovò un altro materiale che permetteva di avere una soglia più bassa (prende gran parte dello spettro p-p):



Ma il gallio è un metallo liquido estremamente raro.

Esperimenti:

- GALLEX, poi GNO 30.3 ton Ga (Italia)
- SAGE 60 ton Ga (America)

overseas
western
series
s
u
m
m
e
r
i
c
a
n
e
x
p
e
r
i
m
e
n
t

← primi tentativi di collaborazione in fase di disgelo.

N.B.: 30 tonn è circa la quantità di Ga prodotta dalle terre in 10 anni!

Risultati:

$$\frac{\Phi_{\nu_e}^{MIS}(\text{Ga})}{\Phi_{\nu_e}^{SSM}} = 0.56^{+0.05}_{-0.06}$$

Uno direbbe che la maggior parte dei ν viene da pp-

Errore: $N \propto \Phi \cdot \sigma$.

$$\sigma(\nu_e {}^{71}\text{Ga}) \propto E_\nu^3$$

Calcolando gli eventi attesi usando la σ si ottiene:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sim 54\% \text{ pp} \\ \sim 26\% \text{ } ^8\text{B} \\ \sim 10\% \text{ } ^7\text{Be} \\ \dots \end{array} \right. \quad (SSM) \quad \left(\int \phi \sigma dE \right)$$

Ipotesi naturale:

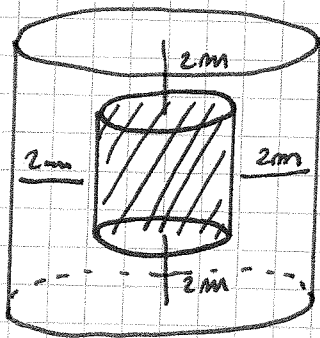
- vediamo tutti i ν del p-p
 - non vediamo gli altri perché oscillano
- (In realtà quel 56% può benissimo essere una composizione lineare di 54%, 26%, 10% e altro con coeff. arbitrari).

ESPERIMENTI REAL-TIME

In tempo reale si cerca di misurare, simultaneamente:

T_ν E_ν Θ_ν flavour
 \hookrightarrow tempo

Il primo real-time è stato SK -



"fiducial volume"

22 000 kton / 50 000 kton

Serve a schermare i cosmici conici, che fanno tracce anche fuori dal f.v.

$E_{TH} \approx 5 \text{ MeV} \longrightarrow ^8\text{B}$

Che reazione uso? Scattering elastico $\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$
 Lo scattering elastico non è flavour-blind.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma(\nu_e e \rightarrow \nu_e e) \\ \sigma(\nu_\mu e \rightarrow \nu_\mu e) \\ \sigma(\nu_\tau e \rightarrow \nu_\tau e) \end{array} \right.$$

La prima reazione può avvenire:

- in NC (scambio Z)
- in CC (e^- diventa ν_e e ν_e diventa e^-) (scambio W)

Le altre possono avvenire solo in NC.

$$\sigma(\nu_e e) \approx 6 [\sigma(\nu_\mu e) = \sigma(\nu_\tau e)]$$

Se il neutrino solare non oscilla, quando arriva in SK interagisce con $\sigma(\nu_e e)$. Se oscilla, interagisce con una σ minore. (circa $1/6$).

È stato osservato che:

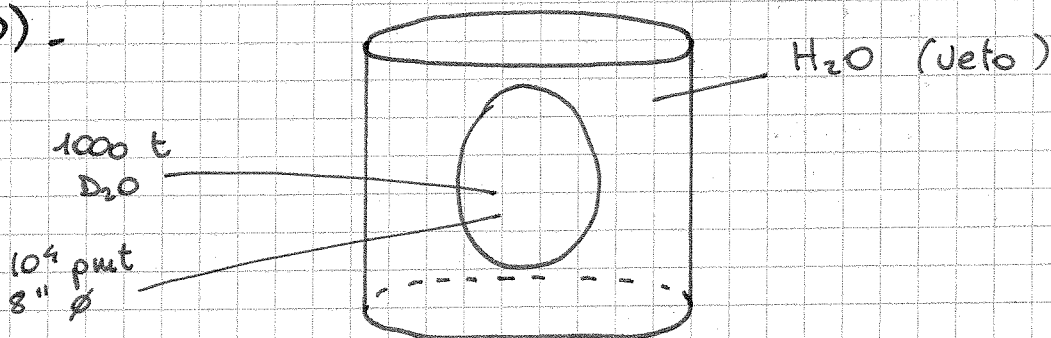
$$\frac{\Phi_{\nu_e}^{\text{MIS}}(\text{H}_2\text{O})}{\Phi_{\nu_e}^{\text{SSM}}} = 0.465 \pm 0.018$$

Parentesi: l'esperimento in real-time è più difficile, ma permette di "ripulire" le misure:

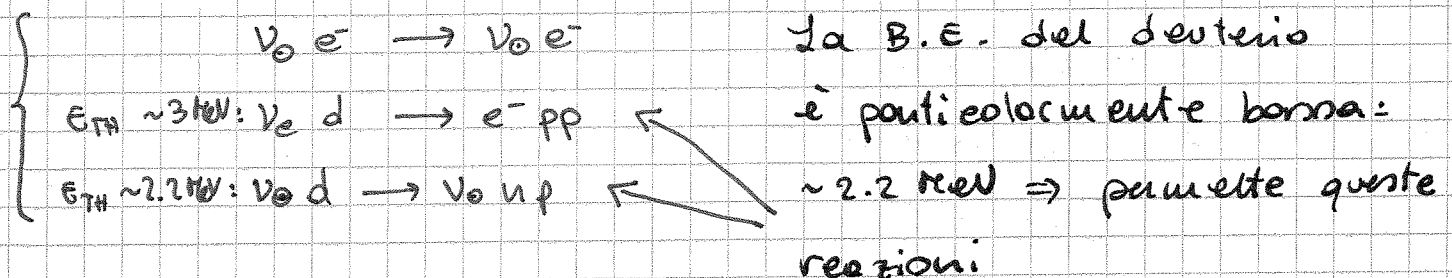
- misura di $E_\nu \Rightarrow$ tagli sulle eventuali code dello spettro
- misura di $\theta_\nu \Rightarrow$ prendo solo ν provenienti dal sole.

Tutti i risultati vanno contro il SSM.

\Rightarrow esperimento SNO con Cherenkov in acqua pesante (D_2O).



Si usa il deuterio perché permette altre reazioni oltre allo scattering elastico:



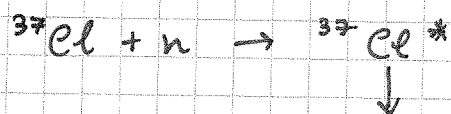
La seconda reazione è fatta solo da $\nu_e \Rightarrow$ posso usarla per misurare Φ_{ν_e} .

La terza avviene in NC: è indipendente dal flavour \Rightarrow misura Φ_{ν_0} (ν_e, ν_μ, ν_τ hanno la stessa σ) \Rightarrow mi disaccoppio dal SM.

Contemporaneamente misura Φ_{ν_0} con la reazione in CC (la prima) \Rightarrow confronto le due misure.

\exists oscillazione:	$\Phi_{CC} < \Phi_{NC}$
\nexists oscillazione:	$\Phi_{CC} = \Phi_{NC}$

Come si misura la reazione in NC? Il p è sottosoglia per fare Čerenkov. Si usa la cattura del neutrone (sostanzialmente termico) da parte del ^{37}Cl :



$\gamma_i \rightarrow e^+e^- \quad \forall i \Rightarrow$ rivelo e^+e^- con Čerenkov.

Osservo:

$$\Phi_{\nu_0}^{NC} \approx 3 \Phi_{\nu_e}^{CC}$$

Inoltre:

$$\begin{array}{l} \text{misurato} \\ \text{(D20)} \end{array} \rightarrow \frac{\Phi_{\nu_0}^{NC}}{\Phi_{\nu_0}^{SM}} \sim 1 \text{ entro gli errori}$$

$$\begin{array}{l} \text{atteso} \\ \text{(SM)} \end{array} \rightarrow \Phi_{\nu_0}^{SM}$$

Mettendo insieme tutte le misure:

$$\begin{cases} \sin^2(2\theta) \sim 1 \\ \Delta m^2 \sim 7 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2 \end{cases}$$

è da fare una precisazione. Nella formula:

$$\sin^2 \left(\frac{1.27 \Delta m^2 L}{E} \right)$$

L non è precisamente la distanza terra - sole ($1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}$).

L' H di interazione del ν_e è diversa da quello di ν_μ e ν_τ .

$$H = H_{\text{comune}} + H_{\nu_e}$$

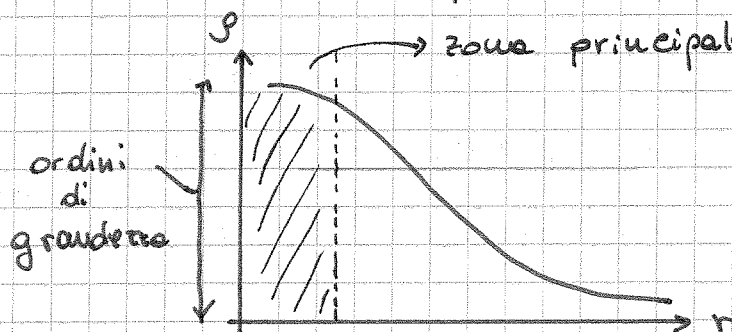
(a causa dell'accoppiamento in CC del ν_e).

⇒ Nuove oscillazioni:

OSCILLAZIONI NELLA MATERIA

Sono funzione sia di L che della densità ρ della materia.

Si realizzano soprattutto in sistemi dove ρ varia molto.



⇒ $L \sim$ frazione di R_0

26/03/2012

Torniamo un po' indietro; nel collidere c'è il flusso ϕ vale:

$$\phi = N_1 N_2' |v_{rel}| = 4N_1' N_2'$$

ma la relazione $|v_{rel}| = 2v$ vale solo per collisioni elastiche ($\rightarrow \leftarrow$) e o stesse energie.

Vediamo di ricavarla.

In generale:

$$\phi = \rho \cdot \rho' |v_{rel}|$$

dico che questo è un inv. relativistico.

Verifichiamolo.

Vale:

$$\rho = \frac{N}{V \rightarrow \text{Volume}}$$

come cambia il volume per una trasform. di Lorentz?

Consideriamo il volume dV_0 : l'unico lato che trasforma è quello // alla velocità:

$$dV_0 \rightarrow dV_L = \frac{dV_0}{\gamma}$$

Chiamando con τ il tempo proprio (tempo nel rif. dell'oggetto che si muove);

$$d\tau \rightarrow dt_L = \gamma d\tau$$

$$\begin{aligned} x &\rightarrow \frac{x}{\gamma} \quad \wedge \quad dt \rightarrow \gamma dt \\ \Rightarrow \frac{dx}{dt} &\rightarrow \frac{1}{\gamma^2} \frac{dx}{dt} \end{aligned}$$

Quindi prendendo il ϕ : il $|v|$ è $\frac{dx}{dt} \Rightarrow$ caccia un $\frac{1}{\gamma^2}$ invece ogni ρ caccia un γ ; in definitiva.

$$\phi_L = \gamma \frac{N_1}{V} \gamma \frac{N_2}{V} \frac{1}{\gamma^2} |v| = \phi$$

ovvero ϕ è inv.

Scriviamo ϕ come:

$$\phi = p_1 p_2 \sqrt{\beta^2} \rightarrow \text{nel lab.}$$

questo varia come $\frac{1}{\gamma^2}$, ovvero come
nel tempo: allora esprimiamola

come Energia

$$\Rightarrow \phi = p_1 p_2 \frac{\sqrt{A^2}}{E_1 E_2}$$

con $[A^2] = \text{Energia}^4$.

Scriviamo A^2 in maniera invariante: gli invarianti
che abbiamo sono

$$\frac{p_1^2 p_2^2}{(\text{ovvero } m_1^2, m_2^2)}$$

$$\frac{p_1 \cdot p_2}{m_1 m_2}$$

$$m_1 m_2$$

scriviamo A^2 come comb. lineare:

$$A^2 = a (m_1^2 + m_2^2)^2 + b (p_1 p_2)^2 + c (m_1 m_2)^2 \quad (26.1)$$

i coeff. li determino con la cond. che nel laboratorio

valgà:

$$\frac{A^2}{E_1^2 E_2^2} = \beta^2$$

Scrivendo $p_{1,2}$:

$$p_1 = (E_1, \vec{p}_1), \quad p_2 = (m, \vec{0}) \quad (\text{sistema del laboratorio})$$

E svolgendo la 26.1:

$$= a \frac{(m_1^2 + m_2^2)^2}{E_1^2 m_2^2} + b \frac{(E_1^2 m_2^2)}{E_1^2 m_2^2} + c \frac{m_1^2 m_2^2}{E_1^2 m_2^2}$$

max vale $E = \gamma m$, quindi:

$$a \left(\frac{m_1^2 + m_2^2}{E_1 m_2} \right)^2 = a \left(\frac{m_1}{\gamma m_2} + \frac{m_2}{\gamma m_1} \right)^2 = \frac{a}{\gamma^2} \left(\frac{m_1}{m_2} + \frac{m_2}{m_1} \right)^2$$

quindi:

$$= \frac{a}{\gamma^2} \left(\frac{m_1}{m_2} + \frac{m_2}{m_1} \right)^2 + b + \frac{c}{\gamma^2} = \beta^2$$

max, $a(1-\beta^2) \left(\frac{m_1}{m_2} + \frac{m_2}{m_1} \right)^2 + b + c(1-\beta^2) = \beta^2 \Rightarrow a = 0$

$$\gamma^2 = \frac{1}{1-\beta^2}$$

In definitiva: tutto va bene se $a=0, b=1, c=-1$:

$$A^2 = (\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2)^2 - m_1^2 m_2^2 \quad p_1, p_2 \text{ 4-vettori}$$

$$\Rightarrow \frac{\phi = \frac{A}{\beta_1 \beta_2}}{\beta_1 \beta_2} = \frac{(\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2)^2 - m_1^2 m_2^2}{E_1^2 E_2^2} = \frac{(E_1 E_2 - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2)^2 - m_1^2 m_2^2}{E_1^2 E_2^2}$$

$$= \frac{(1 - \beta_1 \beta_2 \cos \theta)^2 - (E_1^2 - |\vec{p}_1|^2)(E_2^2 - |\vec{p}_2|^2)}{E_1^2 E_2^2}$$

$$= \sqrt{1 + \beta_1^2 \beta_2^2 \cos^2 \theta - 2\beta_1 \beta_2 \cos \theta +$$

$$- \frac{E_1^2 E_2^2 + |\vec{p}_1|^2 |\vec{p}_2|^2 - E_1^2 |\vec{p}_2|^2 - E_2^2 |\vec{p}_1|^2}{E_1^2 E_2^2}}$$

$$= \sqrt{1 - \beta_1^2 \beta_2^2 \cos^2 \theta + \beta_1^2 + \beta_2^2}$$

$$= \sqrt{\beta_1^2 \beta_2^2 (\underbrace{\cos^2 \theta - 1}_{-\sin^2 \theta}) - 2\beta_1 \beta_2 \cos \theta + \beta_1^2 + \beta_2^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sqrt{\frac{A^2}{E_1^2 E_2^2} = \sqrt{(\beta_1 - \beta_2)^2 - (\beta_1 \wedge \beta_2)^2}}}$$

Nel caso di $e^+ e^-$ nel nostro collisore, $\theta = 0$: il $\wedge e^- = 0$,
e $\sqrt{\beta^2} = \sqrt{v_{rel}^2}$.

L'intero ϕ è invariante, non il singolo $\sqrt{\frac{A^2}{E_1 E_2}}$; riprendendo
il ϕ :

$$\phi = \frac{4 E_1 E_2}{(2\pi)^6} \sqrt{\frac{A^2}{E_1 E_2}}$$

ovvero:

$$\phi = \left(\frac{1}{(2\pi)^6}\right) 4 \sqrt{A^2} =$$

$$= \left(\frac{1}{(2\pi)^6}\right) 4 \sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}$$

ma lo voglio scrivere in funzione degli invarianti:

$$= \left(\frac{1}{(2\pi)^6}\right) 4 \sqrt{(p_1 \cdot p_2 - m_1 m_2)(p_1 \cdot p_2 + m_1 m_2)}$$

(26.2)

proviamo a scriverlo ricorrendo a:

$$S = (p_1 + p_2)^2 =$$

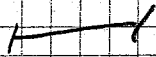
$$= m_1^2 + m_2^2 + 2 p_1 \cdot p_2$$

$$\Rightarrow p_1 \cdot p_2 = \frac{S - m_1^2 - m_2^2}{2}$$

quindi la $Z_{61}Z$ diventa:

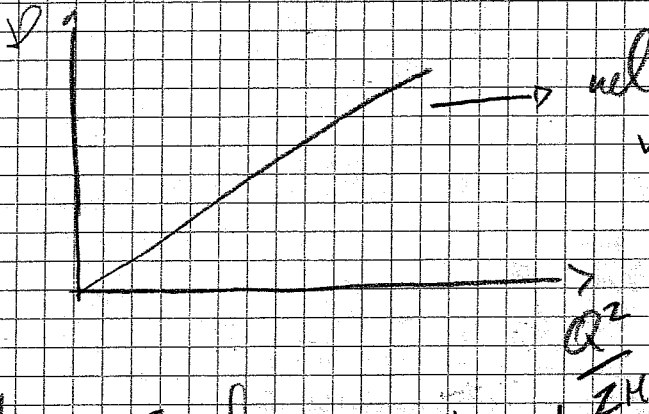
$$\phi(z) \frac{1}{z} \sqrt{(s - m_1^2 - m_2^2 - 2m_1 m_2)(s - m_1^2 - m_2^2 + 2m_1 m_2)} =$$

$$\Rightarrow \boxed{\phi(z) z \sqrt{(s - (m_1 + m_2)^2)(s - (m_1^2 - m_2^2))}}$$



Ora torniamo ai usi: eravamo arrivati alla $\delta(\epsilon)$ di conservazione per scattering elastico, che però scompare per inelastico.

Avremo:



nel caso elastico, la δ vincolo ν a $\frac{Q^2}{2M}$:
relazione lineare

$$(Q^2 = -q^2)$$

Ricordiamoci che $\nu = k - k'$.
Se abbiamo una risonanza:

$$E_P \rightarrow E_{\Delta^+}$$

come diventa il plot?

Ricordiamoci:

$$Q^2 = (k - k')^2 =$$

$$= (P_{RS}' - P_R)^2$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (\dots) \frac{k'}{k}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dk'} = (\dots) \frac{k'}{k} \delta(k' - \dots)$$

$$= (\dots) \delta\left(\frac{Q^2}{2M} - \nu\right)$$

con $P_P = (m_P, 0)$

$$P_R' = (E_R, P_R)$$

$$\Rightarrow m_P^2 + m_R^2 - 2E_R m_P = Q^2$$

Indicando con $\Delta^2 = m_R^2 - m_P^2$!

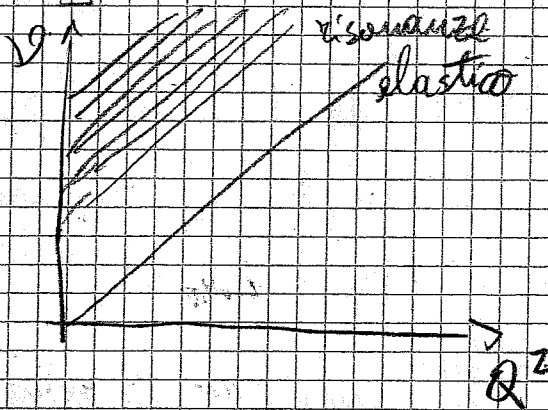
$$-V = m_P - E_P$$

$$q^2 = Z m_P^2 - Z E_R m_P + \Delta^2 \rightarrow$$

$$\Rightarrow Z m_P V - \Delta^2 = Q^2$$

$$\Rightarrow V = \frac{Q^2}{Z m_P} + \frac{\Delta^2}{Z m_P}$$

ovvero il contributo della risonanza è quasi lineare,
a stesso coeff. angolare ma traslato sulle y.



Se aumentiamo energia o cambio tanti adroni finali
magari non interagenti tra loro:

$$e p \rightarrow e X$$

non ha senso attribuire una massa al partoncione X:
in generale gli adroni non interagiscono tra loro!
Invece ha senso definire:

$$P_X = \sum_i P_{iX}$$

$$\Rightarrow m_X^2 = P_X^2$$

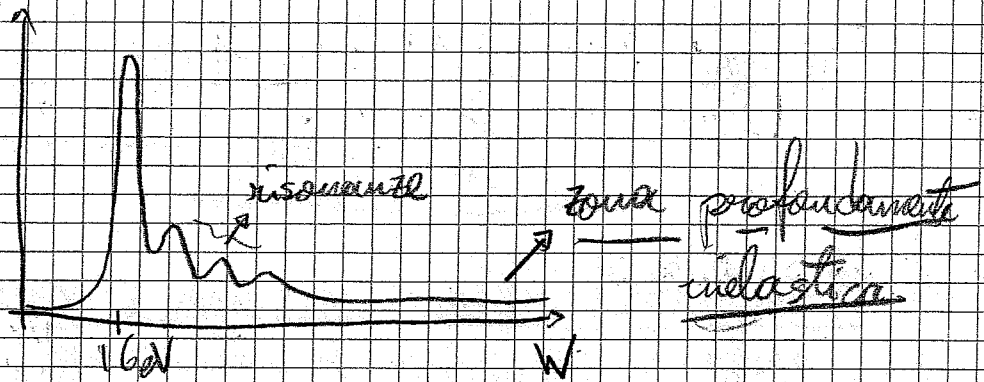
MASSA INVARIANTE

ADRONICA

Se ad esempio abbiamo:

$$P_x^E = (a - k' + p)^2$$

il P_x^E minimo è $m_p = 1G$, quindi:



dove $W^2 = m_x^2$.

In realtà, il P_x^E dipende da k e k' (p da k e m_p),
avremo quindi:

$$P_x^E = q^2 + m_p + 2m_p \nu$$

quindi per q^2 , ν alti entrano in zona profondamente inelastica.

Torniamo alle $\frac{d\sigma}{dsdk'}$, scritte l'altra volta

$$\frac{d\sigma}{dsdk'} = \left(\dots \right) \left(1 - \frac{q^2}{2M^2} \tan^2 \frac{\nu}{2} \right)$$

con $H^{\mu\nu} = k p^\mu p^\nu + q^2 g^{\mu\nu}$ $\epsilon_\mu \rightarrow e_\mu$

Modificando $H^{\mu\nu}$, si modifica anche $\frac{d\sigma}{dsdk'}$, ad esempio per ep:

$$H^{\mu\nu} = \frac{G_2^E + 2G_2^Z}{4Z} k p^\mu p^\nu + 2G_2^Z (2M) g^{\mu\nu}$$

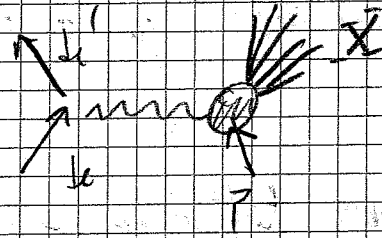
\downarrow
 $-\frac{q^2}{2M^2}$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega d^3k'} = () \left(G_E^2 + \frac{2G_M^2}{1+\tau} + 2\tau G_N^2 \tan^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

quindi tutto dipende dai coefficienti di $H^{\mu\nu}$; questo almeno per scattering con e o μ e in generale con leptoni; l'importante è fare scattering con particelle senza struttura, altrimenti bisognerebbe considerare anche le interazioni tra i quark!

Consideriamo quindi:

$$ep \rightarrow eX$$



in X c'è un cosino: K, π, N, \dots
 Sul vertice abbiamo:

$$\langle \pi, K, N | 0 | p \rangle = ?$$

abbiamo l'equivalente della corrente em, ma non so calcolarla!

Quindi dovremo ricorrere a cose molto generali!

Abbiamo:

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4}{\phi} \frac{\alpha^2}{q^4} (2\pi)^2 L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} \delta^4(-) \frac{d^3k'}{(2\pi)^3 2k'}$$

il cosino è qui dentro!

$$\prod_{f=1}^n \frac{d^3p_{fF}}{2E_{fF}} (2\pi)^3$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega d^3k'} = \frac{(2\pi)^4 (2\pi)^2}{(2\pi)^5} \frac{\alpha^2}{\phi} \left(\frac{\alpha}{q^2} \right)^2 L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} \delta^4(-) \prod ()$$

ora: le particelle adroniche non lo vedo: devo integrare!

$$\frac{d\sigma}{d^3x dx^4} = () L_{\mu\nu} \int H^{\mu\nu} S^{\mu\nu}() \Pi$$

la $S^{\mu\nu}$ rende non divergente
l'integrale; inoltre, essendo scattering

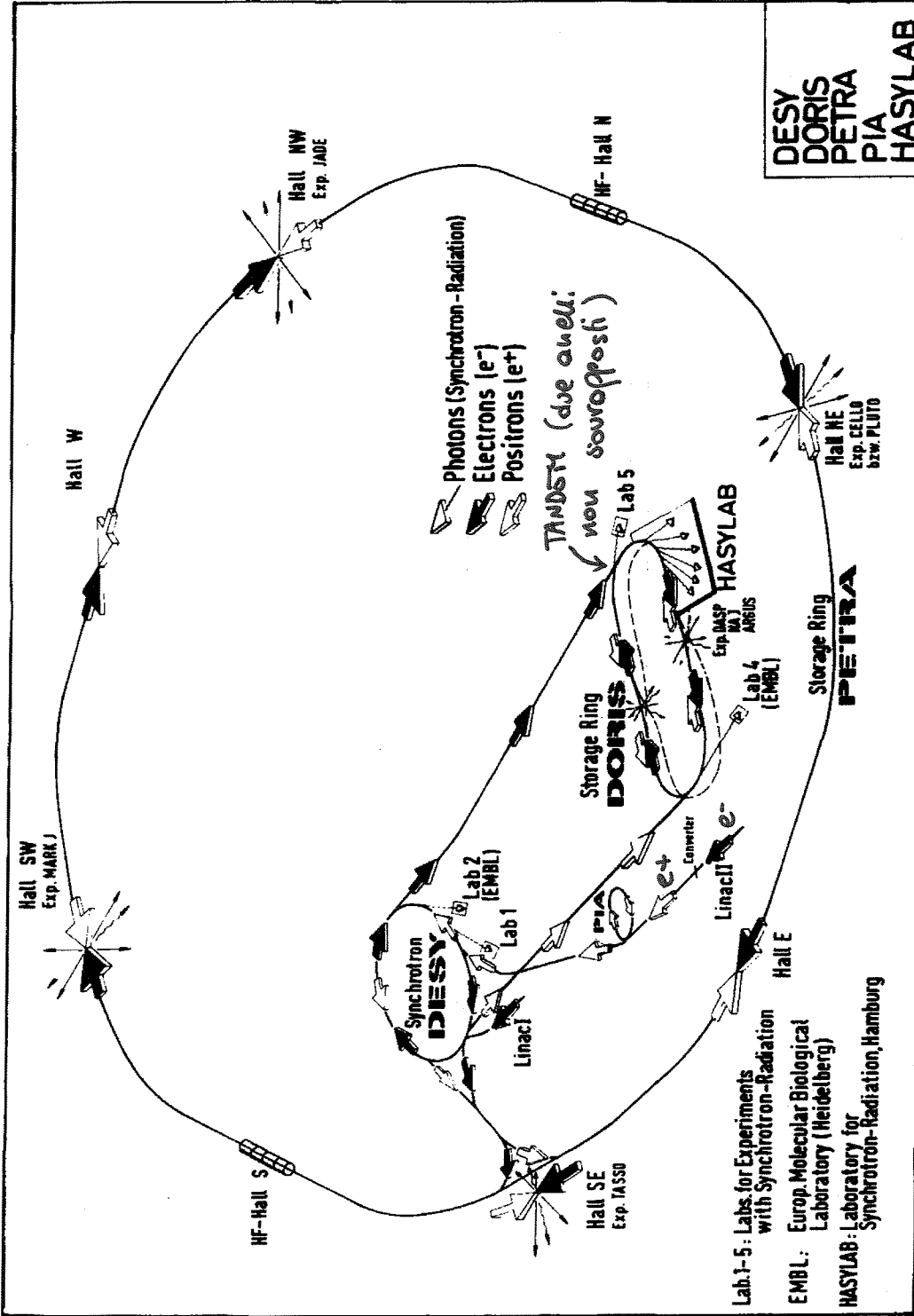
anelastico c'è più di una particella finale; ancora,
la corrente che stiamo considerando è em; all'∞ il
campo coulombiano va a 0 ($\propto \frac{1}{r^2}$); al bordo, l'integrando
è nullo.

Vogliamo scrivere tutto in forma inv., utilizzando
quanto abbiamo:

$P^\mu, P^\nu, J^{\mu\nu}$
e gli altri?
Vale:

$$q_\mu J^\mu = 0 \quad \left(\begin{array}{l} \text{per inv. di gauge} \\ \text{o conservazione} \end{array} \right)$$

Più ponti di interazione
 ($\approx \pi^2 \int L dt$) su cui sono
 installati i rivelatori.
 Avere più macchine che affittano
 lo stesso anello.
 permette di effettuare dei
 cross-check (esperimenti
 diversi: hanno sistemi
 diversi).



Storage ring parameters

	DORIS I	DORIS II	PETRA
circumference	288	288	2304
max. beam energy	4.2	5.1	19
typical beam current	200	20	15
typical peak luminosity	2×10^{30}	1×10^{30}	1.5×10^{31}
width of c.m. energy	$(E_{cm}/3.4 \text{ GeV})^2$	$(E_{cm}/3.5 \text{ GeV})^2$	$(E_{cm}/6.6 \text{ GeV})^2$
number of bunches	480 (120)	1	2
typical bunch height (σ)	0.1	0.1	0.05
width (σ)	0.8	0.8	0.5
length (σ)	10	10	10
typical beam lifetime	6	3	6
length of interaction region	5	5	9

Fig. 2.2. Layout of the PETRA storage ring, and of the injection system.

* At 17 + 17 GeV, with mini- β optics.

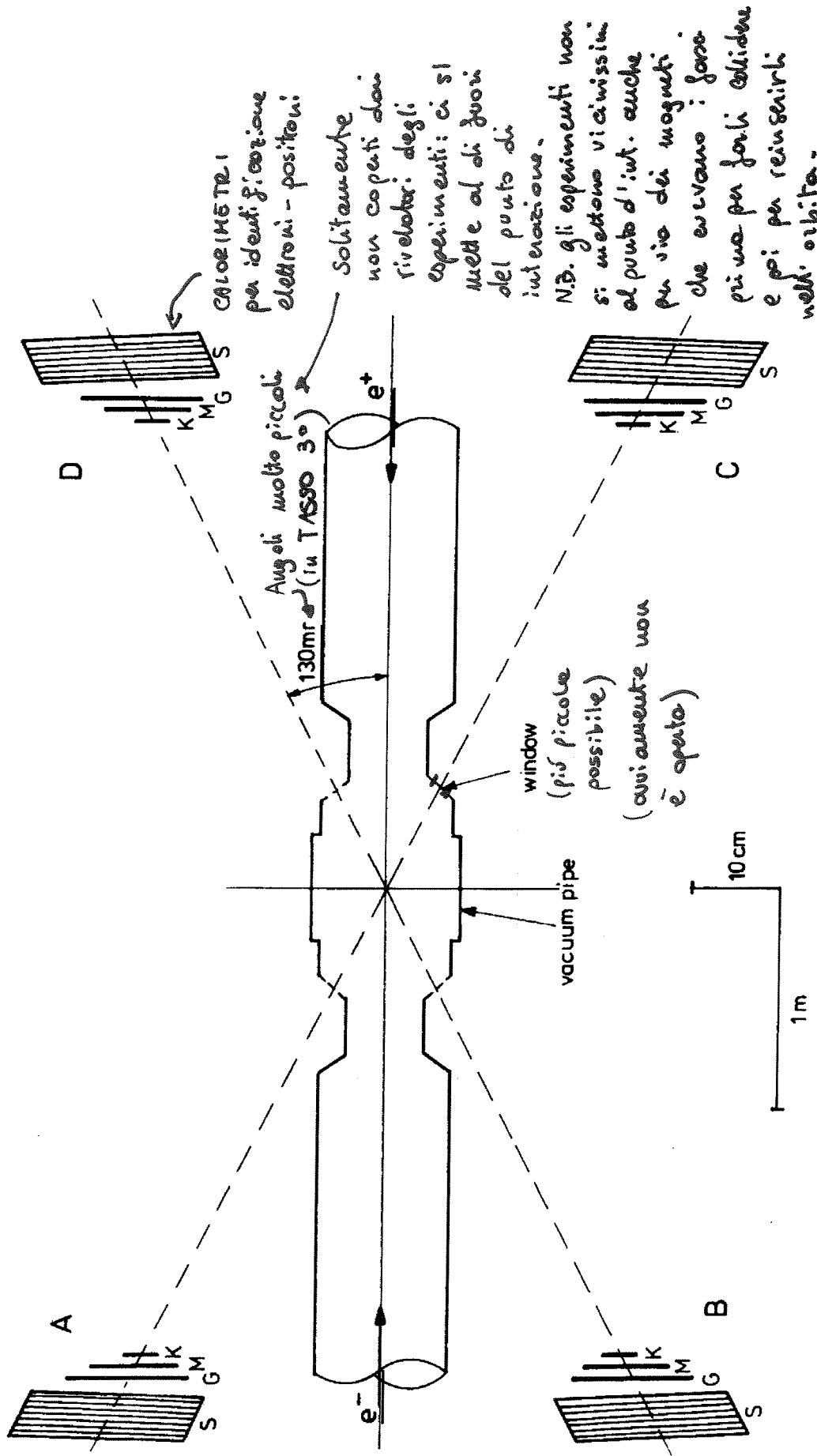
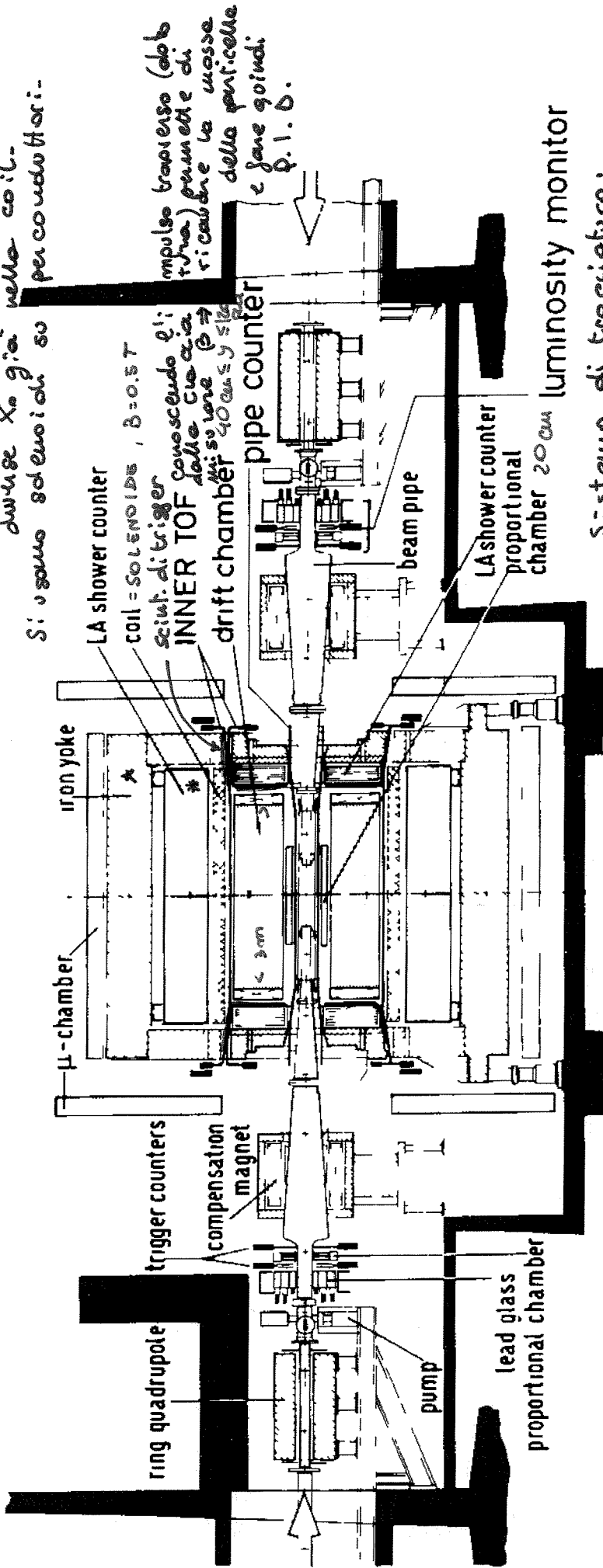


Fig. 3.8. Luminosity monitor as used at DORIS, with small (K), medium (M) and large (G) scintillation counters, and shower counters (S) (top view).

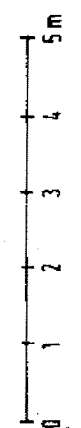
* calorimetro adronico. Tipicamente tra una fetta e l'altro. Si fanno spessi \Leftarrow va tenuto conto della larghezza di interazione.

Tasso Coll. Phys. Lett. 113B (1982) 499
 Se dimensioniamo bene il nostro rivelatore, nello strato più esterno riveliamo solo muoni - Copertura $\sim 50\%$, $E \sim 99\%$, purezza $\sim 1\%$.

* In questo esperimento, il calorimetro elettronometrico si trova dopo la coil: la risoluzione in energia è degradata dal fatto che le particelle in contorni diverse X_0 già nella coil - Si usano solenoidi su per conduttori.



$5 \leq \sqrt{s} \leq 40$ GeV
 \Rightarrow occorrono "grossi" spessori per fermare gli adroni!

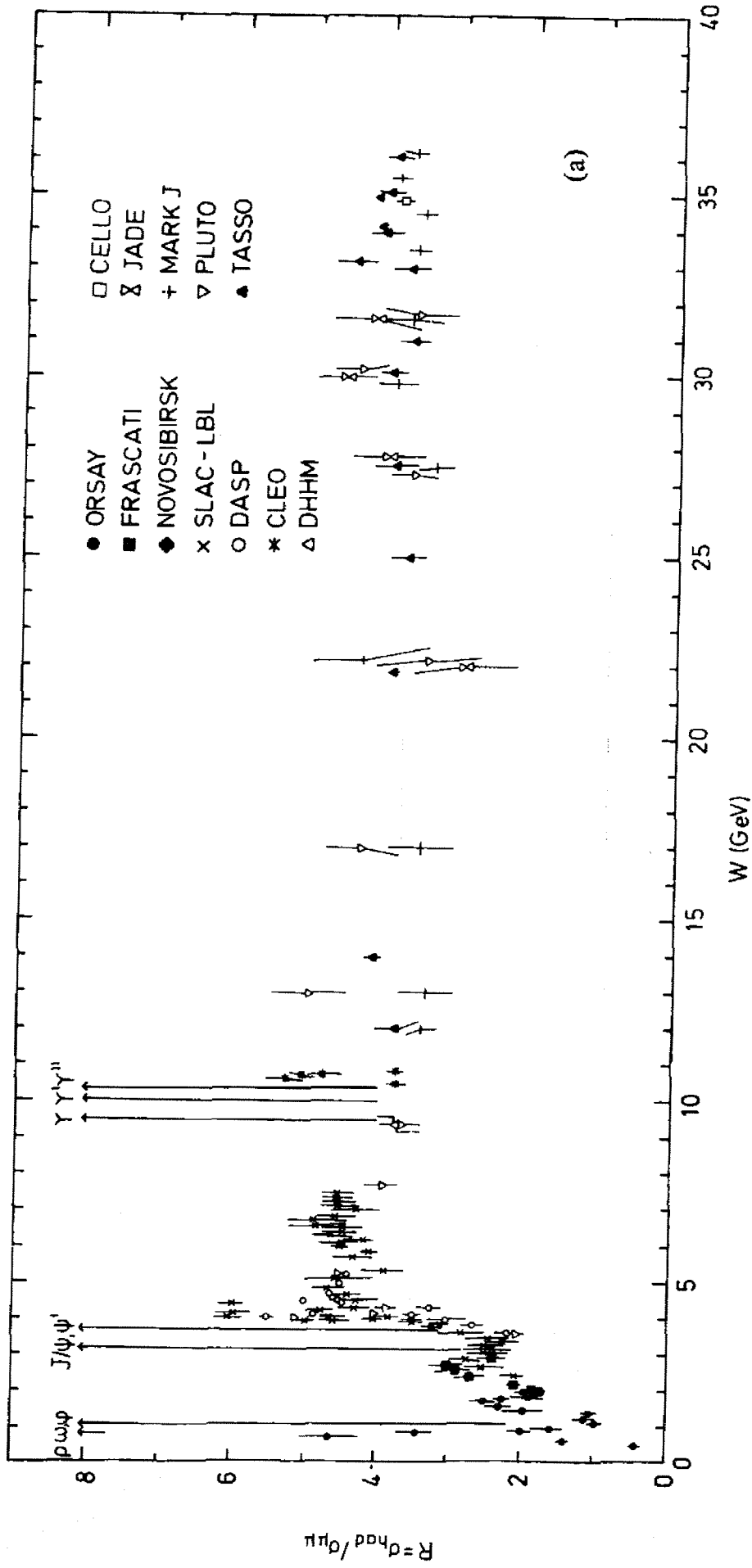


Sistema di tracciatura:
 $\frac{\Delta p}{p} \approx 2\% \cdot p \oplus C(NS)$

In questo caso: $\Delta\phi = 4$ mrad $\wedge \Delta\theta = 7$ mrad
 \Rightarrow questo ci dice quanto deviano essere separate due tracce per essere distinte

Fig. 1. Side view of the TASSO detector. \Rightarrow questo ci dice quanto deviano essere separate due tracce per essere distinte

La simmetria dell'esperimento fa sì che, spostando di 1 cm il punto d'interazione, i contorni della esistenza dei rivelatori non cambiano.



Dettagli generali sulla misurazione di $R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow h)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$

Quando l'energia viene aumentata, i vecchi acceleratori diventano iniettori per i nuovi.

Il primo iniettore, per gli e^+ , e^- , è quasi sempre un linac (che ha un gradiente di energia per unità di percorso molto alto).

Produzione positroni: linac \rightarrow targhetta di rame \rightarrow sciame \rightarrow campo magnetico.

Beam spot: involucro della zona dove avviene l'interazione

$$\begin{aligned} \Delta z &\sim \text{cm} \\ \Delta x &\sim 10^{-1} \text{ mm} && \text{(piano dell'acceleratore)} \\ \Delta y &\sim 10^{-1} \Delta x && \text{(piano trasverso)} \end{aligned}$$

LUMINOSITA'

$\mathcal{L} \sigma = \text{RATE}$

 $[\mathcal{L}] = \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$

Occorre un monitor di $\mathcal{L} \Rightarrow$ due scintillatori: a piccolo angolo \Rightarrow rilevante lo scattering Bhabha.

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{BHABHA}} \propto \frac{1}{\sin^4 \theta/2}$$

Chiamiamo luminosità integrata $\int \mathcal{L} dt$, ed è quello che interessa per aumentare ^{se presa dati} la statistica.

Le beam pipes sono fatte di Be: miglior compromesso tra lunghezza di rotazione e resistenza meccanica.

Dobbiamo avere un tracciatore più sottile possibile, perché la risoluzione è dominata dal multiple scattering.

$D^* \rightarrow D + \pi$ il π prende pochissima energia \Rightarrow se molto B troppo alto lo perde.

PUREZZA = probabilità di misidentificare una particella;
 è una caratteristica del rivelatore che va citata assieme
 all'efficienza. Misurabile in test beams con Janni conosciuti. *

Errori sistematici nella misura di σ :

- una parte del percorso degli e⁺e⁻ è data dai magneti interni all'esperimento -

Si mettono dei compensating coil tra l'esperimento ed il luminometro \Rightarrow err. sist.

- backscattering sui calorimetri posti dietro agli scintill. del luminometro.

* • efficienza $\epsilon = \frac{N_{obs}}{N_{inc}}$

• purezza $Pur = 1 - P_{MISIDENTIFICAZIONE}$

$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = ? \frac{mb}{(GeV)^2}$
 la sezione d'urto è nota - ϵ' : $\frac{4}{3} \pi \alpha^2 \frac{1}{s}$
 Chiamiamo di stimare l'ordine di grandezza. $\frac{1}{s}$
 Se esprimiamo s in GeV^2 e vogliamo σ in nanobarn.
 Nel sistema di unità naturali:
 $0.2 GeV \cdot 1 fm = 1 \Rightarrow GeV^{-1} = 0.2 fm$
 $GeV^{-2} = 0.04 fm^2 = 4 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-30} m^2$
 $1 barn = 10^{-28} m^2$
 $GeV^{-2} = 4 \cdot 10^{-32} \cdot 10^{28} b = 4 \cdot 10^{-4} b$
 $\sigma = \frac{87 mb}{s (GeV^2)}$
 Calcoliamo ora il rapporto R. Abbiamo studiato
 $e^+e^- \rightarrow f_q \bar{f}_q$ dove q è l'carica del fermione.
 dimensionalmente \Rightarrow va a denominatore. A grandi energie è l'unica var. di R che può influire.

Questa sezione d'urto è $\propto q^2$.

Per stimare $\sigma(e^+e^- \rightarrow h)$ è proporzionale alla somma delle cariche al quadrato dei fermioni (quark) accessibili -

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow h)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \sum_{q_i = u, d, s, c, b, t} q_i^2 \cdot 3$$

↑ gli adroni uscenti sono bianchi dal punto di vista del colore.

Supponiamo di essere a 15 GeV: il top non è accessibile.

$$R(15 \text{ GeV}) = 3 \cdot \frac{2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 1^2}{9} = \frac{11}{3}$$

Ci aspettiamo, fuori dalle risonanze, che questo rapporto sia costante e valga $11/3$.

N.B.: come si dimostra che lo stato finale è fermionico? Questo incide sull'andamento in soglia della sezione d'urto.

N.B.: produzione di quark \leftrightarrow QED
adronizzazione \leftrightarrow forte

\Rightarrow questi processi sono complicati. - Quello che si riesce a calcolare è:

$$R = 3 \sum q_i^2 \left(1 + \frac{c_1 \frac{ds^2}{s^2}}{\pi} + c_2 \frac{ds^2}{\pi^2} \right) \quad (+ \dots)$$

↑ dell'ordine di $1/5$

Rif.: <http://www.df.unipi.it/~bettorin/Particelle/P11/>

La luminosità tipica di tasso era dell'ordine di:

$$\mathcal{L} = 10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

ANALISI ESPERIMENTO

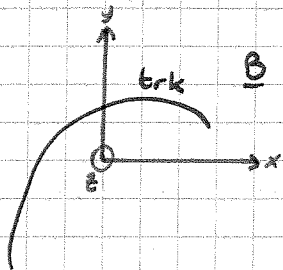
1) TRG: multihadron selection

Questa linea di trigger richiede:

$$\geq 2 \text{ trk coniche } \begin{cases} |\cos \theta| \leq 0.82 \\ P_{\perp} > 0.22 \text{ GeV} \end{cases}$$



2) selezione eventi: primo di tutto, track reconstruction -



$d_0 \equiv$ dist. di massimo avvicinamento all'origine nel piano trasverso

Siamo interessati a tracce che provengono dal vertice principale

\Rightarrow tagli: d_0 deve essere piccolo.

- $d_0 \leq 5 \text{ cm}$ (spread in z del punto di int.)
- $P_{\perp} > 0.1 \text{ GeV}$
- $|\cos \theta| < 0.87$ (zona fiduciaria)

N.B.: i tuning si fanno su simulazioni:-

In corrispondenza di d_0 , la traccia avrà uno z_0 :

$$z_v \equiv \langle vx \rangle_z^{evt} \quad z_0 \equiv z @ d_0$$

- $|z_0 - z_v| < 20 \text{ cm}$

3) event selection

\sqrt{s} può cambiare: la misura viene fatta tra 12 e 37 GeV - I tagli che impongo dipendono dall'energia.

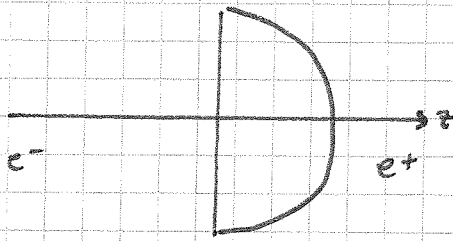
A d esempio:

- $\geq 4 \text{ trks (cariche)}$ (1)

- oppure } m

$m > m_{\tau}$ per metterci al riparo dai decadimenti del τ in $3\pi + \nu$. (2)

- Supponiamo di dividere il rivelatore su due emi sferi:



Allora posso imporre: $\sum_{\text{hem}} q_i \leq 3$ (3)

• $|Z_V^{\text{rec}}| < 6 \text{ cm}$ (4)

• $\sum |P_i| > 0.26 \sqrt{s}$ (5)

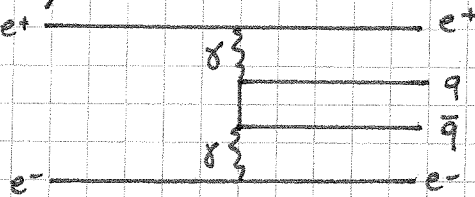
Questi parametri sono stati introdotti per combattere alcune sorgenti di fondo:

• beam-gas scattering

• $\tau^+ \tau^-$

• $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$

• $\gamma \gamma$:



Parte dell'energia è nascosta da e^+ ed e^- che magari finiscono nella beam pipe -

CUT	1	2	3	4	5
beam-gas			x	x	x
$\tau^+ \tau^-$	x	x			
$\mu^+ \mu^- + \text{bhabha}$	x				
$\gamma \gamma$	x				x

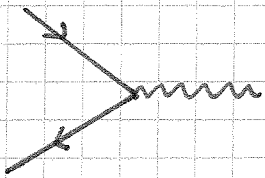
Dopo aver selezionato gli eventi, si può misurare lo σ adronico.

$$\sigma_R(\sqrt{s}) = \frac{N_{\text{obs}} - N_{\text{bkg}}}{\mathcal{E}(\sqrt{s}) \int \mathcal{L} dt}$$

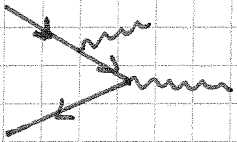
(CASO NON RADIATIVO)

d'efficienza contiene tutte le eff: di trigger, di rivelazione...

In realtà accade anche che:



$$\sqrt{s} = W \quad (E, 0)$$



$$\sqrt{s} < W \quad (E, 0) \rightarrow (k, \vec{k}) + (E', -\vec{k})$$

$$E = k + E'$$

$$\begin{aligned} \sqrt{s}' &= (E'^2 - k^2)^{1/2} = \\ &= ((E - k)^2 - k^2)^{1/2} \\ &= (s - 2k \cdot \sqrt{s})^{1/2} \end{aligned}$$

$$\mathcal{E}(\sqrt{s}) = \int d^3\vec{k} \underbrace{f(\vec{k})}_{\text{spettro } \gamma} \mathcal{E}(k, \sqrt{s}') \frac{\sigma_R(\sqrt{s}')}{\sigma_R(\sqrt{s})}$$

↳ spettro γ

N.B.: N_{bkg} deriva da una stima fatta con un M.C.

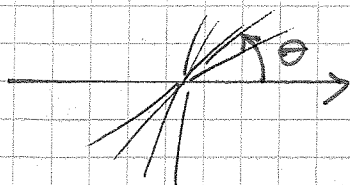
$\int \mathcal{L} dt$ è misurato sia con il luminometro che con l'ecal dell'esperimento stesso. La misura combinata obbatte il sistematico: $\frac{\Delta R}{R} \sim 5\%$
 Il valore misurato di R è stato:

$$R = 4.01 \pm 0.03 \text{ (stat)} \pm 0.20 \text{ (syst)}$$

Da questa analisi ci si convince che sono eventi adronici:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\cos\theta} \right)_{e^+e^-} \rightarrow f\bar{f} \propto (1 + \cos^2\theta_t)$$

La distribuzione segue questo andamento.



Si costruisce un tensore simmetrico:

$$M_{\alpha\beta} = \sum_i P_{\alpha} P_{\beta}$$

$$\text{Autovettori: } \hat{M}_1 \quad \hat{M}_2 \quad \hat{M}_3$$

con autovalori $Q_k = \frac{\sum (P_i \cdot \hat{m}_k)^2}{\sum P_i^2}$

$(0 \leq \theta_1 \leq \theta_2 \leq \theta_3)$, $\sum_k \theta_k = 1$

Si definisce sfericità $S = \frac{3}{2} (Q_1 + Q_2) = \frac{3}{2} \frac{\sum P_T^2}{\sum P_i^2}$

eventi sferici $\Rightarrow S \rightarrow 1$

eventi a jet $\Rightarrow S \rightarrow 0$

Si definisce thrust $T \equiv \text{MAX} \frac{\sum |P_{Ti}|}{\sum |P_i|}$ e definisce l'asse originale di propagazione e^+e^- .

- Al crescere di E gli eventi diventano sempre più a jet.
- Eventuali gluoni danno inizio ad un terzo jet.

30/03/2012

Abbiamo affrontato il D.I.S. e scritto $W^{\mu\nu}$.

Non si osserva lo stato finale adronico \rightarrow dobbiamo integrare su tutte le particelle possibili (adroniche). L'integrale è NON DIVERGENTE. Deve essere un tensore di Lorentz. Vogliamo scrivere in modo facile l'espressione nello stato finale.

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dk'} = \frac{d^2}{4k^2 \sin^4\theta/2} \cos^2\theta/2 \left[W_2 + 2W_1 \text{tg}^2\frac{\theta}{2} \right]$$

Ricordiamo che, nel caso del μ , si aveva:

$$H^{\mu\nu} = 4 p^\mu p^\nu + q^2 g^{\mu\nu} \Rightarrow \left[1 - \frac{q^2}{2M} \text{tg}^2\frac{\theta}{2} \right]$$

Allora basta che scriva:

$$W^{\mu\nu} = \frac{W_2}{M^2} p^\mu p^\nu - W_1 g^{\mu\nu}$$

Se definiamo:

$$Q^2 \equiv -q^2$$

$$v \equiv k - k' = \frac{p \cdot q}{M}$$

(nel caso dello scattering elastico: $Q^2/2Mv = 1$)

Allora le funzioni

$$W = W(Q, v)$$

si dicono funzioni caratteristiche dello scattering inelastico.

$$2\pi \frac{d^2\sigma}{d\Omega dk'} = \frac{d^2\sigma}{d\cos\theta dk'}$$

$$Q^2 = 2kk'(1 - \cos\theta)$$

$$dQ^2 dv = \begin{vmatrix} \frac{\partial Q^2}{\partial \cos\theta} & \frac{\partial Q^2}{\partial k'} \\ \frac{\partial v}{\partial \cos\theta} & \frac{\partial v}{\partial k'} \end{vmatrix} d\cos\theta dk' \quad \leftarrow \text{Jacobiano}$$

$d\cos\theta = \frac{d\Omega}{2\pi}$

$$= 2kk' d\cos\theta dk'$$
$$\frac{d\sigma}{dQ^2 dv} = \frac{d\sigma}{d\Omega dk'} \frac{\pi}{kk'}$$

Quindi:

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 dv} = \frac{(\pi \cdot \alpha^2)}{4k^2 \sin^4\theta} \frac{1}{(kk')} \cos^2\frac{\theta}{2} \left[W_2 + 2W_1 \tan^2\frac{\theta}{2} \right]$$

Nel caso del DIS abbiamo una massa invariante che diverge.

$$M_x^2 \rightarrow \infty$$

$$m_e \equiv 0$$

$$M_x^2 = (k + p - k')^2 = (q + p)^2 = q^2 + M^2 + p \cdot q$$
$$= -Q^2 + M^2 + Mv$$

$M = 1$ [GeV] (protone). Nell'esperimento, l'energia era ≈ 25 GeV $\Rightarrow v \approx 25 \Rightarrow$ nel d.i.s. si ha:

$$\frac{Q^2}{2Mv} \ll 1$$

Il massimo dell'inelasticità si ha per $v \rightarrow \infty$.

k è fisso. Per avere ν grande, k' deve essere piccolo
 $\Rightarrow Q^2 = 2k k' (1 - \cos\theta)$ è limitato.

In generale:

$$0 \leq \frac{Q^2}{2M\nu} \leq 1$$

\uparrow scattering totalmente inelastico \uparrow scattering elastico

$$\frac{Q^2}{2M\nu} \equiv X_F \quad \text{"X di Feynman"}$$

In regime di scattering profondamente inelastico si ha:

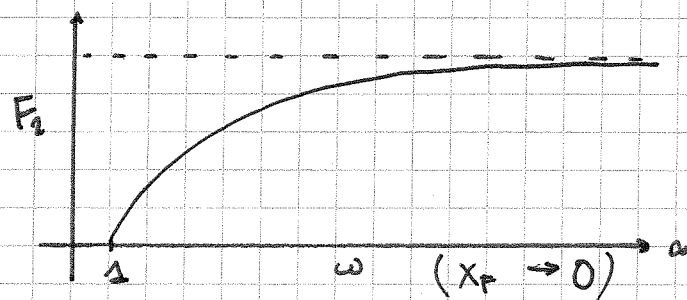
$$\nu \cdot W_2(Q^2, \nu) \longrightarrow F_2(X_F) \quad (X_F \rightarrow 0)$$

Taylor, che fece l'esperimento, graficò F_2 in funzione di ω :

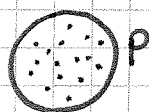
$$\omega = 1/X_F = \frac{2M\nu}{Q^2}$$

$$\omega = 1 \leftrightarrow \text{elastico}$$

$$\omega \rightarrow \infty \leftrightarrow \text{d.i.s.}$$



Feynman: supposizione che il protone fosse composto da N fermioni.



Che cosa succede se faccio lo scattering $e-p$?

Il caso è analogo allo scattering su nucleo.

A basso Q^2 vedo il nucleo come particella di carica ze (Rutherford). Aumentando Q^2 vedremo il fattore di forma, ed aumentando ancora faremo scattering sui singoli componenti.

Dobbiamo fare l'esperimento a momento trasferito molto alto (altri GeV^2) \Rightarrow la lunghezza Compton del fotone virtuale è molto corta e vedo la

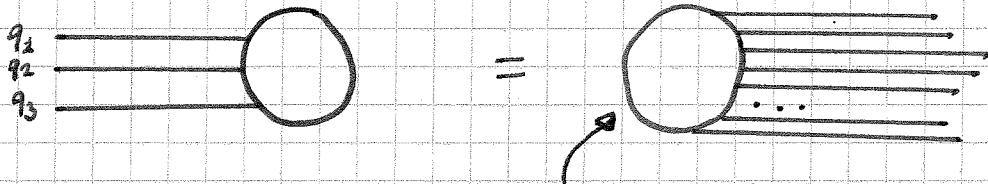
struttura interna ed il singolo costituente.

Idea: se il singolo costituente è una particella elementare, possiamo avere solo scattering

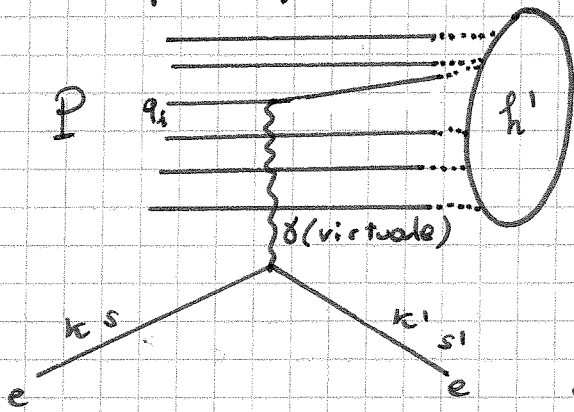
ELASTICO e - costituente.

N.B.: l'annichilazione può solo avvenire tra q e \bar{q} .

Ipotesi: protone = 3 quark in interazione tra di loro.



I gluoni sono rappresentabili come coppie quark-antiquark, virtuali e non!



← nuovo stato finale adronico.

Se l'interazione avviene su u o d , nello stato finale

posso avere solo π . Se invece

avviene su un quark di mare,

può uscire fuori di tutto, anche particelle strane.

Sappiamo scrivere questo scattering: $e\mu \rightarrow e\mu$ è un processo analogo (μ = fermione elem.).

La parte in parentesi vale:

$$\left[1 + \frac{Q^2}{2M^2} \tan^2 \frac{\theta}{2} \right]$$

$$\frac{Q^2}{2M^2} \rightarrow 2W_2 \quad 1 \rightarrow W_2$$

Partone = singolo costituente.

Perché Q sia elevato, posso supporre "libero" il partone (ci saranno argomenti di QCD che correggeranno questi risultati).

La massa del partone i -esimo è una frazione della massa del protone.

$$m_i \equiv x_i \cdot M$$

E la carica sarà più piccola della carica del protone:

$$Q_i \equiv e_i \cdot e$$

Quando abbiamo visto lo scattering elastico abbiamo scritto:

$$\frac{d^2\sigma}{d\cos\theta dk'} = \frac{\pi\alpha^2}{4k^2 \sin^4\frac{\theta}{2}} \cos^2\frac{\theta}{2} \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right) \left[1 - \frac{Q^2}{2M^2} \tan^2\frac{\theta}{2} \right]$$

Nel caso di scattering e^- - partone:

$$[\dots] \rightarrow \left[W_2^i + 2W_1^i \tan^2\frac{\theta}{2} \right]$$

Con:

$$W_2^i = \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2x_i M}\right) e_i^2$$

$$W_1^i = \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2x_i M}\right) e_i^2 \frac{Q^2}{4x_i^2 M^2} \quad \delta(x - x_F) \text{ è 2dim.}$$

W_1 deve essere adimensionale. Lo δ non è adimensionale:

$$[\delta^1] = \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2xM}\right) = \frac{\delta(x - x_F)}{\left| \frac{d(\nu - Q^2/2Mx)}{dx} \right|_{x=x_F}} = \frac{\delta(x - x_F)}{Q^2/2Mx^2} = \frac{[0]}{[E]}$$

Se x_i è la frazione di massa presa dal partone, avrà una distribuzione di probabilità tale che:

$$\int_0^1 f(x_i) dx_i = 1$$

$x_i = 1 \Rightarrow m = M \Rightarrow$ scattering elastico su protone

$\Rightarrow x$ è parente della x di Feynman...

$x_i \rightarrow 0 \Rightarrow$ ho suddiviso il p in tantissimi costituenti!

$$\begin{aligned}
 W_2 &= \sum_i e_i^2 \int_0^1 f(x) dx_i \frac{\delta(x_i - x_F)}{Q^2 / 2M x_i^2} \quad \left[x_F^2 = \left(\frac{Q^2}{2Mv} \right)^2 \right] \\
 &= \sum_i e_i^2 \int_0^1 dx_i f(x_i) \frac{\delta(x_i - \frac{Q^2}{2Mv})}{\underbrace{Q^2 / 2M x_i^2}_{\frac{v}{x_F}}} = \\
 &= \sum_i e_i^2 \frac{f(x_F) x_F}{v}
 \end{aligned}$$

Quindi $v W_2$ è una funzione di x_F :

$$v W_2 = \sum_i e_i^2 \underbrace{f(x_F)}_{\text{FUNZIONE DI STRUTTURA}} x_F \equiv F_2(x)$$

Vediamo ora W_1 -

$$\begin{aligned}
 W_1 &= \sum_i e_i^2 \int_0^1 \frac{Q^2}{4\pi x_i^2} dx \frac{x}{v} \delta(x - x_F) f(x) \\
 &= \sum_i e_i^2 \frac{1}{2\pi} f(x) = \left[\text{RIFARE I CALCOLI} \right] \\
 &= \sum_i e_i^2 \frac{1}{2M} f(x_F)
 \end{aligned}$$

Si ottiene:

$$W_1 = \frac{1}{2M} \sum_i e_i^2 f(x_F) = v W_2$$

$$W_2 = 2M x_F W_1$$

$$F_2(x) = v W_2$$

$$x_F M W_1 = 2^{-1} F_2(x)$$

$$F_2 \equiv M W_1$$

Relazione di Callan - Gross

$$F_2 - 2x F_1 = 0$$

Con questa, e con le verifiche sperimentali, si conferma che i quark sono fermioni.

Anni dopo, l'esperimento di Dick Taylor venne ripetuto con i neutrini.

Supponiamo di fare lo scattering con fotoni anziché elettroni - Come scrivere la sezione d'urto?

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \rightarrow \sigma_{TOT}(\gamma p) = \frac{1}{4\pi kM} \epsilon_{\mu}^{\lambda*} \epsilon_{\nu}^{\lambda} W^{\mu\nu}$$

↑
fotoproduzione
nello stato finale ho solo adroni.

Se il fotone è reale, $k^2=0$ e la gauge di Lorentz si limita ad essere la gauge di Coulomb:

$$k \cdot \epsilon = 0 \Rightarrow \vec{k} \cdot \vec{\epsilon} = 0$$

$$\epsilon_{\pm}^{\mu} = \epsilon_{\mp}^{\mu} \quad \epsilon_{\pm} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (0, 1, \pm i, 0)$$

Se il fotone è virtuale, oltre ad ϵ_{\pm} potrà avere anche ϵ_0 . Scegliendo un'asse $k \equiv (k_0, 0, 0, |\vec{k}|)$, ϵ_0 non può che valere ($k_{\mu} \epsilon^{\mu} = 0$):

$$\epsilon_0 = \frac{1}{\sqrt{|k^2|}} (k_0, 0, 0, |\vec{k}|)$$

Se non osservo la polarizzazione (virtuale o reale) dello stato iniziale:

$$\epsilon_{\mu}^{\lambda*} \epsilon_{\nu}^{\lambda} \rightarrow \sum_{\lambda} \epsilon_{\mu}^{\lambda*} \epsilon_{\nu}^{\lambda} = -g_{\mu\nu} + \frac{k_{\mu} k_{\nu}}{|k^2|}$$

Sostituendo $W^{\mu\nu}$ vedremo che σ_{TOT} si può spezzare in un termine longitudinale ed uno trasversale.

Da qui si estrae lo spin del protone -
Verificare.

16/04/2012

Abbiamo iniziato a studiare il D.I.S. ed abbiamo ricavato W_1, W_2 . I risultati sperimentali mostrano un andamento asintotico in funzione di:

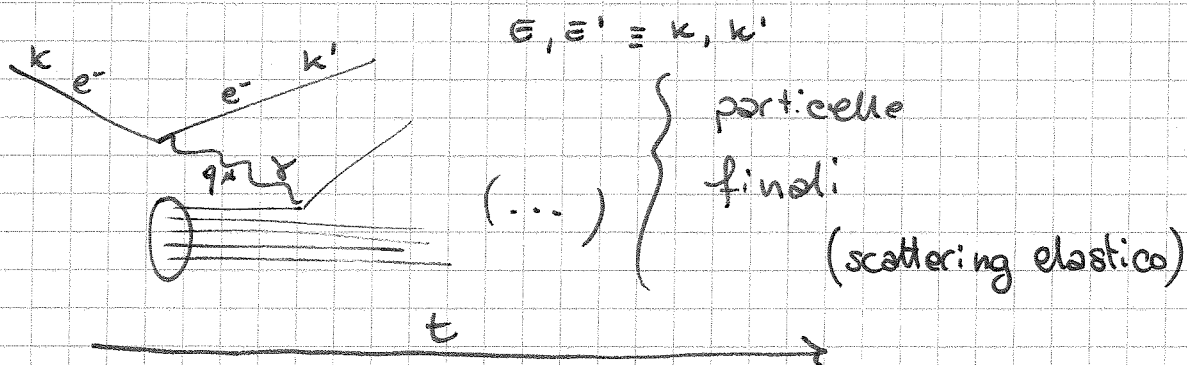
$$x = Q^2/2M\nu$$

⇒ scattering di un qualche componente elementare.
Nel sistema del laboratorio,

$$\nu = E - E' \quad 0 < Q^2 = -q^2 \quad (q \text{ space-like})$$

Abbiamo visto lo scattering e^- - singolo costituente del protone.

Diffusione del costituente da parte del fotone virtuale,
e successivo "riarrangiamento" a dare gli stati finali.



Il singolo costituente porta con se' una frazione x dell'impulso del protone.

$$m_i = x M \quad \nu = \frac{Q^2}{2Mx} \quad (0 \leq x \leq 1)$$

$$\frac{d^2\sigma}{dk'd\Omega} = \left\{ \text{scattering elastico} \right\} \cdot \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2Mx}\right)$$

La δ elimina una delle due dipendenze \Rightarrow la σ non è indipendente dall'energia finale dell'elettrone.

Dovrò poi sommare su tutti i costituenti. Se chiamo e_i la frazione di carica dei costituenti,

$$W_1 = \sum_i e_i^2 \int_0^1 dx f_i(x) \frac{Q^2}{4M^2x^2} \delta(x - x_F) = F_1(x) \frac{1}{M}$$

dove $f_i(x)$ è la funzione di distribuzione dell' i -esimo partone.

$$\nu W_2 = \sum_i e_i^2 \int_0^1 dx f_i(x) x \delta(x - x_F) = F_2(x)$$

$$F_2(x) = 2x F_1(x) \quad \text{Relazione di Callan - Gross}$$

Questo andamento è verificato sperimentalmente, e conferma che il protone non è puntiforme. In realtà questo si sapeva già: il fatto che $F_2 = 2xF_1$ \Leftrightarrow struttura interna. Callan - Gross conferma che i partoni sono fermioni di spin $\frac{1}{2}$.

Modello a quark $\Rightarrow p = uud$

A "grandi distanze" questo è verificato, ma se vado a distanze più piccole vado ad investigare i legami gluonici, e $g \approx q\bar{q} \Rightarrow$ quark di mare.

È' come il modello del mare di Dirac ("bolle" e^+e^- nel campo e.m. \rightarrow bolle che, ad energia sufficiente, si possono "rompere" \rightarrow estrazione coppia e^+e^-).

Anche nel D.I.S. non contribuiscono solo i quark di valenza, ma anche i quark di mare.

Domanda: nello scattering e^-p , posso avere contributi da c, b, t? No: non potrebbero una frazione della massa del p, ma più di essa.

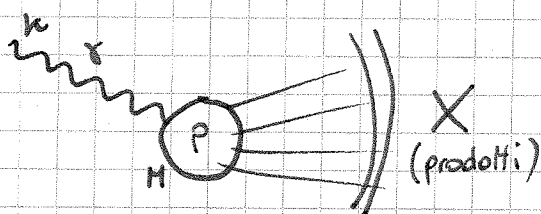
Abbiamo fatto una ipotesi: I COSTITUENTI SONO FERMIONI (il modello a partoni funziona solo in questo caso).

Questo è verificato avendo visto sperimentalmente la rel. di Callan-Gross.

Ma \exists delle deviazioni da questo meccanismo di scaling: c'è un, seppur piccolo, contributo dei gluoni.

Supponiamo di fare uno scattering $\gamma-p$ ad alta energia. Guardiamo i processi in cui \exists γ nello stato finale:

fotoproduzione adronica. Scriviamo la sezione d'urto.



$$\gamma p \rightarrow \gamma X$$

$$e^2 = \alpha (4\pi)$$

La velocità relativa è 1 ($v_\gamma = c$).

$$\sigma = \frac{\alpha^2 4\pi}{4kM} \dots$$

$A_\mu = \epsilon_\mu e^{-ikx}$ \rightarrow questa parte l'ho inglobata nel resto (δ ecc.)

Devo scrivere un tensore fotonico che si saturi con il tensore adronico. Gli ϵ_μ sono i vettori di polarizzazione, li posso esprimere in varie basi. - I γ reali hanno

polarizzazioni: destra e sinistra. Nella convenzione che si usa normalmente:

$$\epsilon_+ = -\frac{1}{\sqrt{2}} (0, 1, i, 0)$$

N.B.: gauge di Coulomb $\Rightarrow \vec{q} \cdot \vec{\epsilon} = 0$ (\vec{q} direzione del moto (impulso)). N.B.: Supponiamo il momento lungo z^1 .

$$\epsilon_- = -\frac{1}{\sqrt{2}} (0, 1, -i, 0)$$

$$\epsilon_+^{*\mu} \epsilon_{+\mu} = -1$$

$$\epsilon_-^{*\mu} \epsilon_{-\mu} =$$

La relazione di completezza dice:

$$\sum_{\lambda=\pm} \epsilon_{\lambda}^{*\mu} \epsilon_{\lambda}^{\nu} = \delta_{\mu\nu} - \frac{q_{\mu} q_{\nu}}{|q|^2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Un fotone così è un fotone trasverso, reale.

Per un fotone virtuale la gauge di Coulomb non vale più, ma vale solo la condizione di Lorentz:

$$q^{\mu} \epsilon_{\mu} = 0 \quad (\Leftrightarrow \partial_{\mu} A^{\mu} = 0 \Leftrightarrow \text{inv. di gauge})$$

Oltre ad ϵ_{\pm} ho anche un'altra possibilità:

$$\epsilon_0 = ?$$

$$\epsilon_0^0 q_0 - \epsilon_0^3 q_3 = 0 \Rightarrow \epsilon_0^0 \propto q_3 \wedge \epsilon_0^3 \propto q_0$$

q_{ϵ} deve anche essere adimensionale, e $|\epsilon_0^2| = 1$.

Time-Like $\Rightarrow \sqrt{ q^2 } \in \mathbb{R}$	E deve essere $\propto \sqrt{ q^2 }$. Se ϵ_0 fosse puramente
Space-Like $\Rightarrow \sqrt{ q^2 } \in \mathbb{C}$	

immaginario non costituirebbe, assieme ad ϵ_{\pm} , una base per i vettori dello spazio 3D \Rightarrow in questo caso devo prendere $\sqrt{-q^2}$.

Tornando alla sezione d'urto:

$$\sigma = \frac{4\pi d}{4kM} \epsilon_{\lambda\mu}^{*\nu} \epsilon_{\lambda}^{\nu} \int \delta^4(k - p_f) (2\pi)^4 \prod_f d^3p_f J^{*\mu} J^{\nu}$$

$J^{*\mu} J^{\nu}$ contiene i contributi del protone e di tutti i

possibili stati finali -

$$J^*_{\mu} J^{\nu} \propto W^{\mu\nu}$$

$$W^{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi H} \int \delta^4(\dots) (2\pi)^4 \dots \tilde{H}^{\mu\nu} \prod \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3} = \frac{W_2}{H^2} p^{\mu} p^{\nu} - W_1 g^{\mu\nu}$$

Saturando con $\mathcal{E}\mathcal{E}$ avrò varie σ a seconda delle polarizzazioni dei fotoni:

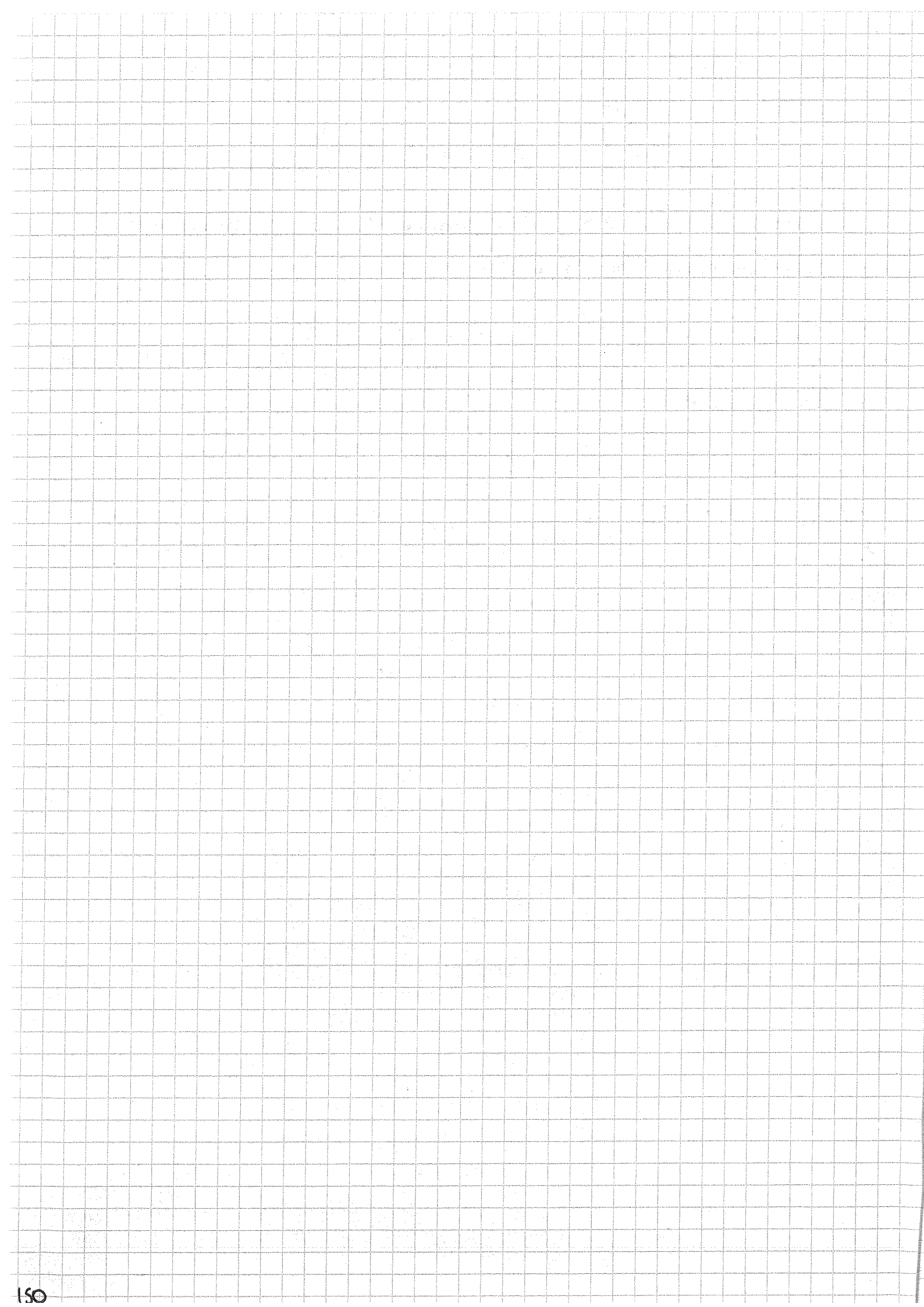
$$\gamma \text{ reali} \rightarrow \begin{cases} \sigma_+ \\ \sigma_- \end{cases}$$

$$\gamma \text{ virtuali} \rightarrow \begin{cases} \sigma_+ \\ \sigma_- \\ \sigma_{0(L)} \text{ (longitudinale)} \end{cases}$$

In generale:

$$\sigma_{\pm} = \frac{\alpha \kappa \pi^2}{k} \mathcal{E}_{\pm\mu}^* \mathcal{E}_{\pm\nu} W^{\mu\nu}$$

$$\sigma_L = \frac{\alpha \kappa \pi^2}{k} \mathcal{E}_{0\mu}^* \mathcal{E}_{0\nu} W^{\mu\nu}$$

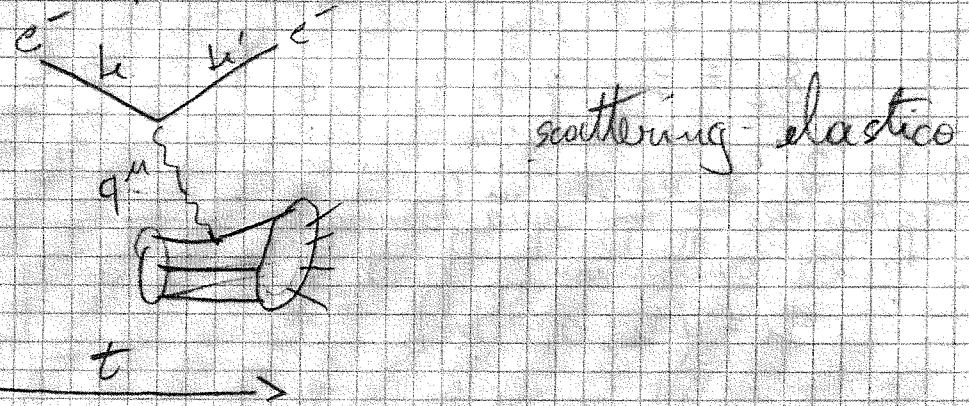


16/04/2012

Riprendiamo i fattori di forma $W_2(Q, \nu)$, $W_1(Q, \nu)$,
 viene osservato uno "scaling" secondo:

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu} \quad \text{dove } 0 < Q^2 = -q^2, \quad \nu = E - E'$$

che viene interpretato come scattering su un costituente,
 abbiamo fatto lo scattering e^- -quark, supponendo
 il quark un fermione senza struttura:



Se nello scattering $e-p$ avvenisse:

$$\nu = \frac{Q^2}{2M}$$

ora il costituente ha $m_i = x_i M$ ($0 \leq x_i \leq 1$), quindi nel
 caso e -quark:

$$\nu = \frac{Q^2}{2Mx}$$

e lo $d\sigma$ ha forma analoga al caso $e-p$:

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 d\nu} = \left(\dots \right) \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2Mx}\right)$$

Ricordiamoci che W_1 vale:

$$W_1 = \sum_i e_i^2 \int_0^1 dx F_1(x) \frac{Q^2}{4M^2 x^2} \delta(x - x_i)$$

\downarrow
 somma sui possibili stati

--- etc etc etc --- \Rightarrow $F_2(x) = 2x F_1(x)$

Tutti
 and
 qui
 and
 sul
 di
 Però
 No
 di
 Try
 il
 ma
 di
 Cas
 la
 Il
 le

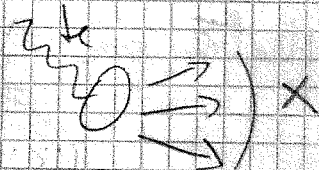
Tutto questo ci porta a dire che allo scattering profondamente elastico contribuiscono anche i gluoni, ovvero i quarks di mare: essi sono coppie di quark-anti quark che si "materializzano" solo ad energie sufficienti; è l'equivalente della produzione di coppie $\text{doe } \gamma \rightarrow e^+e^-$!

Pero... nei p, è possibile avere contributi di b e c? No, sono più pesanti del p: ci sono solo contributi di quarks leggeri!

Ty tutti i conti fatti sinora abbiamo considerato il "limite asintotico" di scattering su singolo quark: ma in realtà c'è un piccolo contributo anche di bosoni!

Consideriamo il processo:

$$\gamma + p \rightarrow p \pi^0 + n \pi^+ + m \pi^-$$



la σ è semplice da scrivere:

$$\sigma = \frac{2 \cdot 4\pi}{(4kH)} \cdot \text{altro} \rightarrow \text{c'è solo } \alpha \text{ e non } \alpha^2: \text{ il } \gamma \text{ non ha carica!}$$

Lo flusso: $2E_1 2E_2 \cdot |v_{rel}|$ dove $|v_{rel}| = 1$ essendo un γ

Il γ interagisce tramite il campo fotone:

$$A_\mu = \epsilon_\mu e^{-ik \cdot x} \quad \gamma \text{ Reale}$$

Lo vettore di polarizzazione

le polarizzazioni sono:

(impulso lungo \hat{z})

$$\epsilon_+ = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(0, 1, +1, 0)$$

zero perché i γ sono "trasversali".

γ reali $\rightarrow \epsilon \cdot k = 0$

Vale:

$$E_{+}^{\mu} \cdot E_{\mu+} = -1$$

↳ il - viene dalla metrica delle transf. di Lorentz

Analogamente:

$$E_{-} = -\frac{1}{\sqrt{2}} (0, +1, -i, 0)$$

così da avere:

$$E_{+}^{\mu} \cdot E_{\mu-} = 0 \text{ (ortogonalità)}$$

Vale anche la relazione di completezza:

$$\sum_{\lambda=\pm} E_{\lambda}^{\mu} \cdot E_{\lambda}^{\nu} = \delta_{\mu\nu} - \frac{q_{\mu} q_{\nu}}{|q|^2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{4 \times 4}$$

Mentre per λ virtuale, continua a valere:

$$(16.1) \quad q^{\mu} \cdot E_{\mu} = 0 \text{ ancora trasversale}$$

ora le polar sono E_{\pm}, E_0 ; E_3 no perché è la componente longitudinale, ma deve valere la 16.1! Mi basta solo E_0 !

Che forma ha E_0 ? Esplicitiamo la 16.1:

$$q^{\mu} \cdot E_{0\mu} = q^0 E_0^0 - q^3 E_0^3 =$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E_0^0 \propto q^3 \\ E_0^3 \propto q^0 \end{cases} \quad (16.2)$$

VIRTUALI

$$q^{\mu} E_{\mu} = 0$$

REALI

$$q^{\mu} E_{\mu} = 0$$

$$q^{\mu} q_{\mu} = 0$$

$$\vec{q} \cdot \vec{E} = 0$$

Inoltre: deve valere:

$$|E_0^z| = 1$$

Quindi per la 16.2, davanti ad E_0 ci dev'essere

\vec{q}^2 per $q^2 > 0$ time-like; per $q^2 < 0$ space-like,

deve essere $\sqrt{-g}$: noi vogliamo \sqrt{g} reale, perché le pol. sono direzioni, oggetti reali!
 Riprendiamo il σ : $\Rightarrow \epsilon_0 = \frac{1}{\sqrt{-g}} (1, 0, 0, q^0)$

$$\sigma = \frac{2 \cdot 4\pi}{4kH} \underbrace{E_{\lambda\mu}^* E_{\lambda\mu}}_{(16.3)} \int S^4 (u-PF) (2\pi)^4 \underbrace{\prod d^3 p_i}_{\text{in spazio delle fasi}}$$

ma è il p iniziale che conosco, l'altro è quello finale e non lo conosco

Ora riprendiamo:

$$W^{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi H} \int S^4 (-) (2\pi)^4 \tilde{H}^{\mu\nu} - \frac{\pi d^3 p_i}{2E (2\pi)^3}$$

$$\left(\frac{W_{\lambda} p^{\lambda} p^{\nu} - W_{\nu} g^{\mu\nu}}{H^2} \right)$$

e devo sottrarre sul 16.3.

Alla fine devo ottenere σ_+ , σ_- (poteri reali) e σ_{long} :

$$\sigma_{\pm} = \frac{2 \cdot 4\pi^2}{k} E_{\pm\mu}^* \cdot E_{\pm\nu} W^{\mu\nu}$$

$$\sigma_L = \frac{2 \cdot 4\pi^2}{k} E_{0\mu}^* \cdot E_{0\nu} W^{\mu\nu}$$

e calcoliamoci tutto:

$$\sigma_T = \frac{\sigma_+ + \sigma_-}{2} =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{2 \cdot 4\pi^2}{k} \left(\delta_{ij} - \frac{q_i q_j}{|q|^2} \right) \left(\frac{W_{\lambda} p^{\lambda} p^{\nu} - W_{\nu} g^{\mu\nu}}{H^2} \right)$$

= 0: il p è fermo,

e la parte temporale è

normalizzata per $(0, i, i)$

quindi saturando:

$$\begin{pmatrix} 0 & & \\ & 1 & \\ & & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & -1 & \\ 0 & & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow -2$$

saturando: somma sulle componenti uguali

$$\Rightarrow \sigma_T = \frac{1}{2} \frac{2 \cdot 4\pi^2}{k} + 2W_1$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_T = \frac{4\pi^2 \alpha}{k} W_1}$$

Invece per σ_L , col calcolo:

$$-\frac{1}{q^2} \begin{pmatrix} 1 & q & 1 \\ & 0 & \\ & & 0 \\ & & & q^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & q & 1 & 0 & 0 & q^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & q & 1 & 0 & 0 & q^0 & q^0 & 1 & q & 1 \\ & 0 & & 0 & 0 & 0 & & & & \\ & & & 0 & 0 & 0 & & & & \\ & & & & & & & & & \\ q^0 & q & 1 & 0 & 0 & q^0 & & & & \end{pmatrix} \frac{1}{k q^2}$$

ma i termini fuori diagonale non cambiano, perché devono saturarsi ancora con $\frac{W_2}{k^2} p^{\mu} p^{\nu} - W_1 g^{\mu\nu}$.

Quindi:

$$\sigma_L = \frac{4\pi^2 \alpha}{k} \left[W_2 \left(\frac{q^0}{-q^2} \right) - W_1 \right]$$

$$= \frac{1}{-q^2} + \frac{q^0}{-q^2} = 1 + \frac{v^2}{Q^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_L = \frac{4\pi^2 \alpha}{k} \left[W_2 \left(1 + \frac{v^2}{Q^2} \right) - W_1 \right]}$$

In definitiva: possiamo esprimere le due cost di struttura W_1 ed W_2 in funzione di σ_T, σ_L :

$$W_1 = \frac{\sigma_T k}{4\pi^2 d}$$

$$W_2 = (\sigma_T + \sigma_L) \frac{k}{4\pi^2 d} \frac{1}{1 + \frac{q^2}{Q^2}}$$

Ricombiniamo la $d\sigma$ di deep inelastic scattering:

$$\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \sin^2 \frac{\theta}{2} \left(\frac{W_2}{\tan^2 \frac{\theta}{2}} + 2W_1 \right) =$$

ma volendo:

$$Q^2 = 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

avremo:

$$= \frac{\alpha^2}{Q^2} \frac{E'}{E} \frac{k}{4\pi^2 d} \left[\frac{1}{\tan^2 \frac{\theta}{2}} \frac{1}{1 + \frac{q^2}{Q^2}} (\sigma_L + \sigma_T) + 2\sigma_T \right]$$

Dopo conti su conti, avremo:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} = \Gamma (\sigma_T + E\sigma_L)$$

dove E è il contributo di pol. longitudinale

σ_T lo misuriamo (X reale!), mentre σ_L lo ricaviamo dal deep in. scattering ep e Xp.

I fattori Γ ed E sono:

$$\Gamma = \frac{\alpha k}{2\pi^2 Q^2} \frac{E'}{E} \frac{1}{1 - \epsilon}$$

$$\epsilon = \frac{1}{1 + 2 \left(1 + \frac{q^2}{Q^2}\right) \tan^2 \frac{\theta}{2}}$$

Ma a cosa serve tutto ciò?

Sovviamoci σ_L come:

$$\sigma_L = \frac{4\pi^2 d}{k} \left[\nu W_2 \left(\frac{1}{\nu} + \frac{\nu}{Q^2} \right) - W_1 \right]$$

$\downarrow \nu \rightarrow \infty$

$$\frac{4\pi^2 d}{k} \left[\nu W_2 \quad \frac{\nu}{Q^2} \quad -W_1 \right]$$

$$\frac{1}{2kx} \left[\nu W_2 - 2kx W_1 \right]$$

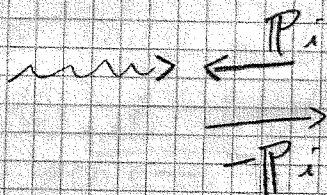
scaling \rightarrow

$$\begin{matrix} \downarrow \nu \rightarrow \infty & \downarrow \nu \rightarrow \infty \\ F_2(x) & -2xF_1(x) \end{matrix}$$

ovvero $\sigma_L \rightarrow 0$ per $\nu \rightarrow \infty$, mentre $\sigma_T \neq 0$, ovvero:

$$\boxed{\frac{\sigma_L}{\sigma_T} \rightarrow 0}$$

Ma cosa sta succedendo? Per $\nu \rightarrow \infty$, il γ viene assorbito dal singolo partone; mettendoci nel sistema di Breit:



abbiamo detto che σ_T resta $\neq 0$:

se il γ è trasverso ha elicità definita.

Se il partone ha spin=0, dopo l'assorbimento del γ cambierebbe spin; un partone a spin=0 non può assorbire un γ trasverso.

Se invece il partone ha spin= $\frac{1}{2}$, dopo l'assorbimento flippa spin; conserva l'elicità. Ma così doveva essere!

Infatti $\nu \rightarrow \infty$ equivale a $Q^2 \rightarrow \infty$: TP grande,

Γ : grande \Rightarrow M grande trascurabile; ma per $m=0$

l'elicità si deve conservare! Perfetto!

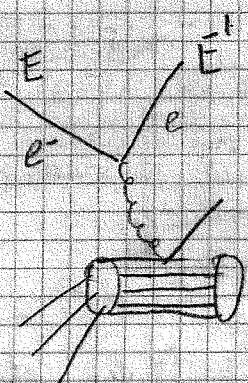
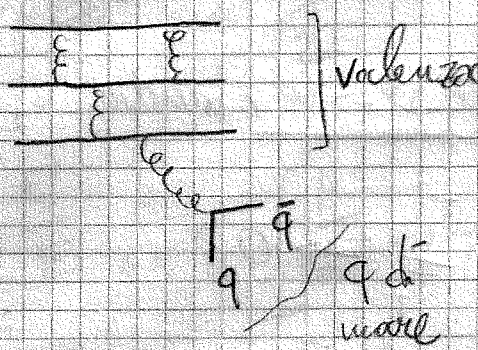
Quindi il risultato dell'analisi è: nel limite di deep inel., tutti i partoni sono fermioni,

Ma ricordiamoci che ci sono correzioni dovute ai gluoni!
Se i partoni non fossero fermioni avremmo $\sigma_T \rightarrow 0$ per elicità
a grande ν .

17/04/2012

Riprendiamo lo studio delle cost- di struttura.

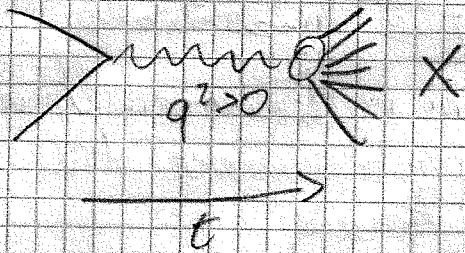
Mostriamo un χ su un p : esso può interagire con uno dei quarks di valenza, oppure su uno di mare "generato" da un gluone "immaginato alla Braunstrahlung":



Vogliamo raggiungere il limite asintotico $\nu_{max} = E \rightarrow \infty$.
A SLAC c'erano 25 GeV, ma vogliamo ν ancora più grande!
Qui un problema tecnologico: gli acceleratori circolari sono belli perché consentono intensità dei fasci alta (è possibile impacchettare le particelle), ma l'energia rispetto a quelli lineari è bassa: a causa della curvatura in presenza di campo B , le particelle viaggiano e perdono energia.
Invece quelli lineari permettono di raggiungere energie alte, ma c'è bisogno di strumentazione molto costosa

per la collimazione del fascio.

La svolta avviene con PETRA, che con moto e^+e^- a 60 GeV esplora la regione time-like $q^2 > 0$;



qui osserviamo sia quarks che gluoni!

Proprio a PETRA venne verificato il contenuto dei gluoni, rivelando il III Jet aberrato.

Poi si passò ad ERA, di nuovo con e^+p e quindi in regione space-like $q^2 < 0$ ma ad E molto maggiore di SLAC.

In tutti questi esperimenti è stato sempre utilizzato almeno un leptone; esso infatti è senza struttura, e si accoppia con un bosone di gauge.

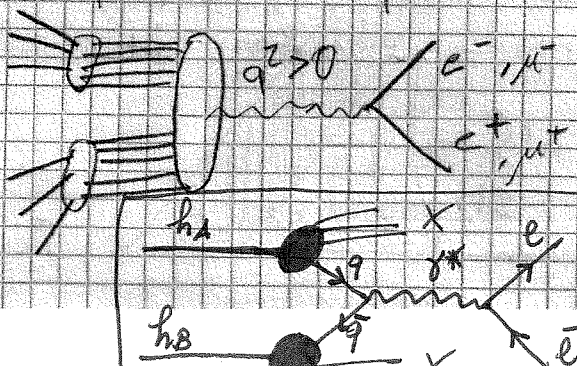
Una ricordiamoci di come abbiamo costruito $W_{\mu\nu}$: siamo partiti da 5 oggetti ($q, p_1, p_2, q^{\mu\nu}, \dots$), ma di ind. solo solo 3; poi abbiamo diminuito il q perché:

$$q \cdot H^{\mu\nu} = 0 \quad \text{per gauge em,} \\ \Rightarrow \text{solo } W_1, W_2 \quad \text{cons. della carica}$$

Per gauge di Lorentz vale però solo perché $u_\nu = 0$.

Nell'int. debole i bosoni mediatrici sono W e Z che hanno $m \neq 0$: la gauge non vale, e rimaniamo con tre const. di struttura.

Ora: facciamo il processo inverso dell' $e^+q \Rightarrow$

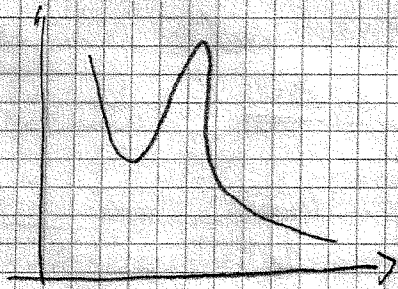


Processo di Drell-Yan

$$q\bar{q} \rightarrow \ell\bar{\ell} \\ (h_A h_B \rightarrow e\bar{e} X)$$

il δ può essere anche uno Z^0 .

Con questo processo venne scoperta la J/ψ da Ting.



il picco è evidente perché
- prima misuravamo la direzione
di tutte le particelle

- poi mettiamo molto materiale
per schermare tutto
tranne i μ

- infine riveliamo i μ

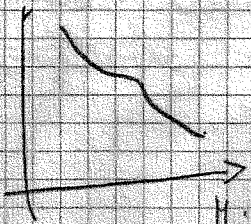
⇒ riusciamo a ricostruire molto bene

la direzione dei μ

Il picco venne visto prima anche dai Lederman, ma

con errore eccessivo; rivelava
solo i μ alla fine, perdendo

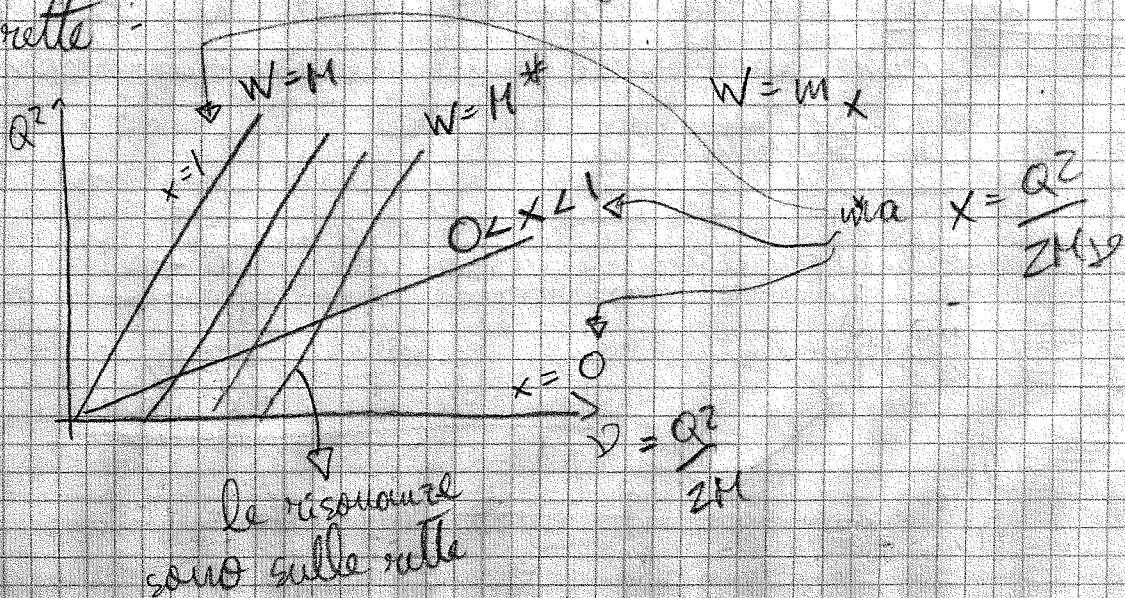
l'inf - sulle loro direzioni iniziali



Tornando a noi: cia nei processi scattering
che in quelli time-like alla Drell-Young, le W₁, W₂

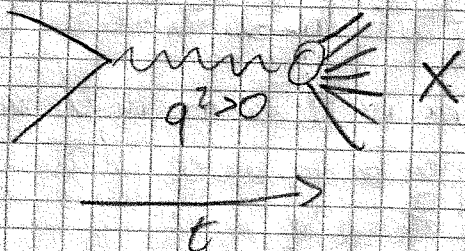
serva lo stesso ma cambia la regione d'indagine su q².

Riprendendo l'ep → eX: le risonanze sono su
delle rette:



per la collimazione del fascio.

La svolta avviene con PETRA, che con iuti e^+e^- a 60 GeV esplora la regione time-like $q^2 > 0$;



qui osserviamo due quarks che gluoni!

Proprio a PETRA venne verificato il contenuto dei gluoni, rivelando il III Jet abnorme.

Poi si passò ad ERA, di nuovo con e^+p e quindi in regione space-like $q^2 < 0$ ma ad E molto maggiore di SLAC.

In tutti questi esperimenti è stato sempre utilizzato almeno un leptone; esso infatti è senza struttura, e si accoppia con un bosone di gauge.

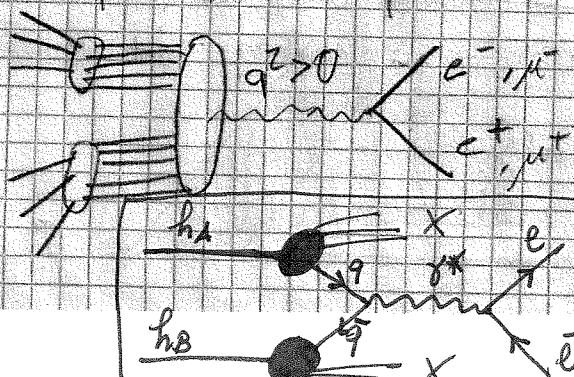
Per ricordarci di come abbiamo costruito $W^{\mu\nu}$; siamo partiti da 5 oggetti $(q, p_x, p_y, q^{\mu\nu}, \dots)$, ma di ind. sono solo 3; poi abbiamo diminuito il q perché:

$$q \cdot H^{\mu\nu} = 0 \quad \text{per gauge em,} \\ \Rightarrow \text{solo } W_1, W_2 \quad \text{cons. della carica}$$

La gauge di Lorenz vale però solo perché $u_y = 0$.

Nell'int. debole i bosoni mediatrici sono W e Z che hanno $m \neq 0$; la gauge non vale, e rimangono con tre const. di struttura.

Ora: facciamo il processo inverso dell' e^+q :

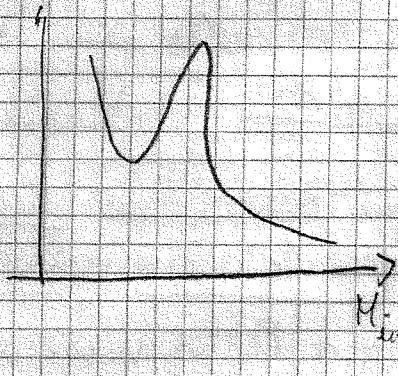


Processo di Drell-Yan

$$q\bar{q} \rightarrow \ell\bar{\ell} \\ (h_A h_B \rightarrow \ell\bar{\ell} X)$$

il δ può essere anche una Z^0 .

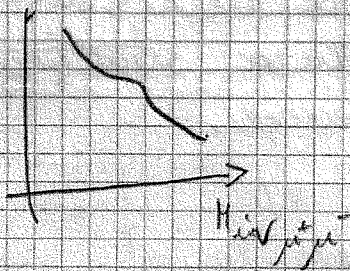
Con questo processo venne scoperta la J/ψ da Ting.



- il picco è evidente perché:
- prima misuravamo la direzione di tutte le particelle
- poi mettiamo molto materiale per schermare tutto tranne μ
- infine riveliamo μ

\Rightarrow riusciamo a ricostruire molto bene la direzione dei μ

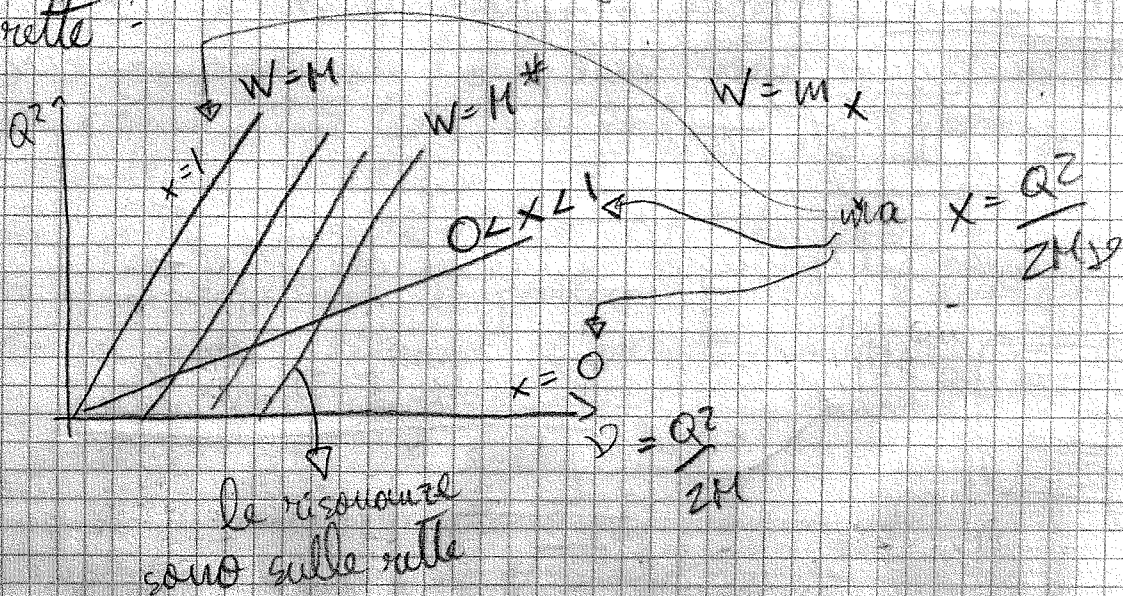
Il picco venne visto prima anche da Lederman, ma



con errore eccessivo; rivelava solo μ alla fine, perdendo l'inf - sulle loro direzioni iniziali

Tornando al noi: sia nei processi ^{scattering} space-like e p che in quelli ^{ANNIHILATIONS} time-like della Drell-Young, le W_1, W_2 sono le stesse ma cambia la regione d'indagine su q^2 .

Riprendendo l'ep $\rightarrow eX$: le risonanze sono sulle rette:



Inoltre:

$$D = E - E'$$

$$\Rightarrow D = \frac{P \cdot q}{M}$$

inoltre e definiamo:

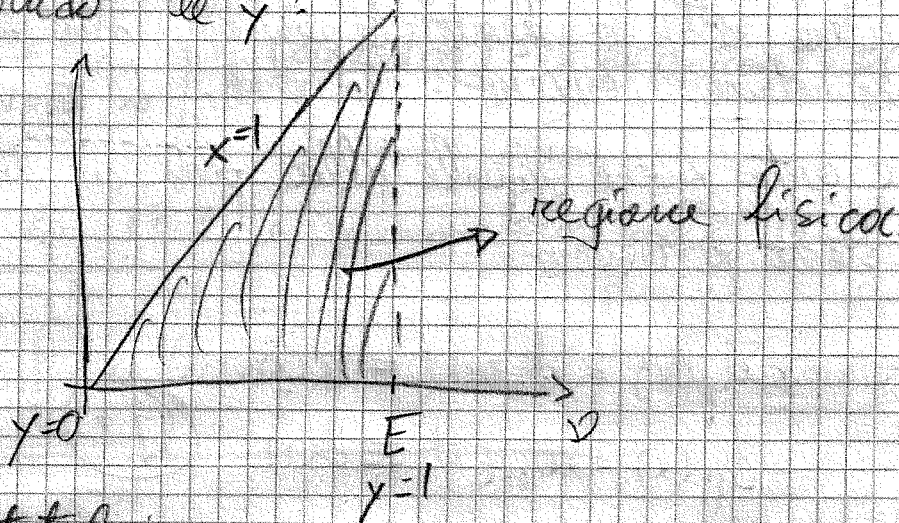
$$y = \frac{P \cdot q}{P \cdot k}$$

$$\Rightarrow \underline{y = \frac{D}{E}}$$

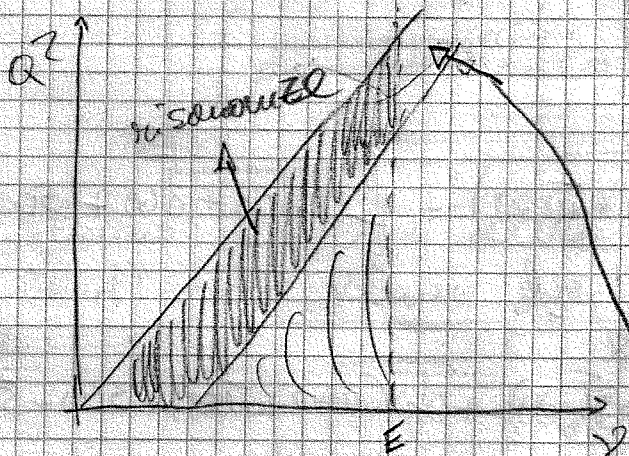
valgano:

$$y_{\max} = \frac{D_{\max}}{E} = 1, \quad x_{\min} = 0$$

Rappresentando le y :



quindi in totale:



ecco perché è importante
solisce di E si allarga
la regione fisica
Aumentando anche Q^2 ,
andiamo a scoprire altro

Ora riprendiamo la cond. di C. Gross:

$$F_z(x) - z \times F_1(x) = 0$$

e per P :

$$F_z = v W_z = z e_i^2 \times f_i(x)$$

$$F_{zP}(x) = \sum_i x e_i^2 = f_{zP}(x) \quad (17.1)$$

dove sommiamo solo sui quocient (u, d, s) che hanno $m < mp$.
Avremo quindi 3 densità:

$$F_{uP}(x) = u_P(x)$$

$$F_{dP}(x) = d_P(x)$$

$$F_{sP}(x) = s_P(x)$$

Per l' n invece? Consideriamo i doppietti $\binom{P}{n}$, $\binom{M}{d}$ che possiamo vedere sotto la lente di $SO(z)$, che è una buona simmetria, ovvero: la prob. di trovare nell' P un u con un certo x è uguale alla prob. di trovare nell' n un d con stesso x . Ovvero:

$$\underline{u_P(x) = d_n(x) \equiv u(x)}$$

$$\underline{d_P(x) = u_n(x) \equiv d(x)} \quad (17.2)$$

$$\underline{s_P(x) = s_n(x) \equiv s(x)}$$

Abbiamo dalla 17.1:

$$\frac{F_{zP}(x)}{x} = \frac{4}{9} (u(x) + \bar{u}(x)) + \frac{1}{9} (d(x) + \bar{d}(x) + s(x) + \bar{s}(x))$$

$$\frac{F_{zN}(x)}{x} = \frac{4}{9} (d(x) + \bar{d}(x)) + \frac{1}{9} (u(x) + \bar{u}(x) + s(x) + \bar{s}(x))$$

Ora però: le stamezze del p e dell' n sono uguali
 \Rightarrow i contributi di $s(x)$ e $\bar{s}(x)$ (ovvero i loro integrali) sono uguali:

$$\int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)] dx = 0$$

(17.3)

I REGOLA DI SOMMA

Prova imponiamo che la covarianza del p sia unitaria:

$$(17.4) \quad 1 = \int_0^1 dx \left[\frac{2}{3} (u(x) - \bar{u}(x)) - \frac{1}{3} (d(x) - \bar{d}(x)) - \frac{1}{3} (s(x) - \bar{s}(x)) \right]$$

$f(x) = 0$
 per la 17.3

e che $l'n$ sia neutro:

$$(17.5) \quad 0 = \int_0^1 dx \left[\frac{2}{3} (d(x) - \bar{d}(x)) - \frac{1}{3} (u(x) - \bar{u}(x)) - \frac{1}{3} (s(x) - \bar{s}(x)) \right]$$

Molt. per 2 la 17.3 e sommandola alla 17.5:

$$(17.6) \quad \int_0^1 dx (u(x) - \bar{u}(x)) = 2 \quad \text{II REGOLA DI SOMMA}$$

ed analogamente:

$$\int_0^1 dx (d(x) - \bar{d}(x)) = 1 \quad \text{III REGOLA DI SOMMA}$$

Ma vorremmo qualche altra relazione: $l'u$ (così come il d) può venire sia dalla valenza che dal monoc

$$u(x) = u_v(x) + u_m(x)$$

Invece gli \bar{u} e \bar{d} possono venire (nel p e nell'u) solo dal moose.

$$1 = \int_0^1 dx \frac{2}{3} \left[\cancel{u_v(x) + u_m(x)} - \cancel{u_m(x)} \right] - \frac{1}{3} \left[\cancel{d_v(x) + d_m(x)} + \cancel{d_m(x)} \right]$$

$\int_0^1 dx = 0$ perché sia u_m che d_m vengono da un g

$$0 = \int_0^1 dx \frac{2}{3} \left[d_v(x) + \cancel{d_m(x)} - \cancel{d_m(x)} \right] - \frac{1}{3} \left[\cancel{u_v(x) + u_m(x)} - \cancel{u_m(x)} \right]$$

$$\Rightarrow \int_0^1 \left[\frac{2}{3} u_v(x) - \frac{1}{3} d_v(x) \right] dx = 1$$

$$\int_0^1 \left[\frac{2}{3} d_v(x) - \frac{1}{3} u_v(x) \right] dx = 0$$

La carica è data solo dai q di valenza

$$\Rightarrow \int_0^1 u(x) dx = 2 \rightarrow \text{nel p ci sono due u}$$

$$\int_0^1 d(x) dx = 1 \rightarrow \text{ed un d}$$

Ma ancora di più! Il u g può generare in maniera equiprobabile $u\bar{u}$, $d\bar{d}$ e $s\bar{s}$ \Rightarrow le diste dei q di moose sono uguali!

In definitiva dobbiamo scrivere F_{1p} , F_{2p} come:

$$\frac{F_{2p}(x)}{x} = \frac{4}{9} \left[\cancel{u_v(x) + 2q_m(x)} \right] + \frac{1}{9} \left[\cancel{d_v(x) + 2q_m(x)} + \cancel{2q_m(x)} \right]$$

$s(x) + \bar{s}(x)$

$$\Rightarrow \frac{\bar{F}_{2p}(x)}{x} = \frac{1}{9} \left[4u_v(x) + d_v(x) + 12q_m(x) \right]$$

$$\frac{F_{2u}(x)}{x} = \frac{1}{9} \left[4d_v(x) + u_v(x) + 12q_m(x) \right]$$

(17.6b)

⇒

$$\frac{F_{zu}(x)}{F_{zp}(x)} = \frac{4d_V(x) + \mu_V(x) + \Sigma_{\text{morce}}}{4\mu_V(x) + d_V(x) + \Sigma_{\text{morce}}}$$

$$\frac{1}{4} \leq \frac{F_{zu}(x)}{F_{zp}(x)} \leq 4$$

(17.7)

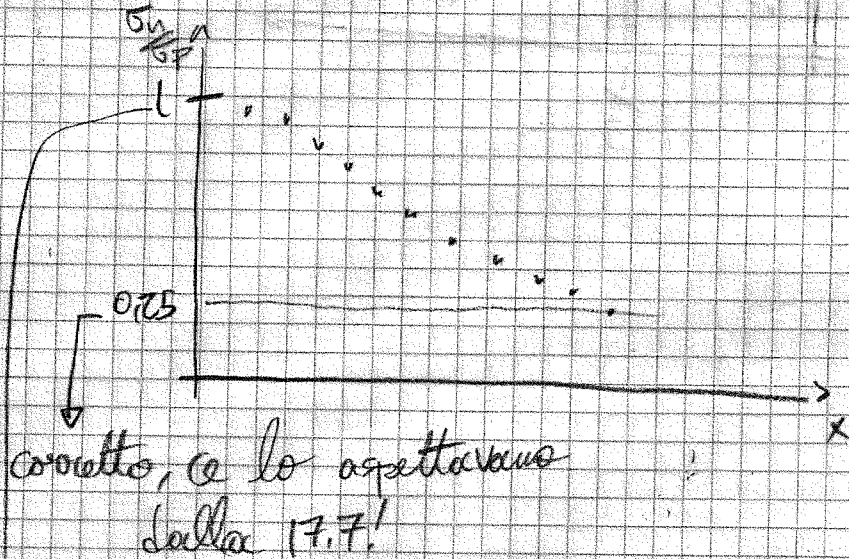
Come verificavamo tutto questo sperimentalmente?

Misuriamo $\frac{\sigma_u}{\sigma_p}$, ma --- $\sigma_T = F_1(x)$, $\sigma_L = F_2(x) - Z \times F_1(x)$.

Asintoticamente $\sigma \propto \sigma_T = F_1(x)$; ma sempre al limite asintotico di dep. inelastica vale $F_1(x) = \frac{F_2(x)}{Z}$ (C. Gross);

misurando $\frac{\sigma_u}{\sigma_p}$ stiamo misurando $\frac{F_{zu}(x)}{F_{zp}(x)}$!

Obteniamo dall'esperimento:



problema: allora 17.7 ci aspettavamo 4, non 1!

Quindi capiamo che: $x \propto \frac{1}{v} \Rightarrow$ a v grande domina il mare
 - ad x grande, il morce non conta (ovvero le Σ_{morce} della 17.7 sono ≈ 0): ci sono portoni di volenza che prendono tutto l'impulso disponibile;

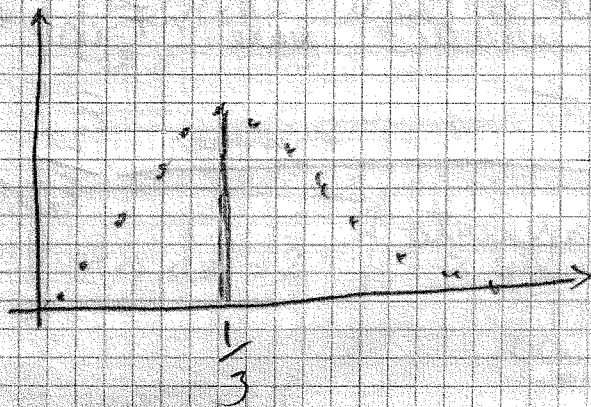
- ad x piccolo, domina il mare: l'impulso preso dai q di valenza è piccolo: ogni q (di val. e di massa) prende poco impulso \Rightarrow contribuiscono molti q di mare.

L'aumento dei q mare a contribuire è logaritmico:

La $F(x) \sim \frac{1}{x}$: ad $x=0$ vediamo la divergenza con un valore const., equivalente alla foto-produzione.

Sottraendo fra loro le (7.6) ottengo:

$$F_{Zp}(x) - F_{Zn}(x) = \frac{1}{3} (u_V(x) - d_V(x))$$



受入
84-6-178
高工研圖書室

EUROPEAN ORGANIZATION FOR NUCLEAR RESEARCH

CERN/EP 84-59

11 May 1984

A MEASUREMENT OF THE PION CHARGE RADIUS

S.R. Amendolia¹, B. Badelek², G. Batignani³, G.A. Beck³, F. Bedeschi¹, E.H. Bellamy⁴, E. Bertolucci³, D. Bettoni³, H. Bilokon⁵, G. Bologna¹, L. Bosio¹, C. Bradaschia¹, M. Budinich⁶, A. Codino¹, M. Dell'Orso¹, B. D'Ettoe Piazzioli¹, F.L. Fabbrì¹, F. Fidecaro³, L. Foa¹, E. Focardi¹, S.G.F. Frank¹, A. Glazotto³, M.A. Giorgi¹, M.G. Green⁷, J. Harvey⁴, C.F. Heath⁴, M.P.J. Landon⁴, P. Laurelli¹, F. Liello³, G. Mannocchi¹, P.V. March¹, P.S. Marrocchesi¹, D. Menace², A. Menzione¹, E. Meroni¹, E. Milotti¹, L. Moroni¹, P. Picchi¹, F. Ragusa¹, L. Ristori¹, L. Rolandi¹, G.G. Saltmarsh¹, A. Saoucha¹, L. Satta¹, A. Scribano¹, P. Spillantini¹, A. Stefanini¹, D. Storey⁴, J.A. Strong⁴, R. Tenchini³, G. Tonelli¹, W. Von Schlippe⁷, E. Van Herwijnen⁷, A. Zallo¹.

ABSTRACT

We report a measurement of the negative pion electromagnetic form factor in the range of space-like four-momentum transfer $0.014 < q^2 < 0.122$ (GeV/c)². The measurement was made by the NA7 collaboration at the CERN SPS, by observing the interaction of 300 GeV pions with the electrons of a liquid hydrogen target. The form factor is fitted by a pole form with a pion radius of $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 0.657 \pm 0.012$ fm.

Submitted to Physics Letters B

- 1) INFN-Laboratori di Frascati, Frascati, Italy.
- 2) Dipartimento di Fisica and Sezione INFN, Milano, Italy.
- 3) Dipartimento di Fisica, Sezione INFN and Scuola Normale Superiore, Pisa, Italy.
- 4) Department of Physics, University of Southampton, England
- 5) Istituto di Fisica Generale and Ist. di Cosmogeofisica del CNR, Torino, Italy.
- 6) Istituto di Fisica, Sezione INFN and Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati, Trieste, Italy.
- 7) Department of Physics, Westfield College, London, England.

The interaction of a charged pion with a photon of four-momentum q is modified from a point interaction by the form factor $F(q^2)$. At $q^2=0$ the slope dF/dq^2 is simply related to the mean square charge radius. Measurements of the form factor for space-like q^2 are restricted to pion-electroproduction and direct pion-electron scattering. There is evidence [1] that recent electroproduction results are incompatible with a smooth extrapolation from time-like data, while a series of three measurements of the pion radius by direct scattering [2] [3] [4] produced inconsistent results. We have made an improved measurement of direct scattering, using a beam of 300 GeV π^- at the CERN SPS and collecting data up to $q^2 = 0.28$ (GeV/c)². Here we report our data in the range $0.014 < q^2 < 0.122$ (GeV/c)².

The experimental apparatus (Fig. 1) was based on the PRAMM forward spectrometer, with a vertex detector optimised for the detection of elastic π^-e scattering. The event trigger was a coincidence of signals from counters in the regions BEAM, VERTEX and SPECTROMETER. A clean incident beam signal was defined by the logical combination:

$$\text{BEAM} = S_1 \cdot S_h \cdot S_v \cdot S_2 \cdot \overline{V_1}$$

S_1 was vetoed if an additional particle was detected within ± 50 ns. S_h , S_v required one counter in each hodoscope. S_2 signalled two or more simultaneous particles.

VERTEX was defined by

$$\text{VERTEX} = S_3 \cdot \text{MULT2} \cdot (\text{TV} + \text{V2-5} + \text{BSTOP})$$

S_3 required at least one particle outside the beam profile 10 m downstream of the target. MULT2 required a combination of signals from the pulse height counters M1 and M2 and the hodoscopes h_1 , h_2 consistent with two charged particles. The counters TV, V2-5 vetoed events at angles of more than 10 mrad, discriminating against hadronic events in the target and downstream material. Unscattered beam was vetoed by the telescope BSTOP.

SPECTROMETER was defined by :

$$\text{SPECTROMETER} = \text{SD}_n \cdot \overline{\text{FS}}$$

where SD_n was a signal from any of the front sections of SD1-4 consistent with an electron shower. The Front Shower detector (FS) was operated at a threshold of 1 GeV and defined the spectrometer acceptance.

Approximately 2.5 million event triggers were collected. This sample contained 15% π^+e events generated in the target, the remainder being dominated by hadronic events with two or three observed forward tracks. The vertex MWPC were used to search for a coplanar two-track vertex, with a measured coordinate along the beam direction within 50 cm of the target centre. Events with three separated tracks having a clean vertex in the target were rejected. For all events satisfying the vertex conditions, tracks were reconstructed in the spectrometer and events with a positive track from the vertex were rejected. A momentum cut rejected events with a track of less than 1 GeV/c, where the momentum acceptance of the spectrometer fell below 100 %.

In the scatter plot of the two angles (Fig. 2a) most events lie along the curves expected from elastic kinematics. The majority of events below the kinematic line are due to the radiative process $\pi^+ \rightarrow \pi^+ \gamma e$ which results in a concentration of events near the axes. Each event was assigned a value of q^2 corresponding to the minimum distance D_θ to the elastic kinematic line below $q^2 = 0.15 \text{ (GeV/c)}^2$. A histogram of D_θ is shown in Figure 2b, after subtraction of estimated contaminations from K-e (0.9%) and μ^-e (1.3%) events. The shape of this distribution is explained by elastic and radiative π^+e events, with a small component of hadronic background. The shape of the radiative component, which populates the region of negative D_θ , agrees well with a Monte-Carlo simulation of this effect. A final cut was made at $D_\theta = \pm 0.22 \text{ mrad}$, and the residual background, varying from 0.4 % at $q^2 = 0.014$ to 1.2 % at 0.12 GeV/c^2 , estimated from the level of events at positive D_θ .

Corrections to the data which have negligible q^2 dependence are listed in Table I. They contribute an uncertainty of .006 to the overall normalisation.

The following corrections were q^2 dependent :

- a) The geometric acceptance of the spectrometer was determined from the measured beam distribution and the aperture of the front shower detector. It was 100% above $q^2 = 0.023$ and fell smoothly to 20% at 0.014 (GeV/c)^2 .
- b) The trigger multiplicity (MULT) efficiency varied linearly from 94% to 92% with increasing q^2 . For multiplicity less than four this was calibrated by studying the redundant response of individual trigger components. The contribution to high multiplicity from secondary interactions of the electron or an associated photon was estimated from a Monte Carlo simulation to be 0.7%.
- c) The radiative correction was determined from a Monte Carlo generation of π^+e events to order α^3 [11], and varied from 1.3% to 3.7%. Since our analysis used only angle measurements to determine π^+e kinematics, no correction was required for kinematic bias due to external bremsstrahlung of the electron.
- d) Above $q^2 = 0.07 \text{ (GeV/c)}^2$ the ambiguity in pion-electron assignment is not resolved by the angle measurement, and the sample is contaminated by a fraction of events with $q^2 > 0.15$. The correction for this effect, which rises to 18% at $q^2 = 0.12$, was computed from the high q^2 cross-section and the measured angular precision. It is insensitive to the values of these parameters, and is confirmed by the information from the shower detectors.

The square of the form factor was computed by dividing the corrected, measured cross-section by the theoretical lowest order point cross-section. The result is given in Table II and plotted in Figure 3.

We have fitted the data with the normalisation, n , as a free parameter. A pole form, $F^2 = n/(1+\langle r^2 \rangle q^2/6)$ gives values of $n = 0.990 \pm 0.004$ and $\langle r^2 \rangle = 0.431 \pm 0.013$ fm², with a χ^2 probability of 37%. We have estimated the error due to uncertainties in the q^2 dependent corrections to be 0.006 in n and 0.010 in $\langle r^2 \rangle$. Combining all sources of error gives: $n = 0.990 \pm 0.010$, $\langle r^2 \rangle = 0.431 \pm 0.016$ fm², or $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 0.657 \pm 0.012$ fm. A dipole fit, $F^2 = n/(1+\langle r^2 \rangle q^2/12)$, gives $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 0.641 \pm 0.012$ fm, with a similar normalisation and χ^2 . Since the results are slightly sensitive to the form assumed for $F(\pi)$, we have made a form independent fit, to the sum of orthogonal polynomials up to the term in $(q^2)^2$, over the range of the data. This gives the form independent result $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 0.660 \pm 0.024$ fm.

Previous results from direct $\pi\pi$ scattering are confined to the series of measurements by the Soviet-American collaboration [2,3,4]. In Table III we have quoted their results from a pole fit, but without the constraint $F^2(0)=1$ which resulted in discrepancy between the three measurements. Other determinations of the pion radius from individual experiments are less direct, involving extrapolation of the form factor from higher $|q^2|$. Heyn & Lang [1] have reported a model-independent fit to both space- and time-like data, finding values for $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ between 0.65 and 0.70 fm. In a similar analysis, Dubnicka et al [7] found for their best fit $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 0.663 \pm 0.037$ fm. Recent time-like data reported by us and by Novosibirsk groups [8-10] should improve the determination of the radius from this type of analysis. We conclude that our result is consistent with the most reliable determinations of $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ reported to date, and represents the most precise direct measurement.

We thank D. Bardin for many useful discussions about the radiative correction, in particular the Dubna Monte-Carlo program which we have freely adapted to suit our particular experimental conditions. We thank the CERN SPS operations group, and the North Experimental Area group who provided us with a very stable, well-tuned pion beam. We are grateful for financial assistance and facilities provided by CERN, SERC (UK) and INFN (Italy).

TABLE I

q^2 independent corrections to the data

Beam kaon contamination	.85 ± .03 %
Beam muon contamination	1.20 ± .10 %
Incident pion absorption	1.85 ± .20 %
Target electron density	0 ± .25 %
Downstream pion absorption	3.4 ± .20 %
Vetoing by δ -rays	2.5 ± .3 %
Spectrometer trigger loss	1.0 ± 0.2 %
Downstream MWPC inefficiency	.7 ± 0.2 %

TABLE II

q^2 ((GeV/c) ²)	F^2	error (statistical)
0.015	0.939	0.006
0.017	0.918	0.006
0.019	0.933	0.006
0.021	0.927	0.006
0.023	0.911	0.006
0.025	0.906	0.007
0.027	0.899	0.007
0.029	0.889	0.008
0.031	0.886	0.008
0.033	0.891	0.009
0.035	0.872	0.009
0.037	0.876	0.010
0.039	0.853	0.010
0.042	0.840	0.008
0.046	0.836	0.009
0.050	0.834	0.009
0.054	0.806	0.010
0.058	0.803	0.011
0.062	0.814	0.012
0.066	0.784	0.013
0.070	0.780	0.013
0.074	0.778	0.014
0.078	0.768	0.015
0.083	0.739	0.013
0.089	0.714	0.014
0.095	0.737	0.015
0.101	0.680	0.016
0.107	0.705	0.017
0.113	0.700	0.018
0.119	0.665	0.018

TABLE III

Results of a pole fit to direct $\pi\pi$ scattering
data taken from ref. [4] and this experiment

	q^2	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$	$F^2(0)$ (fitted)
Adylov (50 GeV) [2]	0.013-0.036	1.01±0.17	1.11±0.08
Dally (100 GeV) [3]	0.031-0.071	0.65±0.11	1.039±0.052
Dally (250 GeV) [4]	0.037-0.094	0.620±0.071	0.974±0.039
Data of [2] [3] [4] combined	0.013-0.094	0.674±0.050	1.021±0.027
This experiment	0.014-0.122	0.657±0.012	0.990±0.010

REFERENCES

- [1] M.F. Heyn & C.B. Lang, Z. Physik C, Particles and Fields 7 (1981) 169.
- [2] G.T. Adylov et al., Phys. Lett. 51B (1974) 402, and Nucl. Phys. B128, (1977) 461.
- [3] E.B. Dally et al., Phys. Rev. Lett. 39, (1977) 1176, and Phys. Rev. D24, (1981) 1718.
- [4] E.B. Dally et al., Phys. Rev. Lett. 48 (1982) 375.
- [5] C.J. Bebek et al., Phys. Rev. D17 (1978) 1693.
- [6] S. R. Amendolia et al., Nucl. Instrum. Methods 176 (1980) 461.
- [7] S. Dubnicka, V.A. Meshcheryakov and J. Milko, J. Phys. G. Nucl. Phys. 7 (1981) 605.
- [8] I.M. Kurdadze et al., Results of experiments with OLYA detector at VEPP-2m, Novosibirsk Preprint INP, 82-97 (1982).
- [9] G.V. Anikin et al., Novosibirsk Preprint INP, 83-12 (1983).
- [10] S.R. Amendolia et al., Phys. Lett. 138B (1984) 454.
- [11] D. Yu Bardin, G.V. Micelmacher and N.M. Shumeiko, JINR, E2-6235, Dubna, (1972).

FIGURE CAPTIONS

Fig. 1 Schematic diagram of the apparatus. The target was a 28 cm long vessel of liquid hydrogen with 50cm vacuum pipes at each end. The detectors were, in the BEAM region : Hodoscope (S_h, S_v); scintillators S1, S2 and V1 (veto); MWPC stacks 1,2. In the VERTEX region : multiplicity counters M1, M2 and hodoscopes L_h, L_v . S3 had a circular hole slightly larger than the beam dimensions. TV, VZ-5 were veto counters, faced with lead and aluminium. MWPC stacks : 3,4,5. SPECTROMETER : 4 magnets and drift chamber stacks [6]. FS, SD1, SD5 were lead scintillator detectors. SD2, SD3, SD4 were lead glass arrays. Front SD sections were 4 radiation lengths, rear sections 20 radiation lengths with 3.5 cm lateral granularity. BSTOP was a beam veto telescope of 3 counters.

Fig. 2a The angle of the left-going particle vs. angle of the right-going particle for a fraction of the event sample. (Events with opening angle less than 2.5 mr were discarded). Inset, the two curves predicted for elastic π -e kinematics. q^2 increases from 0.014 (GeV/c)² at 9 mr electron angle to 0.15 (GeV/c)² at the cross-over point.

Fig. 2b The distribution of D_θ for the whole sample, and (arrows) the final cuts applied.

Fig. 3 F_π^2 for $0.014 < q^2 < 0.122$. The line shows the pole fit described in the text.

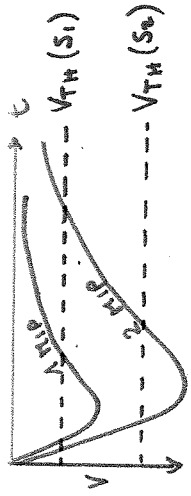
* = 3 linee di trigger messe in AND-

S2 ha soglia ≥ 2 hit \Rightarrow scatta se sono passate 2 o piú particelle $\rightarrow S_2$.
 Con uno shaper allunghiamo il segnale di S2 di un Δt pari alla risoluzione temporale del rivelatore piú lento. $\Delta t \rightarrow$ SHAPE per volta.
 BEAM seleziona 1 e 1 sola particella per volta.

MULT 2 è una combinazione di M1, M2 e degli odoscopi: Lh e Lv che richiede di avere 2 tracce cariche (una o dx e una a sx).
 Gli eventi adronici possono inventire il contatore TV (transverse veto). Gli evt che ci finiscono sono

emq fuori accettanza.
 $V[2 \dots 5] \rightarrow$ veti per evt con tracce a $\theta > 10$ mrad (tipicamente evt adronici).
 BEAMSTOP in veto: non sono sullo linea di fascio, ma curvati e compatibilmente con la piegatura del fascio dovuta al campo magnetico.

VERTEX veto gli eventi adronici e gli eventi in cui non è successo wka.
 $SD[2 \dots 5]$ sono dei calorimetri a sandwich piombo - scintillatore. A livello di trigger bisogna usare rivelatori veloci. Se c'è segnale su questi, si accetta l'evento. FS = front shower; gli eventi a grande angolo non ci interessano \rightarrow lo mette in antiecoincidente.



S3 è un ulteriore selettore per l'angolo (ma troppo grandi; no troppo piccoli) \rightarrow è in coinc.

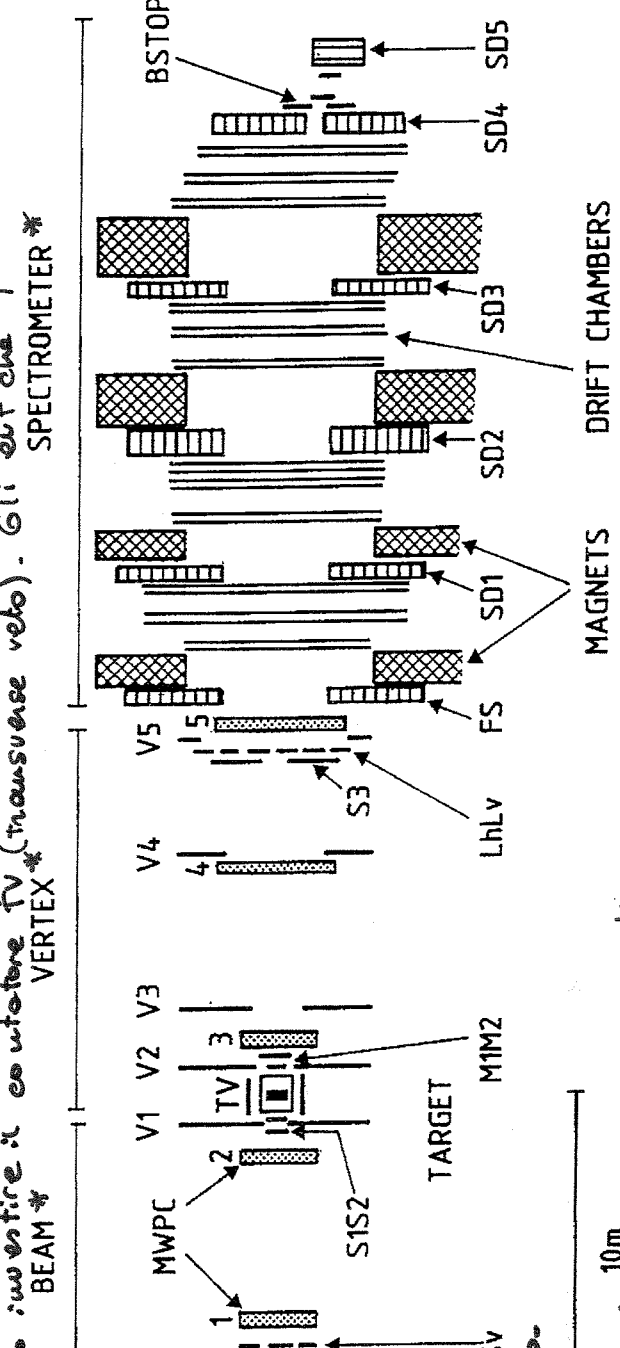


FIG.1

Chiamo $f^{kin}(\theta_l, \theta_r)$ il wogo geom. di questi punti. - Ogni punto è un evt. \forall evento si calcola lo distanza del punto da f e si vede se è > 0 o < 0 . Se nessuno solo segnate, questa distribuzione delle distanze dovrebbe essere gaussiana centrata in 0. - No supponiamo che un evento sia radiativo: $\pi^- e^- \rightarrow \pi^- e^- \gamma$ in questo caso π^- ed e^- avrebbero meno energia \Rightarrow gli angoli sarebbero piú piccoli.

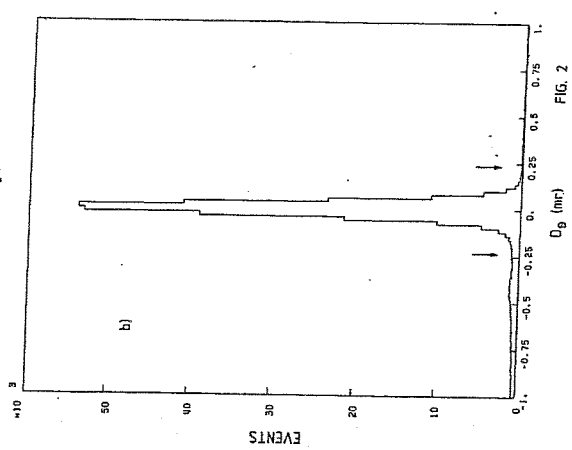
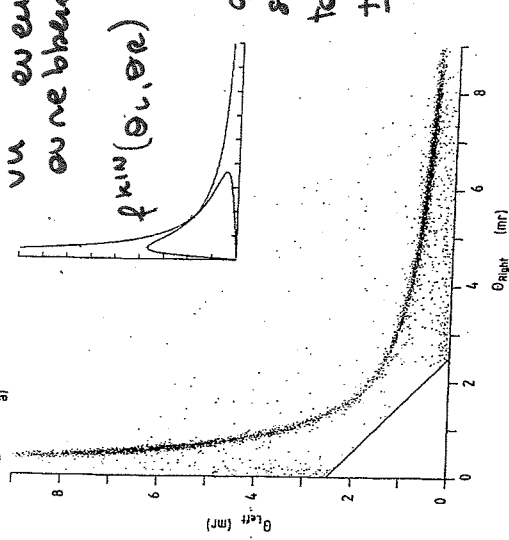


FIG. 2

Per questo la figura 2(b) ha una coda sulla sinistra.
 Awento è una quantità cinematica su cui si possono operare tagli (simmetrici, a $\pm N\sigma$).

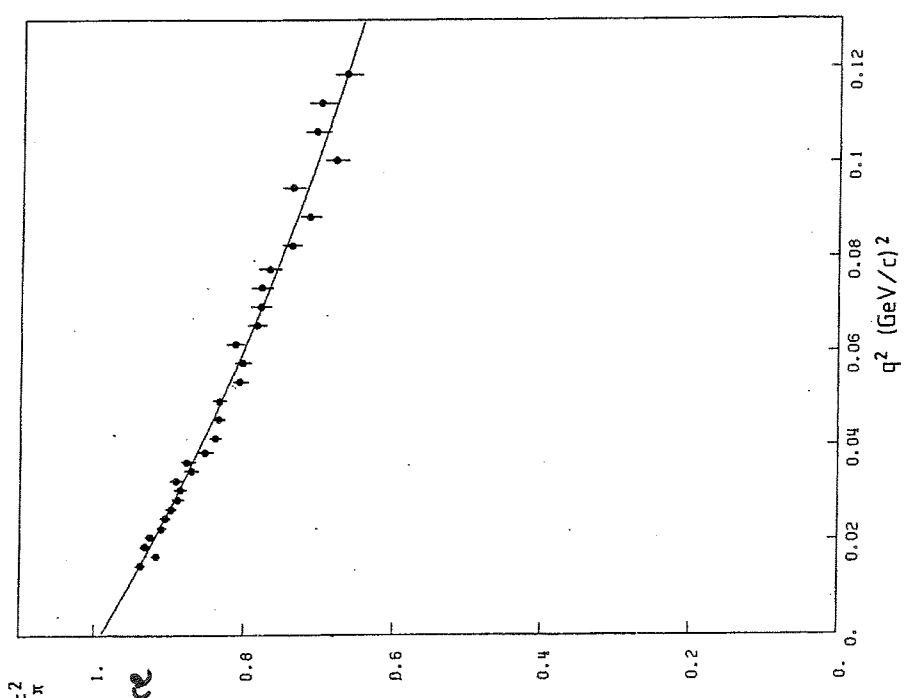
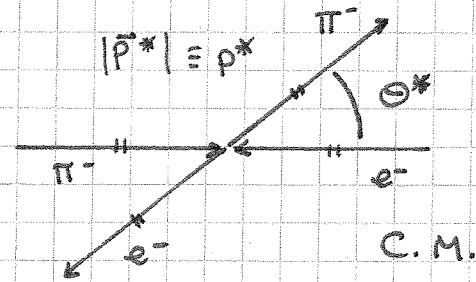
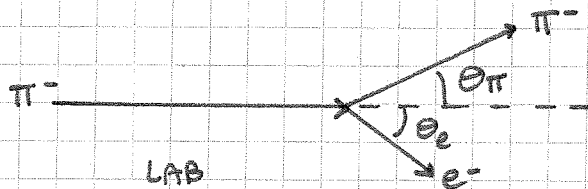


FIG. 3



Il processo di cui parliamo è

lo scattering elastico $e^- - \pi^-$.

L'elettrone, la particella elementare meglio conosciuta al tempo, venne usata come sonda per esplorare la struttura dell'adone e spina $O \pi^-$.

SPS \rightarrow fascio molto puro di π^- a 300 GeV, sparati su una bombola di idrogeno liquido.

Il processo è di natura e.m. \Rightarrow La costante di accoppiamento è α . Ma c'è un fondo di tipo forte: le interazioni $\pi^- -$ nucleo di idrogeno. Queste interazioni avranno un nucleone nello stato finale, e molte altre cose.

\rightarrow Primo problema: trigger in grado di discriminare gli eventi - segnale.

La reaz. è elastica $\Rightarrow \theta_\pi$ e θ_e sono correlati, ed i tre impulsi in S LAB giacciono su un piano. Per gli eventi adronici può non essere così.

Quali sono le quantità misurate in questo esperimento?

Solo ed esclusivamente i due angoli. Inizialmente non si tenta di distinguere quale è θ_π e quale θ_e .

θ_{left}

θ_{right}

Il fattore di forma (modulo quadro) è la funzione di q^2 che lega la σ "complessa" alla σ "elementare".

Perché viene scelto un fascio di π^- negativi su elettroni?
Il campo magnetico non disturba la ricostruzione degli angoli?

Il campo magnetico è usato solamente per coprire qual è la carica nello stato finale.

$\pi^- e^- \rightarrow$ tutto via gli eventi dove c'è almeno una traccia di carica positiva.

Vediamo come ricodurre la cinematica agli angoli.

Quali sono i θ ammessi per un impulso del π^- di 300 GeV? Il π^- ammette un angolo limite? E l' e^- ?

Il pione è "grosso", non sente quasi l'elettroweak e va a dritto. L'elettrone al massimo, quando il π^- parte molto lontano, esce a $\pi/2$.

Cerchiamo di ricavare l'angolo limite nel caso del π^- .

$$M_\pi \equiv M \quad m_e \equiv m$$

$$(P+p)^2 = M^2 + m^2 + 2E_\pi m = S$$

Lo \sqrt{S} è un invariante \Rightarrow nel centro di massa θ^*

può essere qualunque, ma facendo il boost nel LAB

troveremo un θ_π limitato.

$$p^{*2} = \frac{[S - (M+m)^2][S - (M-m)^2]}{4S} \approx \left(\frac{S - M^2}{2\sqrt{S}} \right)^2$$

$\Rightarrow p^* \approx 0.265$ GeV che è molto piccolo.

Quasi tutta l'energia va nel boost in avanti.

Vogliamo scrivere: $\text{tg}(\theta) \equiv f(\theta^*)$.

$$P_{||} = \beta \gamma E^* + \gamma P_{||}^* \Leftrightarrow P \cos \theta = \beta \gamma E^* + \gamma P^* \cos \theta^*$$

P_\perp è invariante \Rightarrow dividiamo a destra e sinistra per P_\perp

$$\text{tg} \theta = \frac{P^* \sin \theta^* (= P_\perp^*)}{\gamma (\beta E^* + P^* \cos \theta^*)} = \frac{\sin \theta^*}{\gamma (\cos \theta^* + \beta/\beta^*)}$$

26 Dove β^* è il β della particella in SCR, e

γ e β sono del centro di massa.

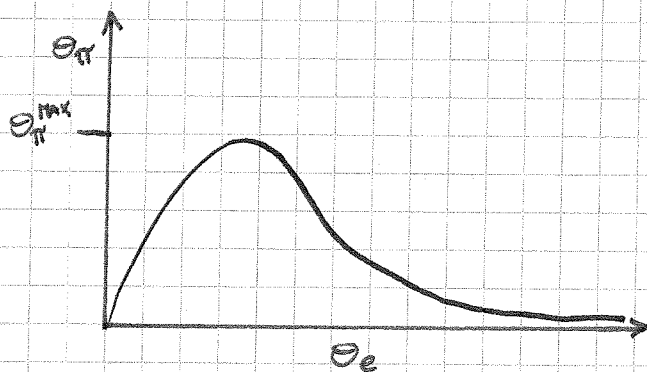
Condizione per l'angolo limite: $\beta/\beta^* > 1$

Qual è l'angolo limite?

$$\begin{aligned} \frac{d \operatorname{tg} \theta}{d \theta^*} &= \cos \theta^* \gamma (\cos \theta^* + \beta/\beta^*) + \gamma \sin^2 \theta^* = \\ &= \gamma + \beta \gamma / \beta^* \cdot \cos \theta^* \equiv 0 \\ \Leftrightarrow \cos \theta^* \Big|_{\theta_{\pi}^{\max}} &= -\frac{\beta^*}{\beta} \end{aligned}$$

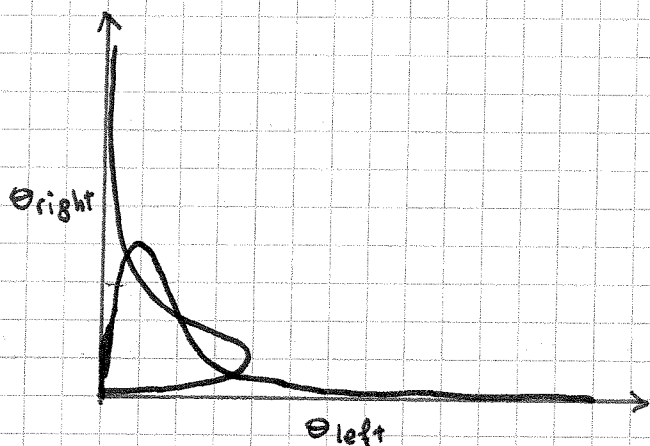
e in questo caso $\theta_{\pi}^{\max} \approx 3.6 \text{ mrad}$.

$$\theta_{\pi} \rightarrow 0 \Leftrightarrow \theta_e \rightarrow \pi/2$$



Questo è un plot che si può calcolare per punti al computer (la formula non è invertibile analiticamente).

Ma se non distinguo θ_{π} da θ_e devo sovrapporre a queste curve il suo simmetrico rispetto alla diagonale!



TRIGGER = segnale che consente di scrivere i dati su disco.

A livello di trigger si preferisce purezza o efficienza?

Massima efficienza compatibilmente con il rate di scrittura su disco (altrimenti rischio di perdere per

sbaglia eventi buoni).

ADOSCOPIO = scintillatore segmentato (ogni segmento ha la propria guida di luce).

Gli scintillatori sono i più veloci tra i rivelatori usati.

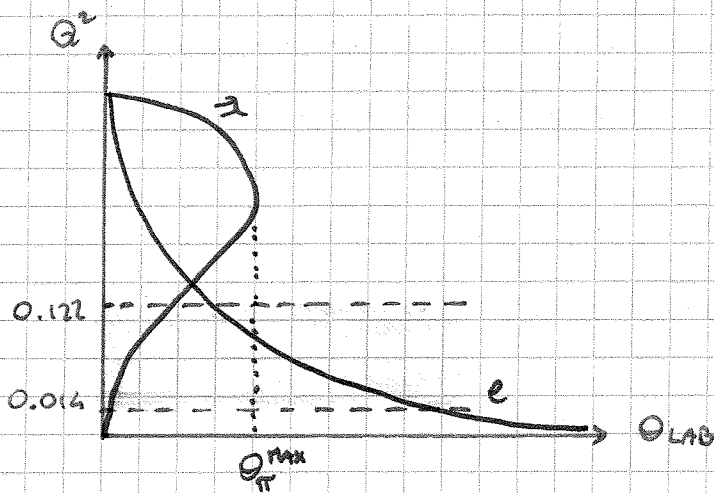
S_1 ed S_2 annunciano che (nel range del loro tempo morto, ~ 50 ns) sia partito un singolo pione.

→ vedi figura 1.

In qualche settimana si raccoglie qualche milione di eventi con il 15% di eventi accettati.

Tagli offline ($|\theta_L - \theta_R| < 2$ mrad) ⇒ troppi problemi nella ricostruzione, li scartiamo.

Siamo nella regione space-like ⇒ si introduce $Q^2 \equiv -q^2$.



$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = |F(q^2)|^2 \left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{el}$$

Se partiamo tutto in funzione di Q^2 , possiamo ricavare il fattore di forma.

C'è una ambiguità. Se sia θ_L che θ_R sono ≤ 3.6 mrad, non si sa quale dei due è θ_π e quale è θ_e ⇒ non si capisce qual è il Q^2 .

Fortunatamente, la sezione d'urto cola molto velocemente con Q^2 :

$$Q_{\pi}^2 \equiv 4p^2 \quad \frac{d\sigma}{dQ^2} = |f_\pi(Q^2)|^2 \frac{4\pi\alpha^2}{Q^2} \left(1 - \frac{Q^2}{Q_{\pi}^2}\right)$$

⇒ riesco a restringermi ad un range di Q^2 (0.014 - 0.122)

dove la contaminazione è molto piccola ($\sim 20\%$)

⇒ prendo gli eventi, sottraggo il 20% e calcolo le

sezione d'urto corretta.

Con quale curva teorica posso fitto i dati sperimentali (fig. 3)? Deve essere indipendente dal modello utilizzato nell'esperimento.

$$|F_{\pi}|^2 = \frac{N}{\left(1 + \frac{\langle r^2 \rangle Q^2}{6}\right)^2}$$

Infatti il fattore di forma è la trasformata di Fourier della densità di carica normalizzata ad 1:

$$F(Q^2) = \int \rho(\vec{r}) e^{i\vec{Q}\cdot\vec{r}} d^3\vec{r}$$

Che, espandendo per $\vec{Q}\cdot\vec{r} \ll 1$, diventa:

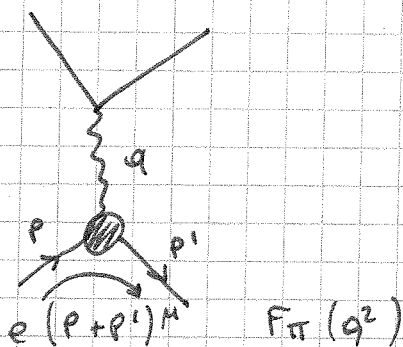
$$F(Q^2) \approx \frac{1}{1 + \frac{Q^2 \langle r^2 \rangle}{6}}$$

Con la normalizzazione $|F_{\pi}(Q^2=0)| \equiv 1$.

Si ottiene $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = (0.657 \pm 0.012) \text{ fm}$

Improvement maggiore possibile \rightarrow fase P.I.D.

Esercizio: ricavare $\left. \frac{d\sigma}{dQ^2} \right|_{e^{-}\pi^{-}}$.



23/09/2012

Il "trucco" dell'esperimento che abbiamo visto l'altra volta era avere carica definita nello stato finale, e l'implementazione nel trigger della correlazione cinematica tra gli angoli.

Abbiamo visto F_2 per il protone e per il neutrone.

$$\frac{F_2^{ep}(x)}{x} = \frac{1}{9} [4u_v(x) + d_v(x)] + \frac{4}{3} q_s(x) \quad \leftarrow \text{quark di mare}$$

$$\frac{F_2^{en}(x)}{x} = \frac{1}{9} [4d_v + u_v] + \frac{4}{3} q_s(x)$$

Naturalmente, facendo il rapporto:

$$\frac{F_2^{en}(x)}{F_2^{ep}(x)} = \frac{4d_v(x) + u_v(x) + 12q_s(x)}{d_v(x) + 4u_v(x) + 12q_s(x)}$$

Abbiamo visto che questo rapporto è limitato:

$$\frac{1}{4} \leq \frac{F_2^{en}}{F_2^{ep}} \leq 4$$

Abbiamo visto anche che:

$$\sigma_p = \Gamma (\sigma_T^p + E \sigma_L^p)$$

$$\sigma_n = \Gamma (\sigma_T^n + E \sigma_L^n)$$

Γ ed E sono le stesse: sono legate alle quantità cinematiche degli elettroni incidenti.

Il processo può essere indotto da qualunque leptone carico,

ma operativamente si riesce ad usare solo e e μ , che hanno vite medie molto lunghe ($\Gamma(\tau) \sim \text{ps}$).

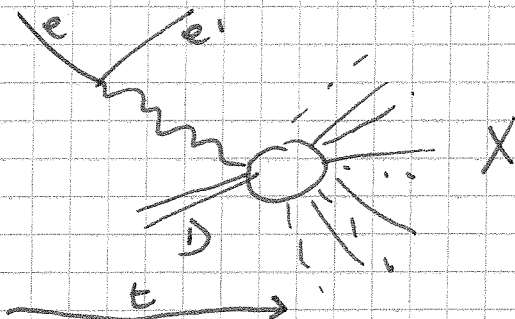
Quanto comunemente va μ di 300 GeV?

$$\gamma \approx 3 \cdot 10^3$$

$$\beta \approx 1$$

$$c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}$$

$$\beta \gamma c \tau \approx 3 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{10} \cdot 2.2 \cdot 10^{-6} \\ \approx 10^8 \text{ cm}$$



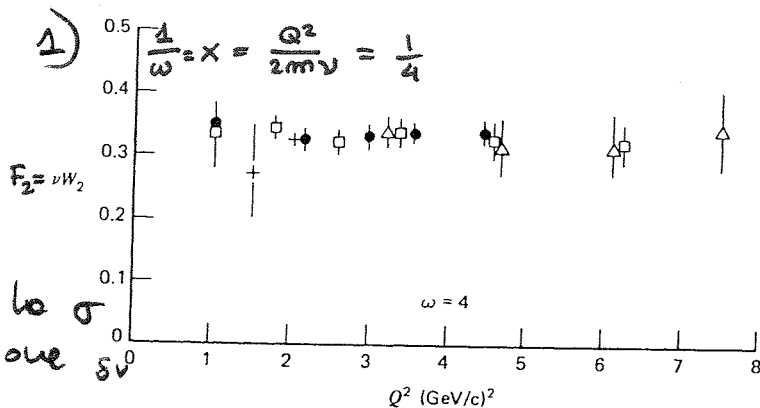
Un fascio di μ comunemente molto.

Plot di Olits sperimentali dalle misure fatte a SLAC

1) La costanza dei punti è compatibile con lo scaling.

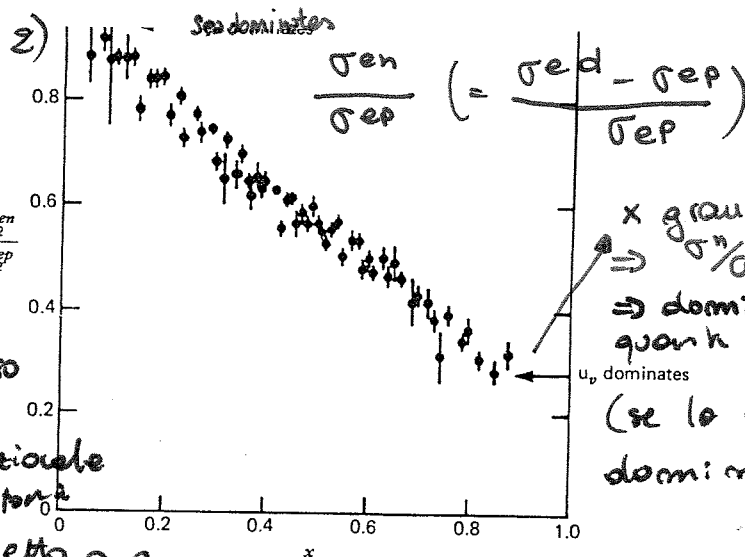
$x=1 \leftrightarrow$ scattering elastico \rightarrow è una retta, le rette parallele a queste corrispondono alle produzioni di risonanze.

C'era un altro limite, in $y \equiv \frac{\nu}{E} : 0 \leq y \leq 1$ ($\nu = E - E'$)
 il limite massimo a ν è l'energia. Si forma un triangolo che è la zona dove ci aspettiamo int. elastici.



$\Rightarrow F_2$ è funzione solo del rapporto tra Q^2 e ν .

2) La diff. tra lo σ di elettroproduzione su deutone e quella su protone equivale alla σ di elettroproduzione su neutrone.



x grande (≈ 1)
 $\Rightarrow \sigma^d / \sigma^p \sim 1/4$
 \Rightarrow dominante dei quark di tipo u
 (se la retta era dominavano i d)

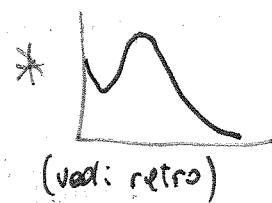
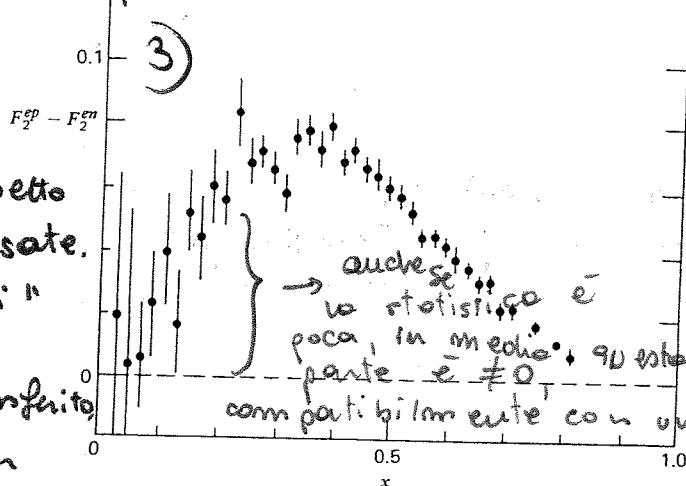
È una distribuzione di p e n all'interno del deutone.

N.B. Il momento trasverso dei singoli partoni è trascurabile: è proporzionale alla distanza tra i partoni ed è trascurabile rispetto a q .

Nel caso del deutone, il mom. trasv. di p e n è l'impulso di Fermi, 160 MeV, piccolo rispetto alle energie di fascio usate. Posso considerare "liberi" p ed n .

Il piccolo momento trasverso è una pallina con

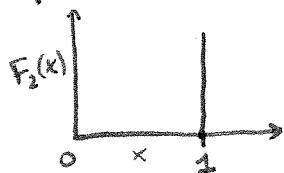
carica del protone. Aumentando q^2 , vedo il fattore di forma del deutone; aumentando ancora vedo quelli di protone e neutrone. All'energia usata in questo esperimento la correzione da fare a $\sigma_{\text{gen}} \approx \sigma_{\text{ed}} - \sigma_{\text{ep}}$ erano piccole (minori delle incertezze sperimentali).



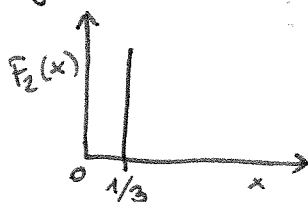
2) F_2 è misurato in maniera indiretta, cioè che è misurato è $\frac{\sigma_n}{\sigma_p}$ - Ci aspettiamo qualcosa compreso tra V_4 e 4 .

Per x grande siamo in regime di scattering elastico: il quark su cui avviene lo scattering (in realtà il partone) ha "tutto" l'impulso del protone. Quindi perché domina il quark u ? Perché ha una carica più alta.

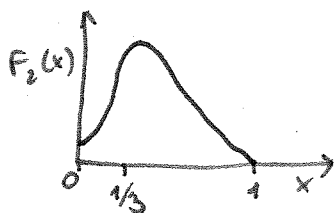
3) Supponiamo che il p sia costituito da 1 solo partone. Qual è la funzione $F_2(x)$ che mi devo aspettare?



Supponiamo di avere 3 partoni non interagenti (spezzo l'interazione forte):



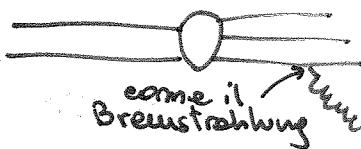
E se invece sono in interazione?



Il valore più probabile è ancora $1/3$, ma le int. forti si che la frazione di momento sia distribuita fra tutti.



E i quark di mare? Nascono dalle "realizzazione" di un gluone virtuale. E se ci aspettiamo se dobbiamo un contributo di questo tipo?

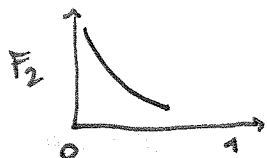


coppia $q\bar{q}$

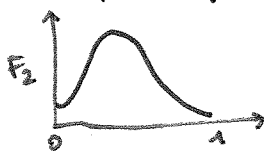
"rivestimento" della coppia $q\bar{q}$

Se ho molti quark prodotti in questo modo, ci aspettiamo

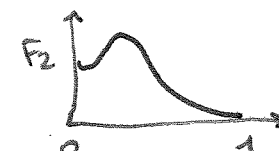
una distribuzione più spostata verso lo 0.



+



→



⇒ Per $x \rightarrow 0$ dominano i quark di mare. Ci sono in molti.

più partoni tre si suddividono l'impulso

Avevamo visto che:

$$\sigma_i \propto F_2 - 2 \times F_1 \rightarrow 0 \text{ (asintoticamente)}$$

σ_i va a 0 per partoni di spin $1/2$ (vedi sist. di Breit).

Quindi, asymptoticamente,

$$\sigma_p \rightarrow \Gamma \sigma_T^p \quad \sigma_n \rightarrow \Gamma \sigma_T^n$$

Ed il rapporto:

$$\frac{\sigma_p}{\sigma_n} \rightarrow \frac{\sigma_T^p}{\sigma_T^n} = \frac{F_2^{ep}(x)}{F_2^{en}(x)}$$

σ_p e σ_n sono quantità misurate, e sappiamo che quel rapporto è compreso tra $\frac{1}{2}$ e 4.

- Vedi fotocopia grafici -

In generale:

$$P = \int_0^1 dx (xp) [u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s}] + P_g$$

Qual è la frazione d'impulso trasportata dai gluoni?

$$\varepsilon_g \equiv \frac{P_g}{P} \Rightarrow 1 - \varepsilon_g = \int_0^1 dx x [u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s}]$$

Le distribuzioni u, \bar{u} ecc. hanno davanti dei coefficienti. Ricordiamo che:

$$\int_0^1 dx F_2^{ep}(x) = \frac{4}{9} \int_0^1 dx x (u + \bar{u}) + \frac{1}{9} \int_0^1 dx x (d + \bar{d})$$

(Abbiamo tolto il contributo di s, \bar{s} , perché è basso e comunque legato ai quark di mare).

Sperimentalmente:

$$\int_0^1 dx F_2^{ep}(x) = 0.18$$

$$\int_0^1 dx F_2^{en}(x) = 0.12$$

$$\left. \begin{aligned} 0.18 &\equiv \frac{4}{9} \epsilon_U + \frac{1}{9} \epsilon_d \\ 0.12 &\equiv \frac{4}{9} \epsilon_d + \frac{1}{9} \epsilon_U \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \text{Trovo:} \\ \epsilon_d &= 0.18 \\ \epsilon_U &= 0.36 \end{aligned}$$

(Avevo chiamato: $\int_0^1 dx \times (u + \bar{u}) \equiv \epsilon_U$ ed idem per ϵ_d).

Allora:

$$(1 - \epsilon_g) = \epsilon_U + \epsilon_d \Rightarrow \epsilon_d = 0.41$$

(trascurando sempre s ed \bar{s}).

Il contributo dei gluoni è tutt'altro che trascurabile!

- Il modello a quark costituenti FUNZIONA
- I partoni sono fermioni:
- I partoni sono LEGATI da un numero molto alto di gluoni, ciascuno dei quali trasporta una piccolissima frazione di impulso (vedi plot n. 3).

Aumentando l'energia del processo, non si aumenta l'energia dello stato finale, bensì aumentiamo il NUMERO di particelle nello stato finale (meccanismo a jet).

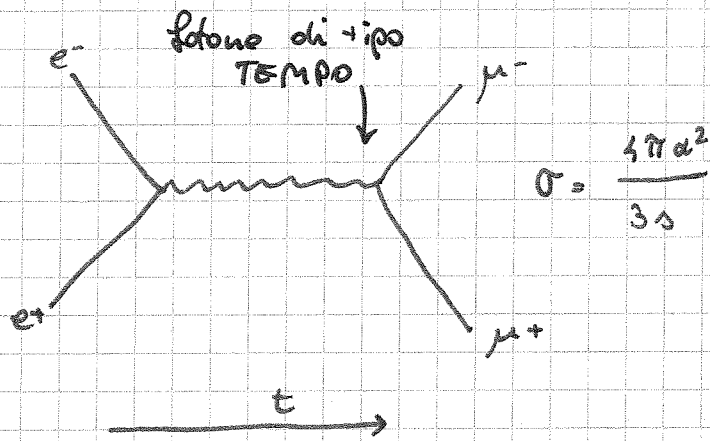
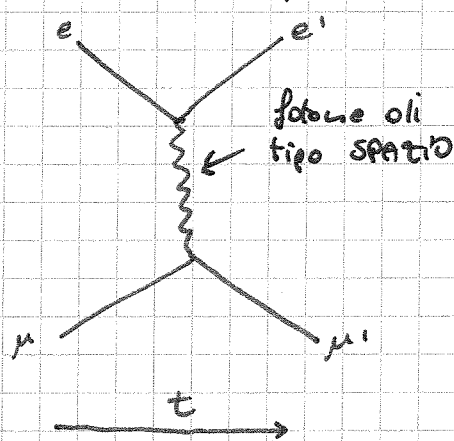
N.B.: il meccanismo è paragonabile a ciò che succede quando un e^- passa nella materia: aumentando l'energia, aumenta il numero di ionizzazioni.

Prima di iniziare le interazioni deboli, vediamo cosa succede nei processi e^+e^- ad alta energia.

$$\frac{4\pi\alpha^2}{3s} = \frac{4\pi\alpha^2}{3q^2} = \sigma_{e^+e^-}$$

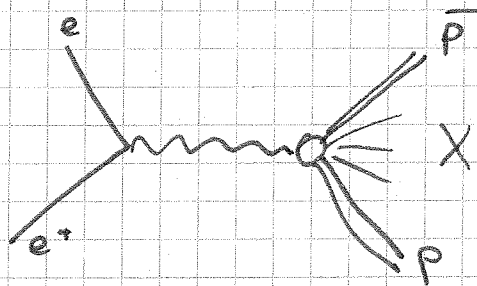
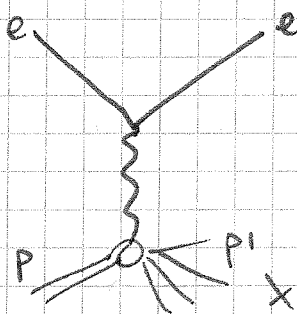
Se $E_{e^+} = E_{e^-}$, $s = 4E^2$. Cerchiamo di coprire le analogie con quanto abbiamo visto.

$$e^+ e^- \longrightarrow \mu^+ \mu^-$$



Analogamente: $e^+ e^- \longrightarrow p \bar{p}$

Questo è usato per studiare i fattori di forma nella regione space-like e time-like (in questa regione \exists energia di soglia!).



In questo caso:

$$\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \sum_i e_i^2$$

Però i quark appartengono al gruppo $SU(3)$ di colore \Rightarrow devo moltiplicare per il numero di colori $N_c = 3$:

$$\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} 3 \sum_i e_i^2$$

Quindi:

$$R \equiv \frac{\sigma_H}{\sigma_{\mu^+\mu^-}} = 3 \sum_i e_i^2$$

Nella regione di energia dove sono accessibili solo i quark leggeri (u, d, s), R vale 2 -

Quark accessibili:	R
u d s	2
u d s c	$2 + 3\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{10}{3}$
u d s c b	$\frac{11}{3}$

- Vedi grafico R -

INTERAZIONI DEBOLI

Al 3° anno abbiamo visto il decadimento β . Cos'è che è instabile? Il nucleo.

$$\alpha \rightarrow \Delta Z = 2, \quad \Delta A = 4$$

$$\gamma \rightarrow \Delta Z = 0, \quad \Delta A = 0$$

$$\beta \rightarrow \Delta Z = 1, \quad \Delta A = 0$$

Esperimento di Wu:

Misurando la direzione di emissione dei γ si misurava la polarizzazione verticale del ^{60}Co .

Il contatore di e^- è longitudinale mostra che la quantità di e^- emessi in avanti è legata alla polarizzazione del ^{60}Co .

L'esperimento mostra che la parità non si conserva.

Lo stesso esperimento mostra anche che la violazione di parità è massima $\Leftrightarrow \vec{\sigma} \cdot \vec{p}(\nu) = 1^-$.

Esperimento di Goldhaber: i ν hanno elicità definita.

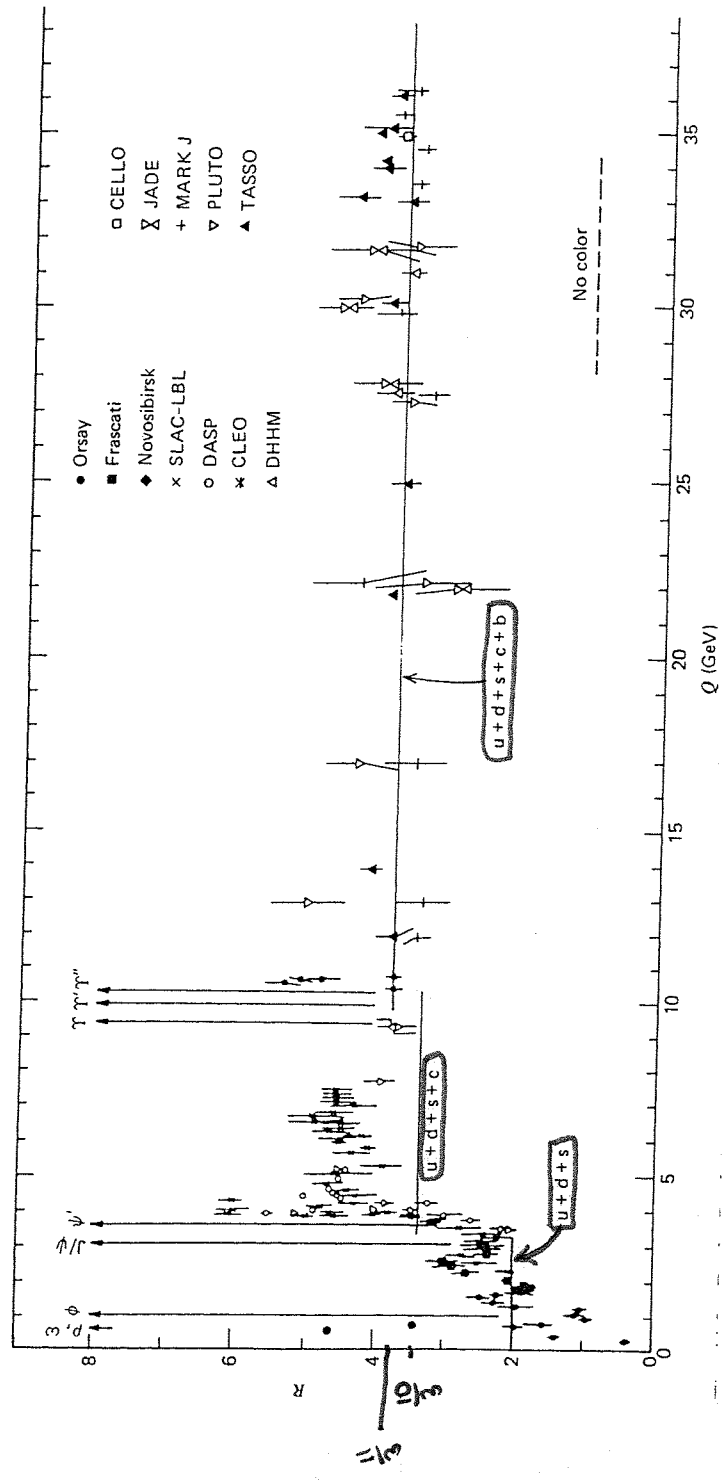
\Rightarrow l'interazione è del tipo V-A o V+A.

Per l'elettrone invece c'è solo interazione V. Non ha elicità definita.

L' e^- si comporta come il ν solo quando l'int. è debole.

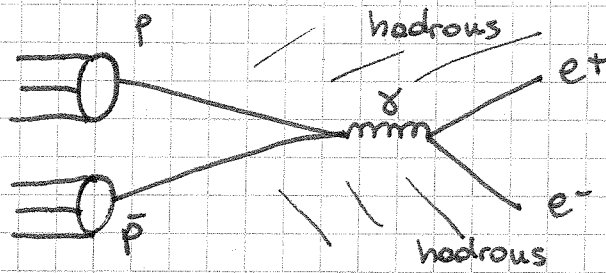
Sotto il GeV c'è produzione di π^+ , π^- , e crescendo altri mesoni - de risorse s e w sono indistinguibili su questa scala - Ma il continuo (lo "medio" sotto la risonanza) vale circa 2, come atteso) - Allo soglia del c il continuo sale. Ma questo non è molto popolato di risonanze. Comunque, "continuo" $\geq \frac{10}{3}$ - Sopra il b, $R \rightarrow \frac{11}{3}$. NB.: a 90 GeV ci sarà la Z - si apriranno altri canali ed il regime cambierà: la Z non è un fotone virtuale -

Un altro canale sarà aperto dal TOP.



24/04/2012

Un processo di Brem - Yahn è un processo del tipo:



I quark che danno luogo al processo possono essere di valenza o di mare.

La coppia e^+e^- avrà i numeri quantici del fotone (1^{--}), ma è uno stato massivo: questa coppia e^+e^- è un mesone vettoriale. Dal punto di vista sperimentale questo cosa comporta?

Un modo molto semplice per andare a cercare nuovi mesoni vettoriali è usare processi di questo genere: pp o $p\bar{p}$. È un processo più vantaggioso rispetto all'uso di fasci e^+e^- :

$e^+e^- \rightarrow$ lo stato finale ha massa esattamente \sqrt{s}

$p\bar{p} \rightarrow$ ha anche altri prodotti.

Con collideri e^+e^- dobbiamo variare l'energia del collider passo passo per esplorare nuove zone, e c'è molta probabilità di "perdere" alcune risonanze molto strette (tipo $J/\psi: \Gamma \sim \text{keV}$).

Nel caso dei protoni, la massa invariante del mesone si trova in un continuo: i due quark che hanno annichilito hanno impulso x_1P e x_2P , con $x_1, x_2 \in (0, 1)$. Lo spettro esplorabile è molto più ampio. D'altra parte, gli stati finali adronici sono molto "sponchi": non tutto si riesce a rivelare.

Per andare a cercare nuovi stati mesonici conviene:

- Usare collisionatori adronici
- Andare a cercare stati finali leptonici

Gli stati che decadono in leptoni sono in assoluto i più "puliti" (più facilmente ricostruibili): vedi ricerca dell'Higgs: $H \rightarrow 4\ell$ è il canale che si vuole usare.

Che energia occorre per cercare uno stato 1^{--} di massa M ? Esempio: energia SPS alla scoperta dello Z_0 ($M_{Z_0} = 90 \text{ GeV}$) = 450 GeV .

Collisione protone - protone \Rightarrow non può esserci annichilazione $q - \bar{q} \Rightarrow$ il processo avviene tramite i gluoni, cioè con $x \rightarrow 0 \Rightarrow$ stato finale: $M \sim \frac{1}{10} \div \frac{1}{9} E_{iniz}$.

\Rightarrow LHC a 7 TeV può trovare al max stati da 1 TeV: è altamente improbabile che trovi nuove particelle ad esempio supersimmetriche.

L'impulso del singolo protone è tanto più basso quanto è più grande il numero di essi che entra in gioco nella interazione - il gluone irraggia e fa coppie \Rightarrow ci sono MOLTE particelle al giro - È assai poco probabile che due di esse prendano parecchio impulso e vadano a creare uno stato a grande massa.

Le strade sono 2:

- aumentare l'energia
- aumentare L

Nel primo caso aumenta però anche il numero di gluoni, nel secondo il background \Rightarrow ci sono limiti intrinseci.

Per studiare le risonanze occorre molta statistica, che non avremo mai in una macchina adronica. Ad es.: se LHC trova l'Higgs, diciamo con una 10ina di eventi, per studiarlo si renderebbe necessario costruire un collisionatore leptonic che produca eventi più puliti \Rightarrow statisticamente, ne riveleremo di più.

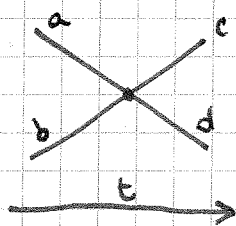
Passiamo alla interazione debole. Ci preoccuperemo di saper fare i conti.

INTERAZIONI DEBOLI

Abbiamo visto a Teoria 1 le interazioni "puntiformi" alla Fermi, cioè le interazioni corrente - corrente.

Ad esempio:

$ab \rightarrow cd$



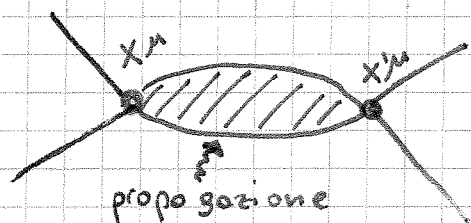
Teoria di Fermi

Nello stesso punto dello spazio-tempo avvengono sia interazione che produzione dello stato finale.

Questo viola un concetto che viene dalla fisica classica, la PROPAGAZIONE DELL'INTERAZIONE.

È lo stesso concetto che abbiamo richiamato quando abbiamo trattato lo scattering.

Concetto dell'interazione a distanza: È un "propagatore": le forze che vediamo (gravità, e.m.) agiscono a distanza. Nel caso dell'interazione e.m. ciò che si propaga da un punto all'altro dello spazio-tempo è il fotone. Da questo punto di vista, \nexists fotoni reali. I fotoni li vediamo perché fanno effetto fotoelettrico nei nostri occhi.



Se la distanza spazio-temporale tra x ed x' è molto piccola, questo si può tuttavia approssimare

con una interazione puntuale:

$$(x - x')^2 \text{ piccolo} \Rightarrow q^2 \text{ grande}$$

q^2 rappresenta la massa del mediatore dell'interazione.

M infinita \Rightarrow interazione localizzata in un punto.

$M = 0 \Rightarrow$ interazione a range infinito.

L'interazione debde deve essere mediata da uno stato a massa molto alta, perché la teoria di Fermi lo rappresenta bene (a posteriori, avendo confrontato i calcoli di Fermi con i risultati sperimentali).

Si osserva anche che l'interazione debde è una interazione tra fermioni. Queste particelle, quando sono libere, soddisfano l'equazione di Dirac \Rightarrow sono descrivibili come spinori di Dirac.

$$\psi = u e^{-ikx} \quad (\text{particella})$$

$$\psi = v e^{ikx} \quad (\text{antiparticella, o particella ad } E < 0)$$

Fatto sperimentale: la parità è violata (esp. di Wu).

N.B.: ricordiamo che

$$u(k, s) = \sqrt{E + M} \begin{pmatrix} \phi^s \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{k}}{E + M} \phi^s \end{pmatrix}$$

L'operatore di parità agisce così:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{k} \\ k \\ L \\ s \\ u(\vec{k}, s) \end{array} \right\} P \left. \begin{array}{l} -\vec{k} \\ -k \\ L \\ s \\ u(-\vec{k}, s) \end{array} \right\}$$

con: $u(-\vec{k}, s) = \sqrt{E+M} \begin{pmatrix} \phi^s \\ -\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{k}}{E+M} \phi^s \end{pmatrix} = \gamma^0(\vec{k}, s)$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

\Rightarrow γ^0 è l'operatore PARITÀ per i fermioni.

Verifichiamo che cambia anche il segno dei vettori.

Prendiamo ad esempio la parte spaziale di \vec{J}^{em} , cioè una carica per una velocità. La \vec{v} è un vettore vero, ci va bene.

$$\begin{aligned} \langle \vec{k}' s' | \vec{J}^{em} | \vec{k} s \rangle &= \langle \vec{k}' s' | P^{-1} P \vec{J}^{em} P^{-1} P | \vec{k} s \rangle = \\ &= \langle \vec{k}' s' | P^{-1} (-\vec{J}^{em}) P | \vec{k} s \rangle = \\ &= - \langle \vec{k}' s' | P^{-1} \vec{J}^{em} P | \vec{k} s \rangle \\ &= - \langle -\vec{k}' s' | \vec{J}^{em} | -\vec{k} s \rangle = - \langle k' s' | \gamma^0 \vec{J}^{em} \gamma^0 | k s \rangle \end{aligned}$$

Da questo impariamo che: $\gamma^0 \vec{J}^{em} \gamma^0 = -\vec{J}^{em}$

$\Rightarrow \gamma^0$ è l'operatore parità.

$$P = P^\dagger = P^{-1} \quad PP = 1$$

Se γ^0 è l'operatore di parità, come si comportano gli operatori con cui costruisco i miei elementi di matrice? Possono essere di vario tipo.

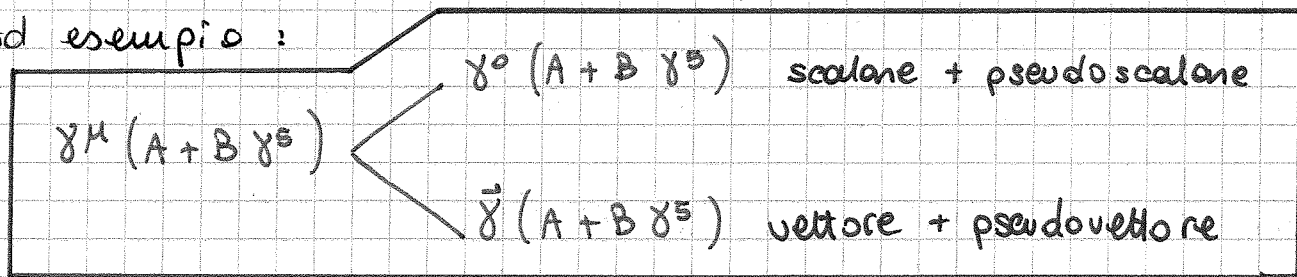
Tipo operatore	Elem. di matrice	Azione di P
scalare (1)	$\bar{u} u$	$\bar{u} u$
pseudoscalare (γ^5)	$\bar{u} \gamma^5 u$	$\bar{u} \gamma^0 \gamma^5 \gamma^0 u =$ $= u^\dagger \gamma^5 \gamma^0 u =$ $= -u^\dagger \gamma^0 \gamma^5 u =$ $= -\bar{u} \gamma^5 u$
vettore ($\vec{\gamma}$)	$\bar{u} \vec{\gamma} u$	$\bar{u} \gamma^0 \vec{\gamma} \gamma^0 u =$ $= -\bar{u} \vec{\gamma} u$
pseudovettore ($\gamma^5 \vec{\gamma}$)	$\bar{u} \gamma^5 \vec{\gamma} u$	$\bar{u} \gamma^5 \vec{\gamma} u$

Come devo costruire il mio elemento di matrice per tenere conto dei risultati di Madame Wu? A livello di modulo quadro dell'elemento di matrice, i risultati non sono invarianti sotto operazioni di parità.

Mi serve una combinazione di γ^5 e di un termine che non lo contenga.

$$A + B \gamma^5$$

Ad esempio:



Ma c'è di più - L'esperimento di Wu dice che la violazione è massima - il massimo della violazione si ha quando la parte che conserva la parità pesa quanto la parte che non la conserva: $|A| = |B|$.

L'operatore che dobbiamo usare è quindi:

$$A \cdot \gamma^\mu \cdot (1 \pm \gamma^5)$$

Come è fatto γ^5 ?

Vado a vedere l'operatore di ELICITA':

$$\tilde{\lambda} = \vec{\sigma} \cdot \hat{p}$$

Posso scrivere:

$$\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \xrightarrow{E \gg m} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E} = (\vec{\sigma} \cdot \hat{p}) \beta = \beta \tilde{\lambda}$$

Quando $E \gg m$, questa scrittura è circa uguale a β per l'operatore di elicità.

Voglio vedere cosa rappresenta γ_5 - In termini delle matrici di Dirac:

$$\gamma_5 = \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Applichiamo γ_5 ad uno spinore.

$$\gamma_5 u(\vec{p}, s) = \sqrt{E+m} \gamma_5 \begin{pmatrix} \phi^s \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \phi^s \end{pmatrix} = \sqrt{E+m} \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \phi^s \\ \phi^s \end{pmatrix}$$

Supponiamo ora di avere $E \gg m$. In questo limite:

$$\gamma_5 u(\vec{p}, s) \approx \sqrt{E+m} \begin{pmatrix} \beta (\vec{\sigma} \cdot \hat{p}) \phi^s \\ \phi^s \end{pmatrix}$$

Se inoltre $\beta \approx 1$,

$$\gamma_5 u(\vec{p}, s) \approx \sqrt{E+m} \begin{pmatrix} \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \phi^s \\ \phi^s \end{pmatrix} = \sqrt{E+m} \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \begin{pmatrix} \phi^s \\ \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \phi^s \end{pmatrix}$$

($\sigma^2 = 1$). Nel limite ultrarelativistico, γ_5 è l'operatore elicità!

Naturalmente, $\gamma_5 \gamma_5 = 1$. Prendiamo un altro operatore, $\frac{1-\gamma_5}{2}$. Applicandolo ad uno spinore. Appliciamoci davanti anche γ_5 :

$$\gamma_5 \frac{1-\gamma_5}{2} u(\vec{p}, s) = -\frac{1-\gamma_5}{2} u(\vec{p}, s)$$

$\frac{1-\gamma_5}{2} u$ è un auto stato di elicità!

Allo stesso modo:

$$\gamma_5 \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) u(\vec{p}, s) = + \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) u(\vec{p}, s)$$

$\frac{1}{2} (1 \pm \gamma_5) u$ sono autostati di elicità agli autovalori ± 1 .

$$u_L \equiv \frac{1 - \gamma_5}{2} u$$

$$u_L + u_R = u$$

$$u_R \equiv \frac{1 + \gamma_5}{2} u$$

Chiamiamo:

$$P_L \equiv \frac{1 - \gamma_5}{2}$$

$$P_R \equiv \frac{1 + \gamma_5}{2}$$

P_L e P_R sono proiettori di elicità.

Abbiamo imparato che ogni stato fermionico è somma di una componente destra e di una componente sinistra, ottenibili applicando allo spinore il proiettore corrispondente. Inoltre, accelerando un fermione fino a $\beta=1$, esso si mette (con eguale probabilità) in uno stato puro di elicità u_L o u_R .

Dall'esperimento di Goldhaber sappiamo però che il ν e l' $\bar{\nu}$ hanno elicità definite.

Questa è una prerogativa dell'interazione debole: quando scriverò lo spinore del neutrino dovrò metterci davanti un proiettore.

Ma questo vuol dire che a sua volta il ν può interagire solo con fermioni della stessa elicità.

Nelle interazioni deboli interagiscono solo i fermioni sinistri e gli antifermioni destri. (Con i neutrini)

Tipica domanda d'esame: cosa dice l'esperimento di Goldhaber? Dice che il ν è sinistra⁽⁻¹⁾ o che è DEFINITA?

Sinistra-Destra è convenzionale o è scritta in natura?

N.B. Ovviamente parliamo di ± 1 , non di R, L.

$$\tau = \frac{Q^2}{s}$$

ovviamente conosco s (conosco la macchina acceleratrice usata)

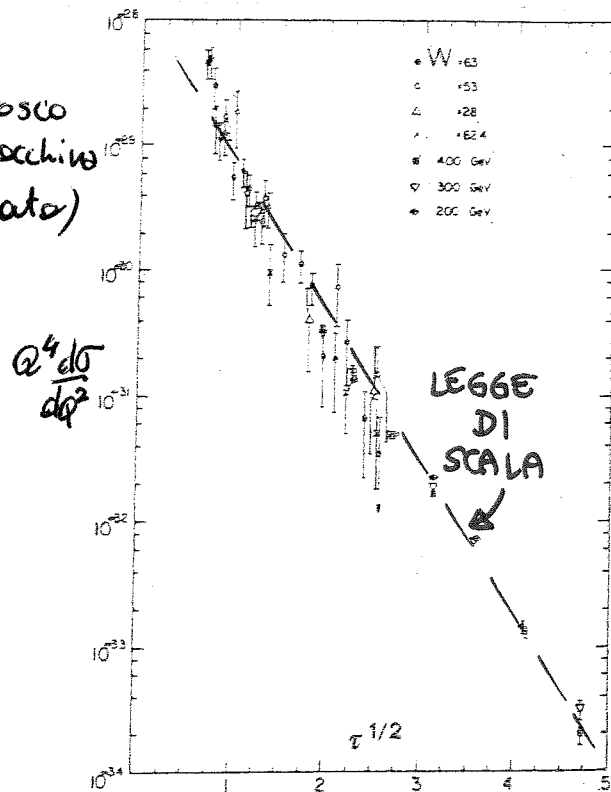
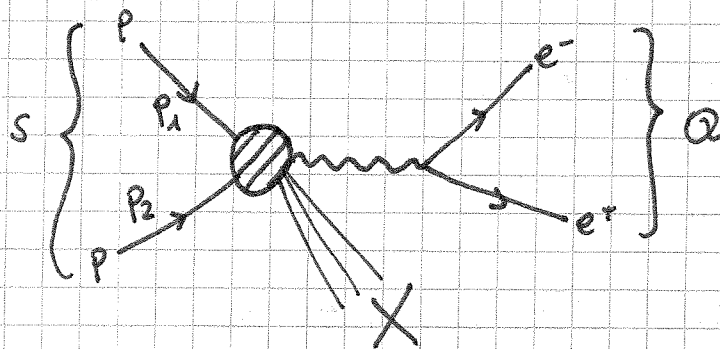


Fig. 18₁₉-Lo scaling di Drell-Yan: $M^2 ds/dM^2$ deve dipendere soltanto da $\tau = M^2/W^2$ e non dall'energia W della collisione; la figura riporta in ordinate le misure di (una quantità proporzionale a) $M^4 ds/dM^2$ a diverse energie per lo stesso τ .

Drell-Yan Process



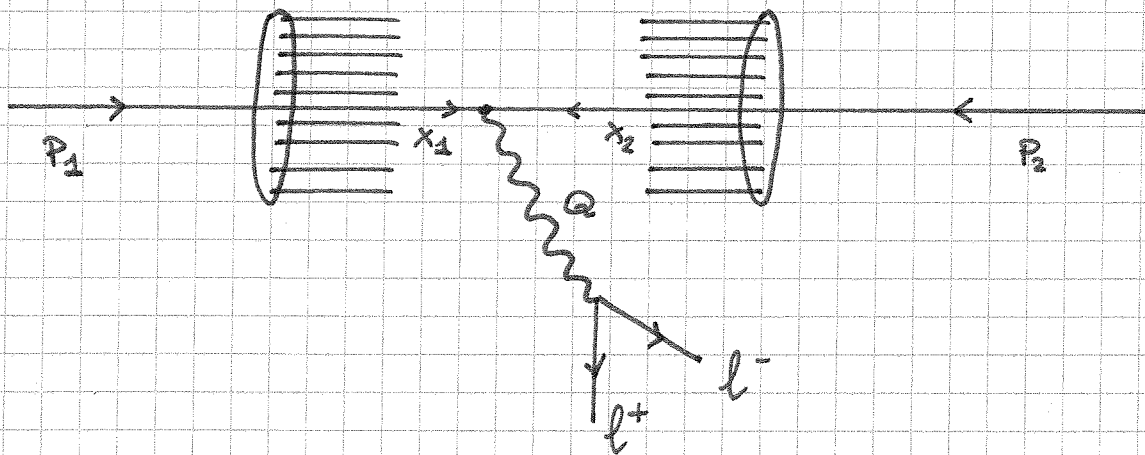
Da un evento protone-protone vengono prodotti due leptoni (rivelati) ed una quantità di altre particelle non rivelate.

Questa è una interessante applicazione del D.I.S.: ad esempio, i μ (che sono assai penetranti poiché non interagiscono forte) costituiscono una delle più usate linee di trigger per le macchine adroniche.

Supponiamo di andare ad energie molto grandi rispetto alle masse in gioco.

$$\left. \begin{array}{l} s \gg M_p \\ \Gamma \equiv \frac{Q^2}{s} \text{ finito} \end{array} \right\} \text{ modello a partoni} \Rightarrow \text{ legge di scala}$$

Una legge di scala è dovuta al fatto che \mathbb{Z} costituenti puntiformi degli adroni.



$$P_1 = (P, 0, 0, P) \quad P_2 = (P, 0, 0, -P)$$

I quark interagenti hanno impulsi $x_1 P_1$ ed $x_2 P_2$.

$$Q^2 = (x_1 P_1 + x_2 P_2)^2$$

$$\Gamma = \frac{Q^2}{s} \quad \sigma(q, \bar{q} \rightarrow l^+ l^-) = \frac{4}{3} \pi \frac{\alpha^2}{Q^2} e_i^2$$

Vogliamo calcolare

$$\frac{d^2 \sigma}{dx_1 dx_2} (pp \rightarrow l^+ l^- X)$$

Dovranno intervenire le funzioni di struttura -

$$d^2 \sigma (pp \rightarrow l^+ l^- X) = dx_1 dx_2 \dots$$

Il fotone emesso nell'annichilazione è un singoletto di colore. Quark ed antiquark devono avere lo stesso colore. Possiamo avere:

q	\bar{q}
valente	mare
mare	mare

NB.: i quark di mare trasportano x_i piccolissimi.

3 colori:

$$d\sigma(pp \rightarrow l^+ l^- X) = dx_1 dx_2 \underbrace{\left(\frac{1}{3} \frac{1}{3}\right)}_{\text{combinazioni possibili}} \cdot 3 \dots \rightarrow \text{combinazioni intergenti: } (r\bar{r}, b\bar{b}, v\bar{v})$$

[3 comb. favorevoli su 3^2 possibili.]

Dovremo implementare i flavour. \forall flavour inseriremo la sezione d'urto relativa (contenente la conica frazionaria e_i).

Chiamiamo $f_{q_i}(x_1)$ la funzione di struttura del quark "i" che trasporta $x_1 \Rightarrow f_{q_i}(x_1) dx_1$ è la probabilità che q_i porti un impulso x_1 .

$$d\sigma(pp \rightarrow l^+ l^- X) = dx_1 dx_2 \frac{1}{3} \sum_i^{N_f} \left[f_{q_i}(x_1) f_{\bar{q}_i}(x_2) + f_{q_i}(x_2) f_{\bar{q}_i}(x_1) \right] \cdot \frac{4}{3} \pi \frac{d^2}{Q^2} e_i^2$$

Vediamo la cinematica:

$$Q^2 = (P(x_1 + x_2), 0, 0, P(x_1 - x_2))^2 = P^2(x_1 + x_2)^2 - P^2(x_1 - x_2)^2 = P^2 \cdot 4x_1 x_2$$

Nell'ipotesi di masse in gioco trascurabili:

$$S = (P_1 + P_2)^2 = 2P_1 P_2 = 4P^2$$

$$\boxed{\tau = \frac{Q^2}{S} = x_1 x_2}$$

Ora bisogna esplicitare la dipendenza da Q^2 .

N.B.:

$$\begin{aligned} \sigma(pp \rightarrow l^+ l^- X) &= \iint dx_1 dx_2 \frac{d^2 \sigma(pp \rightarrow l^+ l^- X)}{dx_1 dx_2} \\ &= \iiint dx_1 dx_2 \frac{d^2 \sigma}{dx_1 dx_2} \underbrace{dQ^2 \delta(Q^2 - S x_1 x_2)} \end{aligned}$$

Vogliamo arrivare ad una espressione per $d\sigma/dQ^2$.

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \int dx_1 dx_2 \frac{d^2 \sigma}{dx_1 dx_2} \frac{S \delta(\tau - x_1 x_2)}{S}$$

N.B.: Infatti:

$$\delta(f(z)) = \frac{\delta(z-z_0)}{\left| \frac{\partial f}{\partial z} \right|_{z=z_0}}$$

$$\delta(\tau - x_1, x_2) = \frac{\delta(Q^2 - S x_1, x_2)}{\left| \frac{\partial \tau}{\partial Q^2} \right|_{\tau = \frac{Q^2}{S}}} = S \delta(Q^2 - S x_1, x_2)$$

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \int \frac{d^2\sigma}{dx_1 dx_2} \frac{x_1 x_2}{Q^2} \delta(\tau - x_1, x_2) dx_1 dx_2$$

Sostituiamo a $d^2\sigma$ la quantità che abbiamo trovato.

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{\pi}{9} \alpha^2 \frac{4}{Q^4} \iint dx_1 dx_2 \sum_{i=1}^{N_f} \left[f_{q_i^+}(x_1) f_{q_i^-}(x_2) + f_{q_i^-}(x_1) f_{q_i^+}(x_2) \right] e_i^2 x_1 x_2 \delta(\tau - x_1, x_2)$$

Le f_{q_i} sono funzioni estraibili dagli esperimenti sul D.I.S.

Ad oggi, non le abbiamo. Quello che vogliamo verificare

è lo scaling: $\frac{d\sigma}{dQ^2} Q^4 = f(\tau)$ -

NB.: PARTONI PUNTI FORMI



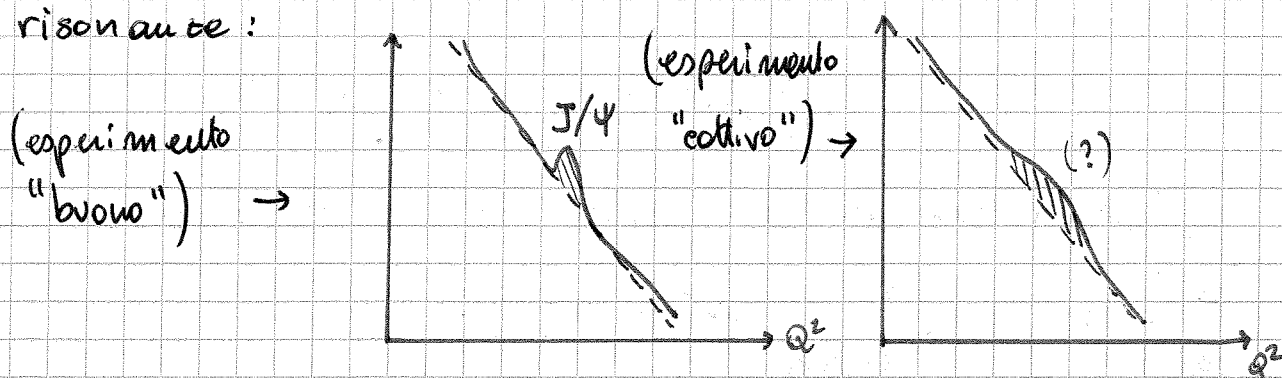
≠ LUNGHEZZA CARATTERISTICA



LEGGE DI SCALA: LE QUANTITÀ FISICHE NON DIPENDONO DA

ALCUNA LUNGHEZZA.

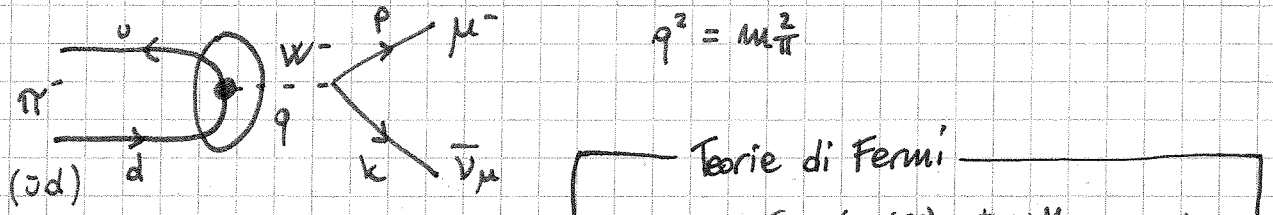
NB: se guardessimo l'andamento di $d\sigma$ in funzione di Q^2 , vedremmo un andamento tipo legge di scala con alcune risonanze:



Supponiamo che la risonanza abbia una lunghezza molto piccola - (La lunghezza è comunque data dalla risoluzione sperimentale finita) -

Calcoliamo ora uno dei (pochi) processi da tipica domanda d'esame -

$$\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$$



Abbiamo visto a lezione che: $H_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} (J_\mu^{(r)} J^{+(e)\mu} + \text{h.c.})$
 Abbiamo anche visto che il propagatore ha massa molto alta \Rightarrow l'interazione è quasi puntiforme.

Vogliamo ricavare l'elemento di matrice M di questo processo -
 Come si passa dalla corrente H_{eff} all'elemento di matrice? Sapiamo che:

Come distinguere se una interazione è mediata da γ o z^0 (ad es. $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$)?

- γ : $\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto 1 + \cos^2\theta^*$
- z^0 : parità non conservata, altra distribuzione angolare

Dalla distribuzione sperimentale si può risalire al mediatore.

$$M = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{u}(p) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v(k) \cdot [\dots]$$

Dobbiamo contrarre questa quantità con qualcosa per renderla Lorentz-invariante. Serve un quadrivettore da contrarre con γ^μ . Cosa abbiamo a disposizione? q_μ - Non abbiamo altri quadrivettori "indipendenti" - In generale:

$$f(q^2) q_\mu$$

Nel nostro caso, $q^2 = m_\pi$, ed $f(q^2)$ diventa un c-numero a cui diciamo il nome f_π .

$$M = \frac{G_F}{\sqrt{2}} f_\pi \bar{u}(p) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) v(k) q_\mu$$

$$d\Gamma = \frac{1}{2m_\pi} |M|^2 d\phi^{(2)}$$

Per prima cosa:

$$M M^\dagger = \frac{G_F^2}{2} |f_\pi|^2 \bar{u}(p) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) v(k) q_\mu \bar{v}^\dagger(k) (1 - \gamma_5)^\dagger \gamma^{\alpha\dagger} u^\dagger(p)$$

$$q_\mu = k_\mu + p_\mu$$

$$\begin{aligned} M M^\dagger &= \frac{G_F^2}{2} |f_\pi|^2 (k+p)_\mu \bar{u}(p) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) v(k) (k+p)_\alpha \bar{v}^\dagger(k) (1 - \gamma_5)^\dagger \gamma^{\alpha\dagger} u^\dagger(p) \\ &= \frac{G_F^2}{2} |f_\pi|^2 (k+p)_\mu \bar{u}(p) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) v(k) \bar{v}^\dagger(k) \gamma^0 (1 - \gamma_5) \gamma^0 \gamma^\alpha u^\dagger(p) (k+p)_\alpha \\ &= \frac{G_F^2}{2} |f_\pi|^2 (k+p)_\mu \bar{u}(p) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) v(k) \bar{v}^\dagger(k) (1 + \gamma_5) \gamma^\alpha u^\dagger(p) (k+p)_\alpha \end{aligned}$$

Implementiamo l'equazione di Dirac:

$$k \not{v}(k) = 0, \quad \not{p} u(p) = m u(p)$$

Otteniamo:

$$M M^\dagger = \frac{G_F^2}{2} |f_\pi|^2 m_\mu^2 \bar{u}_\alpha(p) (1 - \gamma_5) \not{v}(k) \bar{v}^\dagger(k) (1 + \gamma_5) u_\beta(p)$$

Questa quantità è un numero. (Un c-numero).

Vogliamo solo calcolare la vita media del $\pi \Rightarrow$ sommiamo sugli spin del μ e del ν , che non ci interessano.

$$M M^\dagger = \frac{G_F^2}{2} |f_\pi|^2 m_\mu^2 \sum_{s_\mu} \sum_{s_\nu} \bar{u}(p) (1 - \gamma_5) \not{v}(k) \bar{v}^\dagger(k) (1 + \gamma_5) u(p)$$

Esperimento di Goldhaber $\Rightarrow h = -1$ ($\leftarrow_{s_\nu} \xrightarrow{k}$).

Il neutrino è sinistro e l'antineutrino è destro.

La somma su 2 polarizzazioni del ν non è sbagliata:

il ν destro non partecipa comunque all'interazione.

$$M M^\dagger = \frac{G_F^2}{2} |f_\pi|^2 m_\mu^2 \text{Tr} \left\{ \sum u \bar{u} (1 - \gamma_5) \sum v \bar{v} (1 + \gamma_5) \right\}$$

$$= \frac{G_F^2}{2} |f_\pi|^2 m_\mu^2 \text{Tr} \left\{ (\not{p} - m_\mu) (1 - \gamma_5) \not{k} (1 + \gamma_5) \right\}$$

$$= \frac{G_F^2}{2} |f_\pi|^2 m_\mu^2 \text{Tr} \left\{ (\not{p} - m_\mu) \not{k} \not{p} (1 + \gamma_5) \right\}$$

$$M M^\dagger = G_F^2 |f_\pi|^2 m_\mu^2 \text{Tr} \{ \mathcal{P} \mathcal{K} \}$$

(per le regole sulle tracce delle matrici γ).

$$\begin{aligned} M M^\dagger &= G_F^2 |f_\pi|^2 m_\mu^2 4 (P.K) \\ &= G_F^2 |f_\pi|^2 m_\mu^2 2 (m_\pi^2 - m_\mu^2) \end{aligned}$$

Bene - A questo punto:

$$d\Gamma = \frac{1}{2m_\pi} G_F^2 |f_\pi|^2 m_\mu^2 2(m_\pi^2 - m_\mu^2) d\phi^{(2)}$$

$$d\phi^{(2)} = (2\pi)^4 \delta^4(P_f - P_i) \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2p^0} \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2k^0}$$

$d\phi^{(2)}$ è adimensionale - $G_F = 10^{-2} m_p^{-2}$ - Il tutto deve avere le dimensioni di una massa $\Rightarrow [f_\pi] = m$.

Come stima possiamo imporre: $f_\pi \equiv m_\pi$.

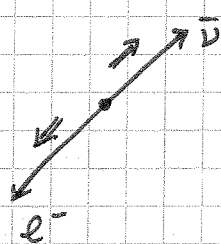
$$\int d\phi^{(2)} = \frac{1}{8\pi} \left[1 - \left(\frac{m_\mu}{m_\pi} \right)^2 \right]$$

$$\Gamma = \frac{G_F^2}{2} |f_\pi|^2 m_\mu^2 m_\pi \left(1 - \frac{m_\mu}{m_\pi} \right)^2 \frac{1}{8\pi}$$

Sostituendo $f_\pi \equiv m_\pi$ il valore di Γ è consistente con i dati sperimentali -

$$\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = \left(\frac{m_e}{m_\mu} \right)^2 \left[\frac{1 - \left(\frac{m_e}{m_\pi} \right)^2}{1 - \left(\frac{m_\mu}{m_\pi} \right)^2} \right]^2 = 10^{-4}$$

Lo spazio delle fasi favorirebbe il processo $\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$.



\vec{J} deve essere $= 0$.

Il leptone deve quindi essere right-

Ma nel limite di massa piccola il

leptone tende ad essere sinistro -

Quanto più è piccola la massa del leptone, tanto più il processo è sfavorito (soppressione per elicità).

La chiralità è la componente dello spin lungo la direzione del moto: l'op. di chiralità è il

proiettore $\frac{1 \pm \gamma_5}{2}$.

d'ELICITÀ si riferisce agli autostati a massa nulla.

Qualsiasi fermione è decomponibile in due componenti a chiralità opposte. Nel caso abbia massa trascurabile si dice che la particella si trova in un autostato di elicità.

Posso invece in ogni caso definire la chiralità di un fermione, usando l'operatore di proiezione.

Fatto sperimentale: ν e $\bar{\nu}$ hanno elicità definita ed opposta. È una questione di pura dinamica, propria dell'interazione debole (attraverso cui è possibile rivelare i neutrini), non ha nulla a che fare con l'algebra.

N.B. Un eventuale e^- a massa nulla ha due stati di chiralità, ma non è AUTOSTATO DI ELICITÀ,

perché interagisce anche e.m. Idem per il quark:

per queste particelle non è possibile definire a priori l'elicità, perché sono possibili entrambi gli stati (LH e RH).

— Conseguenze —

Per un leptone carico che accoppia al ν (o al $\bar{\nu}$) solo una delle due componenti è possibile. Scrivo in fatti: il neutrino come un campo fermionico proiettato:

$$\psi' = \left(\frac{1 \pm \gamma_5}{2} \right) \psi$$

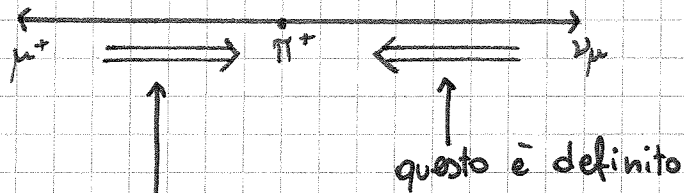
Cosa succede all'elemento di matrice?

$$J_{\mu}^{\pi} = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}(k, s) \gamma^{\mu} \left(\frac{1 + \gamma_5}{2} \right) v(k', s') \quad (\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_{\mu})$$

v è lo spinore generico, $\left(\frac{1 + \gamma_5}{2} \right)$ lo proietta.

Prendiamo il processo

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_{\mu}$$



questo è dovuto al fatto che $J_{\pi} = 0$

Se invece del μ ci fosse un elettrone, cioè un leptone a massa quasi nulla, la componente prevalente dello spin sarebbe opposta.

e^+ massa nulla, int. debole \Rightarrow è un autostato di elicità
 \Rightarrow forte regola di selezione: $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e$ è soppresso, perché non si conserverebbe lo spin iniziale.



A che livello è violata la conservazione del momento angolare? Il proiettore è $\vec{\sigma} \cdot \vec{\beta}$ e se $m = 0$ $\beta = 1$ ed è massimamente violata \Rightarrow violazione della cons. del momento angolare a livello β .

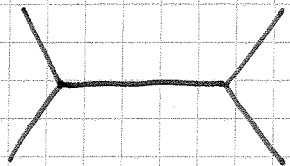
Possiamo anche fare previsioni, ad es.:

$$\beta^{\pm} \begin{cases} \rightarrow e^{\pm} \nu & \text{soppresso } \propto \frac{m_e}{m_{\nu}} \\ \rightarrow \mu^{\pm} \nu & \text{soppresso } \propto \frac{m_{\mu}}{m_{\nu}} \\ \rightarrow \tau^{\pm} \nu & \text{accade} \end{cases}$$

La scorsa lezione abbiamo visto questi processi nella teoria di Fermi. Come costante d'accoppiamento abbiamo usato $\frac{G_F}{\sqrt{2}} \sim 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$.

La costante di accoppiamento è piccola, ammette sviluppo perturbativo \Rightarrow il modo più semplice per descrivere un processo è trattarlo a livello albero.

In generale l'interazione si propaga tra due punti (interazione a distanza) dello spazio-tempo:



Come si scrive il propagatore?

Per l'interazione e.m. avevamo partiti da:

$$\mathcal{L}_{\text{free}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = J^\nu A_\nu$$

Per definire il propagatore avevamo usato l'equazione del moto:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = J^\nu \quad \Rightarrow \quad \square A^\nu - \partial_\mu \partial^\mu A^\nu = J^\nu$$

$\downarrow = 0$ in gauge di Lorentz

L'invarianza di gauge del campo em è legata a due fatti:

- la carica elettrica si conserva
- $m_\gamma = 0$

Se scrivo il campo e.m. come: $A_\mu = \epsilon_\mu e^{-iq \cdot x}$

posso scegliere la gauge di Lorentz, cioè $\partial_\mu A_\mu = 0$ (figlia del fatto che $m_\gamma = 0$).

L'interazione debole è mediata da un bosone massivo (altrimenti si ridurrebbe a quella e.m.).

L'equazione del moto diventa:

$$\underline{(\square + M_W^2) W^\nu - \partial^\mu \partial^\nu W_\mu = J^\nu}$$

Stavolta non posso eliminare il termine $\partial^\mu \partial^\nu W_\mu$.

Ma posso definire:

$$\underline{M^{\mu\nu} \equiv [(\square + M_W^2) g^{\mu\nu} - \partial^\mu \partial^\nu]}$$

l'equazione diventa:

$$M^{\mu\nu} W_\mu = J^\nu \quad (\text{e.m. era: } \partial_\mu F^{\mu\nu} = J^\nu)$$

Se definiamo $W_\mu \equiv \varepsilon_\mu e^{-iqx}$ risulta:

$$M^{\mu\nu} = (-q^2 + M_W^2) g^{\mu\nu} + q^\mu q^\nu \quad (\text{in transf. di Fourier})$$

$$M^{\mu\nu} W_\mu = J^\nu$$

Il propagatore è la matrice inversa di $M^{\mu\nu}$ (nel caso e.m. era $-g^{\mu\nu}/q^2$).

• $(M^{\mu\nu})^{-1} M_{\mu\nu}$ deve essere invariante di Lorentz

$$\Rightarrow \underline{(M^{\mu\nu})^{-1} = A g^{\mu\nu} + B q^\mu q^\nu}$$

Per trovare A e B faccio il prodotto:

$$1 = M_{\mu\nu} (M^{\mu\nu})^{-1}$$

(N.B.: Cerchiamo il propagatore per scoprire se, e in quali casi, l'approssimazione di Fermi è legittima)

$$\begin{aligned} 1 &= [(-q^2 + M_W^2) g_{\mu\nu} + q_\mu q_\nu] [A g^{\mu\nu} + B q^\mu q^\nu] = \\ &= (-q^2 + M_W^2) A + B(-q^2 + M_W^2) q^2 + A q^2 + B q^4 = \\ &= \cancel{A q^2} + A M_W^2 - \cancel{B q^4} + B M_W^2 q^2 + \cancel{A q^2} + \cancel{B q^4} = \\ &= A M_W^2 + B M_W^2 q^2 = 1 \end{aligned}$$

Dimensionalmente dobbiamo avere: $B \equiv \frac{c}{M^2} A$

Quindi:

$$A M_W^2 + c A q^2 = 1$$

Voglio riottenere la forma "classica" del propagatore, $\frac{1}{q^2 - M^2}$

$$\Rightarrow \underline{c = -1}$$

$$A M_W^2 - A q^2 = 1 \Rightarrow A = - \frac{1}{q^2 - M_W^2}$$

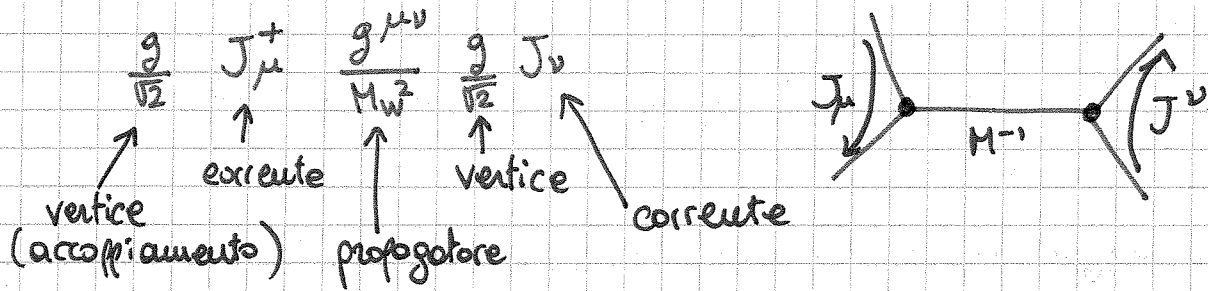
Quindi il propagatore diventa:

$$(M^{\mu\nu})^{-1} = A g^{\mu\nu} + B q^\mu q^\nu = \frac{-g^{\mu\nu} + q^\mu q^\nu / M_W^2}{q^2 - M_W^2}$$

Questo è il propagatore di un bosone vettoriale di massa M_W (rivedere i coeff. w_1 e w_2 del D.I.S.).

Supponiamo $q^2 \ll M_W^2$: $M^{-1} \xrightarrow{q^2 \ll M_W^2} g^{\mu\nu} / M_W^2$.

Per scrivere l'elemento di matrice avremo allora:



La corrente deve contenere al suo interno il fatto che stiamo considerando l'interazione debbe \rightarrow CORRENTE CHIRALE.

$$\frac{g^2}{8M_W^2} J_\mu^+ J^\nu g^{\mu\nu} \equiv G_F J_\mu^+ J^\nu g^{\mu\nu} \quad (\text{porto fuori } \frac{1}{2} \text{ ed } \frac{1}{2} \text{ dai proiettori})$$

A bassa energia (ad es. nei decadimenti) questa scrittura va bene. Devo invece sopravvivere correttamente l'interazione quando faccio esperimenti ad $s = q^2 \gtrsim M_W^2$.

"Fisica di sapore" = studio dei decadimenti del B^\pm ... \Rightarrow basta la teoria di Fermi.

Ricerca di H e $t \Rightarrow$ è necessaria la trattazione corretta.

- decadimenti particelle pesanti
 - grande s nei collider e^+e^-
- } trattazione corretta

J: p₁₂, in rapporto, di corrente (che, infatti, è una corrente $\frac{(1+\gamma^5)}{2}$)
 avvenuta nell'elemento di matrice a due:

$$M = \bar{J}_\mu^+ J_\nu = \frac{g^2}{8M_W^2} = G_F \cdot J_\mu^+ J_\nu \Rightarrow \frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}$$

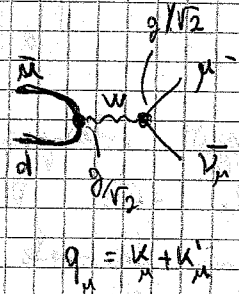
La $m_W \approx 80$ GeV, quindi è una massa piuttosto grande, la $m_{B^+} \approx 5$ GeV, quindi $m_W \gg m_{B^+}$ e si può fare l'approssimazione alla propagazione q^2 alla quale approssimazione non può essere fatta in processi con q^2 (ad es) comparabile con la massa del W^- (un esempio di processo di questo tipo è il decadimento del quark t , che ha $m_t \approx 170$ GeV, analogamente per i decadimenti degli altri Higgs).
 Nelle macchine e^+e^- , come viene il propagatore nella sua forma completa per $s \approx s_{coll} =$ keV.

Quindi avere Teo sotto della forma completa del propagatore:

- nelle macchine sottomole, quando si studiano i decadimenti di particelle massive,
- " " e^+e^- , per $s \approx$ decine di GeV.

Valutiamo $\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu)$:

$$M = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \cdot \underbrace{\bar{u}(k,s) \gamma^\mu (1+\gamma^5) v(k',s')}_{\text{CORRENTE LEPTONICA}} \underbrace{f_\pi(m_\pi^2) q_\mu}_{\text{CORRENTE DEL } \pi}$$



quindi prendo come $(K-m)u=0$ e $K'(1+\gamma^5)v=0$:
 e $\bar{u} \gamma^\mu (1+\gamma^5) v = \bar{u} \gamma^\mu v$

$$|M|^2 = \left(f_\pi^2 \cdot (k_\mu + k'_\mu) \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{u}(k,s) \gamma^\mu (1+\gamma^5) v(k',s') \right) \cdot \left(f_\pi^2 \cdot (k_\mu + k'_\mu) \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{u}(k,s) \gamma^\mu (1+\gamma^5) v(k',s') \right)^\dagger =$$

$$= \left(f_\pi \frac{G_F}{\sqrt{2}} m_\mu \cdot \bar{u}(k,s) (1+\gamma^5) v(k',s') \right) \cdot \left(f_\pi \frac{G_F}{\sqrt{2}} m_\mu \cdot \bar{u}(k,s) (1+\gamma^5) v(k',s') \right)^\dagger =$$

$$= f_\pi^2 \frac{G_F^2}{2} m_\mu^2 \cdot [\bar{u}(1+\gamma^5) v \bar{v}(1+\gamma^5) u]$$

usando $(1+\gamma^5)^2 = 1 + 2\gamma^5 + 1 = 2 \cdot (1+\gamma^5)$:

$$|M|^2 = f_\pi^2 G_F^2 m_\mu^2 \cdot (1+\gamma^5) v \bar{v} u$$

Approssimo negli stati di spin iniziale e mettiamo su quelli finali ($\sum_s u \bar{u} = K + m_\mu$, $\sum_s v \bar{v} = K'$):

$$|M|^2 = f_\pi^2 G_F^2 m_\mu^2 \cdot \text{Tr} \{ (K + m_\mu) (1+\gamma^5) K'^\dagger \} =$$

$$= f_\pi^2 G_F^2 m_\mu^2 \cdot \text{Tr} \{ K K'^\dagger \} = f_\pi^2 G_F^2 m_\mu^2 \cdot 4 (K^\mu \cdot K'_\mu)$$

• cui si ricava la larghezza di decadimento:

$$\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu) = \frac{G_F^2}{8\pi} \cdot f_\pi^2 \cdot m_\pi \cdot m_\mu^2 \cdot \left(\frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2} \right)^2$$

Le relazioni tra K e μ \bar{V} , possono esprimere le due lunghezze di decadimento:

$$\frac{\Gamma_K}{\Gamma_\pi} = \frac{f_K^2}{f_\pi^2} \frac{m_K}{m_\pi} \frac{m_\pi^4}{m_K^4} \left(\frac{m_K^2 - m_\pi^2}{m_\pi^2 - m_K^2} \right)^2$$

Se f_K e f_π nascono da legami di quark all'interno di K e di π : da $K = u\bar{s}$ e $\pi = u\bar{d}$ e d $m_s \approx m_d$, ci aspetteremo che $f_K^2/f_\pi^2 \approx 1$, ma non è così. In realtà risulta: f_K

$$\frac{f_K^2}{f_\pi^2} = 0,23 \pm 0,007$$

Questa misura è di fondamentale importanza: i quark s e u sono accoppiati all'interazione debole in modo diverso dai quark d e u , dunque esiste una matrice per gli accoppiamenti dei quark.

Esistono infatti tre quark non classificabili in doppietti; il quark s forma triplette diverse da quella di u e d , nel complesso:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} s \\ c \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} b \\ t \end{pmatrix}$$

e questi doppietti interagiscono mediante una matrice unitaria di mescolamento. La matrice di mescolamento di Cabibbo.

Valutiamo il decadimento del $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$: il ν_μ è LEFT, il μ è RIGHT, il π è $u\bar{d}$ e conserva le interazioni deboli, ovvero $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ (RIGHT), dunque la π non è conservata nelle interazioni deboli (esprimete in Matrice V_{CKM}). Per $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ (LEFT) non è conservata CP (carica-parità).

I decadimenti del π e del K (conservati come il decadimento β) sono processi deboli. In realtà, vedremo che non si conserva del tutto nemmeno CP.

Le interazioni le restano $V-A$, possono esprimere la UNIVERSALITÀ dell'interazione debole: tutti i fermioni deboli (metà) da W^\pm e da Z^0 hanno la stessa costante di accoppiamento G_F e G_F equivale alla costante della forza elettrodebole (G_F è la costante di accoppiamento per tutte le interazioni W e Z).

07/05/2012

Abbiamo visto in passato che l'int. debole, nel decadimento β , viola la parità con un termine compatibile con $\gamma^\mu (1 - \gamma_5)$, ovvero V-A.

Ma potrebbe benissimo essere anche V+A: in moltissimi casi il risultato è indifferente, Ad es. nel decadimento del π : in quel caso la corrente d'interazione è vettoriale, ed il termine in γ_5 sparisce nella traccia.

$$V \pm A \quad \gamma^\mu (1 \pm \gamma_5)$$

Il ν ha chiralità definita \Rightarrow accoppiamo con i ν solo fermioni con la chiralità giusta.

Universalità dell'interazione: l'accoppiamento di una particella o è sempre V+A o è sempre V-A.

$$u = u_L + u_R = \frac{1 - \gamma_5}{2} u + \frac{1 + \gamma_5}{2} u$$

$$J_W^\mu = \bar{u} \gamma^\mu u$$

Questa corrente fa sì che solo i corpi con stessa chiralità accoppino tra loro:

$$J_W^\mu = (\bar{u}_R + \bar{u}_L) \gamma^\mu (u_R + u_L)$$

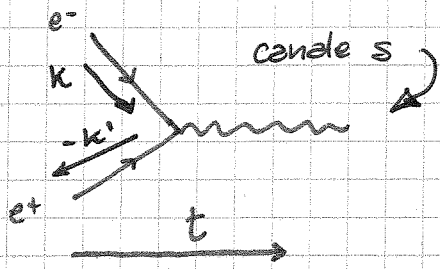
I termini misti sono nulli:

$$\bar{u}_R = \bar{u} \frac{(1 - \gamma_5)}{2} \quad \bar{u}_L = \bar{u} \frac{(1 + \gamma_5)}{2}$$

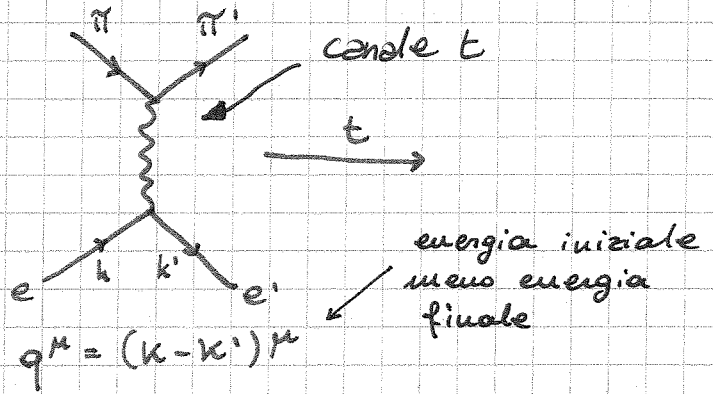
$$\bar{u}_R \gamma^\mu u_L = \bar{u} \frac{(1 - \gamma_5)}{2} \gamma^\mu \frac{(1 - \gamma_5)}{2} u = 0 = \bar{u}_L \gamma^\mu u_R$$

Nel dec. del π , che abbiamo usato per introdurre la teoria di Cabibbo, il $\pm \gamma_5$ non influisce \Rightarrow non posso usare questo esperimento per determinare se l'interazione è V+A o V-A.

Come scriviamo la corrente di transizione in un processo e^+e^- ?



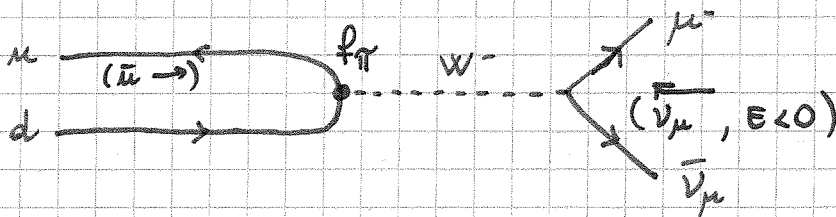
$$q^\mu = [k - (-k')]^\mu$$



$$q^\mu = (k - k')^\mu$$

(antiparticella entrante \equiv particella uscente ad energia < 0)

Per una interazione adronica:



(esp. di Steinberger (?) et. al.: solo ν_μ accoppiano ai μ).

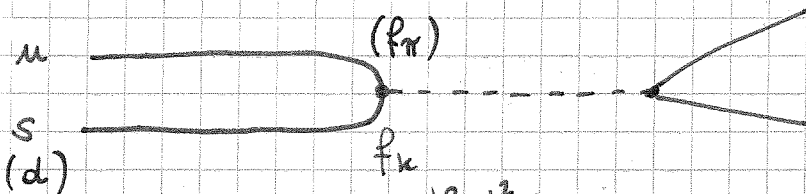
In realtà non è vero: è appena stato misurato θ_{13} (oscillazione ν).

Lo spinore che descrive il ν_μ ad $E < 0$ è $\bar{\nu}$; a questo punto lo spinore è entrante. Elicità definita \Rightarrow

$$\bar{\nu} \rightarrow \frac{1 - \gamma_5}{2} \bar{\nu}$$

Ovviamente, come visto, in questo decadimento il segno di γ_5 è influente.

Consideriamo il caso del k :

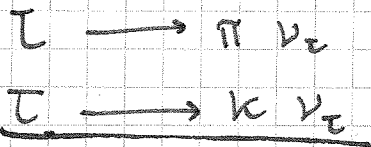


Perché il rapporto $\frac{|f_k|^2}{|f_\pi|^2}$ non fa 1? IPOTESI: \neq accoppiamento diverso tra i quark:

$$\frac{|f_\pi|^2}{|f_k|^2} \rightarrow \frac{|f_\pi|^2 |V_{ud}|^2}{|f_k|^2 |V_{us}|^2} \approx \frac{|V_{ud}|^2}{|V_{us}|^2} \approx 0.23$$

$|V_{ud}|^2$ si misura tramite il decadimento β .

$|V_{us}|^2$ si può misurare alle B-factories, che producono anche moltissimi τ :



Vediamo ora le implicazioni dell'universalità - Prendiamo un quark -

Interpretazione di Cabibbo: $0.231 = \sin \theta_c$ Angolo di Cabibbo

$$\left. \begin{aligned} e &\rightarrow \nu_e \\ \mu &\rightarrow \nu_\mu \\ \tau &\rightarrow \nu_\tau \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{costante di} \\ \text{accoppiamento} \end{array} = g$$

$$u \rightarrow d \quad g \cos \theta_c$$

$$u \rightarrow s \quad g \sin \theta_c$$

$$l \rightarrow l \quad 0 \quad (\text{accoppiam. tra leptoni} =)$$

$$q_\alpha \rightarrow q_\alpha \quad 0 \quad (\text{" " quark} =)$$

UNIVERSALITÀ: g è sempre la stessa costante.

Posso accoppiare fermioni solo in corrente carica: $|\Delta Q| = 1$.

Questo non vuol dire che i accoppiamenti in corrente neutra (l'analogo del γ dato a.e.d.), vuol dire che è un processo più complicato e che necessita di più energia di quanto ne fosse disponibile al tempo in cui è stata sviluppata questa teoria.

Scriviamo la corrente debole.

$$J_W^\mu \propto \bar{u}_L \gamma^\mu u_L$$

Per i leptoni non c'è problema. Ma per i quark, ciascuno accoppia con più di un altro quark. Per inciso: gli angoli dell'oscillazione dei ν sono un analogo leptonico dell'angolo di Cabibbo.

$$J_W^\mu \propto \frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{u}, \bar{d} \cos \theta_c + \bar{s} \sin \theta_c) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \cos \theta_c + s \sin \theta_c \end{pmatrix} \quad 213$$

↳ (lasciando fuori γ^μ)

$$= \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_L (d \cos \theta_c + s \sin \theta_c)_L$$

La matrice che abbiamo inserito in mezzo è

$$T_+ \equiv \frac{T_1 + iT_2}{2} \quad \text{avendo chiamato } T \quad T_{\pm} = \frac{1}{2} (1 \pm \gamma^5)$$

le matrici di Pauli.

Questa corrente è la più generale possibile che posso scrivere per soli 3 quarks:

$$J^{\pm} \propto \frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{u}, \bar{d} \cos \theta_c + \bar{s} \sin \theta_c)_L T^{\pm} \begin{pmatrix} u \\ d \cos \theta_c + s \sin \theta_c \end{pmatrix}_L$$

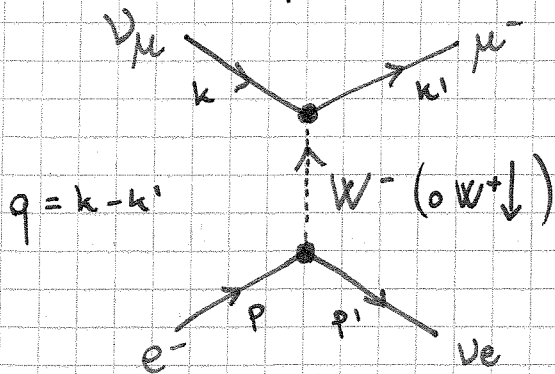
Equivale ad effettuare una rotazione di θ_c sul quark d (o sull' u , basta che un tipo di quark si rimescoli, poi c'è totale simmetria).

Abbiamo scritto J^{\pm} e J^0 ?

J^0 avrà contributi deboli ed elettromagnetici. Lo riprenderemo quando vedremo l'unificazione elettrodebole.

N.B.: Quando si parla di isospin debole s'intende la classificazione dei fermioni in doppietti. C'è uno rottura spontanea della simmetria ben descritta dal meccanismo di Higgs, dovuta alle differenze di massa dei componenti di ciascun doppietto.

Prendiamo un processo di soli leptoni.



Posso trattare l'interazione alla Fermi?

$$q^2 < 0$$

Posso usare l'approssimazione di Fermi se il momento

trasferito è piccolo: $|q^2| \ll M_W^2$

Lo scattering può anche essere ad alta energia, basta che sia piccolo q^2 .

Scriviamo l'ampiezza del processo:

$$|\mathcal{F}|^2 \equiv \frac{G_F}{\sqrt{2}} M_{\mu\nu} E^{\mu\nu}$$

$$M_{\mu\nu} = \bar{u}_\nu(k) \delta_\mu (1 - \gamma_5) u_\mu(k') \bar{u}_\mu(k') \delta_\nu (1 - \gamma_5) u_\nu(k)$$

La condizione di completezza restituisce k e $k' - m_\mu$,
ma voglio vedere un processo ad alta energia \Rightarrow trascuro
le masse dei leptoni - Otteugo:

$$M_{\mu\nu} = \text{Tr} \left\{ k \delta_\mu (1 - \gamma_5) k' \delta_\nu (1 - \gamma_5) \right\} = \\ = 2 \text{Tr} \left\{ k \delta_\mu k' \delta_\nu (1 - \gamma_5) \right\}$$

In modo analogo posso scrivere $E^{\mu\nu}$:

$$E^{\mu\nu} = \text{Tr} \left\{ P \gamma^\mu P' \gamma^\nu (1 - \gamma_5) \right\}$$

C'è un fattore 2 di differenza: l' e^- ha 2 possibili stati
di polarizzazione, ν_μ solo uno - stato iniziale: $e + \nu_\mu$

Calcoliamo $M_{\mu\nu}$: termine analogo alla QED.

$$M_{\mu\nu} = 2 \text{Tr} \left\{ k \delta_\mu k' \delta_\nu \right\} - 2 \text{Tr} \left\{ k \gamma_\mu k' \delta_\nu \gamma_5 \right\}$$

Questo processo non è "cieco" al segno di γ_5 !

$$M_{\mu\nu} = 8 \left[(k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu + \frac{q^2}{2} g_{\mu\nu}) - i \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k^\alpha k'^\beta \right]$$

Vediamo l'altro:

$$E^{\mu\nu} = 4 \left[(P^\mu P'^\nu + P^\nu P'^\mu + \frac{q^2}{2} g^{\mu\nu}) - i \epsilon^{\mu\nu\gamma\delta} P'_\gamma P_\delta \right]$$

Se la massa del muone è nulla, $q^\mu M_{\mu\nu} = 0$, ($m_\mu \sim 0$)

Verificando, ricordando che $q^\mu = (k - k')^\mu$.

Sostituisco al posto di P' ($P + q$) - Otteugo:

$$E^{\mu\nu} = 4 \left[(2P^\mu P^\nu + \frac{q^2}{2} g^{\mu\nu}) - i \epsilon^{\mu\nu\gamma\delta} P_\gamma q_\delta \right]$$

Gli altri termini non danno contributo - Svolgiamo il
calcolo.

$$P^2 = 0$$

$$k \cdot k' = - \frac{q^2}{2} = - t/2$$

$$k \cdot P = s/2$$

$$k' \cdot P = - u/2$$

$$s + t + u = \sum_i m_i^2 \approx 0 \quad \text{in questa approssimazione}$$

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} = \begin{cases} 1 & \text{se } \epsilon_{0123} \text{ o perm. pari} \\ -1 & \text{se } \epsilon_{1023} \text{ o " di speri} \\ 0 & \text{se c'è un indice ripetuto} \end{cases}$$

$$\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} = \begin{cases} \begin{pmatrix} -1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} & \text{" " " " (si prende un "-" per} \\ 0 & \text{" " " " ogni indice spaziale che} \\ & \text{sale)} \end{cases}$$

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^{\mu\nu\gamma\delta} = 2! \times \det \begin{bmatrix} \delta_{\alpha}^{\gamma} & \delta_{\alpha}^{\delta} \\ \delta_{\beta}^{\gamma} & \delta_{\beta}^{\delta} \end{bmatrix}$$

$$g_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = 4$$

Fare il calcolo - Abbiamo utilizzato lo schema V-A,

ed abbiamo: $M_{\mu\nu} \sim A - B$, $E^{\mu\nu} \sim C - D$. Se

avessimo usato V+A avremmo avuto: $M_{\mu\nu} \sim A+B$ e

$E^{\mu\nu} \sim C+D$. Facendo il prodotto $M_{\mu\nu} E^{\mu\nu}$ NON CAMBIA

NULLA! Nemmeno questo processo può essere usato per

stabilire se l'interazione debole è V-A o V+A.

$$M_{\mu\nu} E^{\mu\nu} = 16 \left\{ -2us + t^2 - t(s-u) \right\}$$

$$t = -(s+u) \Rightarrow t^2 = s^2 + u^2 + 2us$$

$$M_{\mu\nu} E^{\mu\nu} = 16 \left\{ s^2 + u^2 + s^2 - u^2 \right\} = 32 s^2$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{16\pi} \frac{G_F^2}{2} \frac{1}{s^2} 32 s^2 = \frac{G_F^2}{\pi}$$

N.B.: t è la variabile di Mandelstam, non il tempo.

$d\sigma/dt$ è una costante, e misurarla mi dà la costante di Fermi G_F !

$$d\sigma = \frac{G_F^2}{\pi} dt \Rightarrow \sigma = \frac{G_F^2}{\pi} t$$

Im ^{CM} STAB: $t = -2p^2(1 - \cos\theta)$

Se integriamo nell'angolo: $\sigma = 4 \frac{G_F^2}{\pi} p^2$

$$p^2 = \frac{s}{4}$$

Scrivendo s con le variabili di SLAB otteengo:

$$p^2 = \frac{1}{4} [m_{\nu}^2 + m_e^2 + 2 m_e E_{\nu}] \approx \frac{1}{2} m_e E_{\nu}$$

m_e è molto piccola \Rightarrow questa sezione d'urto è piccola.

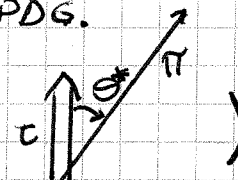
$$\sigma = \frac{2G_F^2}{\pi} m_e E_{\nu}$$

Questa sezione d'urto è PROPORZIONALE all'energia del neutrino!

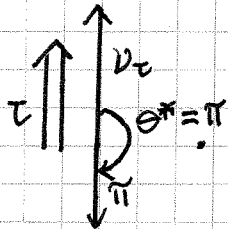
08/03/12

Esercizio a casa: calcolare $\Gamma(\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_{\tau})$

e $\frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_{\tau})}{\Gamma(\tau^- \rightarrow \mu^- \nu_{\tau})}$ e confrontare col PDG.

Calcoliamo anche $\frac{d\Gamma(\tau \rightarrow \pi \nu)}{d\cos\theta^*}$ ()

e studiare se è possibile avere



Implementare la conservazione del momento angolare. Troveremo: $\cos\theta^* = -1 \Rightarrow \frac{d\Gamma}{d\cos\theta} = 0$

\Rightarrow Troveremo probabilmente $\frac{d\Gamma}{d\cos\theta} \propto 1 + \cos\theta$.

Introduciamo la MATRICE DENSITA' per spin $1/2$.

Supponiamo $\vec{\xi}$ versore di polarizzazione nel s.d.r.

di quiete - Introduciamo un 4-vettore W^{μ} in SLAB

che nel s.d.r. di quiete coincide con $\vec{\xi}$:

$$W \cdot P = 0 \quad (\text{richiesta})$$

$$W^{\mu*} = (0, \vec{\xi}) \quad \text{nel sdr a riposo}$$

Facciamo un boost:

$$W^0 = \gamma \beta \xi_{\parallel} = \frac{\vec{p} \cdot \vec{\xi}}{m}$$

La parte ortogonale sarà un invariante.

$$\vec{W}_\perp = \vec{S}_\perp = \vec{S} - \left(\vec{S} \cdot \frac{\vec{p}}{p} \right) \frac{\vec{p}}{p}$$

$$\vec{W}_\parallel = \gamma \left(\vec{S}_\parallel + \beta \mathcal{P} \right) = \gamma \left(\frac{p_z}{p} \cdot \vec{S} \right) \frac{p_z}{p}$$

$$W^\mu = \left(\frac{\vec{S} \cdot \vec{p}}{m}, \vec{S}_\parallel + \frac{(\vec{S} \cdot \vec{p}) \vec{p}}{m(p^0 + m)} \right)$$

Gli autostati di elicità sono individuati da:

$$\vec{S} = \lambda \frac{\vec{p}}{p} \quad \lambda = \pm 1$$

e W^μ vale:

$$W^\mu_\lambda = \lambda \left(\frac{p}{m}, \frac{\vec{p}}{p} \frac{p^0}{m} \right)$$

Questo serve a rispondere alle domande tipo "qual è la distrib. angolare ..." o "qual è la pol. dell'e- uscente?".

Introduciamo: (τ = polarizzazione)

$$u(\tau, \vec{p}) \bar{u}(\tau, \vec{p}) = \not{L}^{(+)} = (\not{p} + m) \frac{1 + \gamma^5 \not{W}}{2}$$

Studiamo il limite non relativistico: $p \rightarrow 0$ (\not{L}^{MQNR})

$$v(\tau, \vec{p}) \bar{v}(\tau, \vec{p}) = \not{L}^{(-)} = (\not{p} - m) \frac{1 + \gamma^5 \not{W}}{2}$$

Verifichiamo che \not{L}^{MQNR} coincide con la matrice densità "classica" che conosciamo.

$$\not{L}^{MQNR} \stackrel{?}{=} \frac{1}{2} (1 + \vec{\sigma} \cdot \vec{S})$$

Le normalizzazioni sono diverse: al 3° anno gli

stati erano normalizzati a 1, adesso sono normalizzati ad un'energia.

$$\not{p} \xrightarrow{p \rightarrow 0} m \gamma^0$$

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$W^\mu \xrightarrow{p \rightarrow 0} (0, \vec{S})$$

$$\not{W} \xrightarrow{p \rightarrow 0} -\vec{\sigma} \cdot \vec{S}$$

$$\begin{aligned}
& (\cancel{p} + m) \frac{1 + \gamma_5 \cancel{W}}{2} \longrightarrow (m \gamma^0 + m) \frac{1 + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} (-\vec{\gamma} \cdot \vec{3})}{2} = \\
& = m \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \frac{1}{2} \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \cdot \vec{3} \right] \\
& = m \begin{pmatrix} \cancel{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\cancel{2}} \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\vec{\sigma} & 0 \\ 0 & -\vec{\sigma} \end{pmatrix} \cdot \vec{3} \right] = \\
& = m \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \vec{\sigma} \cdot \vec{3} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \cdot \vec{3} \end{pmatrix} \right] = \\
& = m \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 + \vec{\sigma} \cdot \vec{3} & 0 \\ 0 & 1 + \vec{\sigma} \cdot \vec{3} \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} 1 + \vec{\sigma} \cdot \vec{3} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \text{matrice } 2 \times 2
\end{aligned}$$

Abbiamo quindi: $P_{\square}^{(+)} = (2M) P^{MNR}$

Il fattore $2m$ è dovuto al fatto che $|\Psi|^2$ deve trasformare come la componente temporale di una densità di corrente: J^0 . (è la normalizzazione)

Studiamo il decadimento: $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$
 $p \quad p \quad k_e \quad k_\mu$

$$\text{Heff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left(J_\alpha^{(\mu)} J^{\alpha(e)} + \text{h. c.} \right) \quad G_F = 10^{-5} \text{ m}_p^{-2}$$

Questa è la Heff alla Fermi.

$$J_\alpha^{(e)} = \bar{\Psi}_{(e)} \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \Psi_{(e)}$$

1) calcolare $\frac{d\Gamma(\hat{\eta}_\mu, \hat{\eta}_e)}{dE_e^*}$, con $\hat{\eta}_\mu$ ed $\hat{\eta}_e$ polarizzazioni di μ^- ed e^- .

2) $\Gamma \leftrightarrow 1/\tau$

3) calcolare $\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma(\hat{\eta}_\mu)}{d\cos\theta_e^*}$

4) calcolare l'elicità dell' e^- uscente

Facciamo il calcolo - per prima cosa, di Heff entra $J^\mu J^{\mu\dagger}$.
 l'hermitiano coniugato? L'hermitiano coniugato.

$$M_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[\bar{u}_e \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \nu_{\mu e} \right] \left[\bar{\nu}_{\mu\mu} \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \mu_\mu \right]$$

$$\left(\text{NB.: } J^\dagger_\alpha(e) = \psi_{\nu e}^\dagger (1 - \gamma_5)^\dagger \gamma_\alpha^\dagger \bar{\psi}_e^\dagger = \psi_{\nu e}^\dagger \gamma^0 \gamma^0 (1 - \gamma_5)^\dagger \gamma^0 \gamma_\alpha \gamma^0 \psi_e = \right. \\ \left. = \bar{\psi}_{\nu e} \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \psi_e \right)$$

Calcoliamo $|M|^2$. Applichiamo le matrici densità.

$$|M_{\text{eff}}|^2 = \frac{G_F^2}{2} \left\{ \left[\bar{u}_e \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \nu_{\nu e} \right] \left[\bar{\nu}_{\nu e} \gamma^\beta (1 - \gamma_5) \mu_e \right] \right\} \cdot \left\{ \left[\bar{\nu}_{\mu\mu} \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \mu_\mu \right] \left[\bar{\mu}_\mu \gamma_\beta (1 - \gamma_5) \nu_{\mu\mu} \right] \right\}$$

Invece di sommare sugli spin, introduciamo:

$$u \bar{u} = (\not{P} + m) \frac{1 + \gamma_5 \not{W}}{2}$$

$$|M_{\text{eff}}|^2 = \frac{G_F^2}{2} \left\{ (\not{P} + m_e) \frac{1 + \gamma_5 \not{W}_e}{2} \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \not{K}_e \gamma^\beta (1 - \gamma_5) \right\} \cdot \left\{ \not{K}_\mu \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) (\not{P} + m_\mu) \frac{1 + \gamma_5 \not{W}_\mu}{2} \gamma_\beta (1 - \gamma_5) \right\}$$

N.B.: Queste sono cicliche, sono tracce.

$$= 2 G_F^2 \left\{ (\not{P} + m_e) \frac{1 + \gamma_5 \not{W}_e}{2} \gamma^\alpha \not{K}_e \gamma^\beta (1 - \gamma_5) \right\} \cdot \left\{ \not{K}_\mu \gamma_\alpha (\not{P} + m_\mu) \frac{1 + \gamma_5 \not{W}_\mu}{2} \gamma_\beta (1 - \gamma_5) \right\} = \\ = \frac{G_F^2}{2} \text{Tr} \left\{ (\not{P} + m_e) (1 + \gamma_5 \not{W}_e) \gamma^\alpha \not{K}_e \gamma^\beta (1 - \gamma_5) \right\} \cdot \text{Tr} \left\{ (\not{P} + m_\mu) (1 + \gamma_5 \not{W}_\mu) \gamma_\beta \not{K}_\mu \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \right\} \\ \equiv \frac{G_F^2}{2} L_e^{\alpha\beta} L_{\mu\beta\alpha}$$

Calcoliamo la traccia della parte muonica - Rimane

solo il termine:

$$\text{Tr} \left\{ (\not{P} - m_\mu \not{W}_\mu) \gamma_\beta \not{K}_\mu \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \right\}$$

Chiamiamo: $P - m_\mu W_\mu \equiv R_\mu$

$$\text{Tr} \left\{ R_\mu \gamma_\beta \not{k}_\mu \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \right\} =$$

$$= 4 \left[\underbrace{R_\beta^{(\mu)} k_{\mu\alpha} - (R^{(\mu)} k_\beta)_\alpha}_{\text{parte simmetrica}} + \underbrace{R_\alpha^{(\mu)} k_{\mu\beta}}_{\text{parte antisimmetrica}} + i \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} R_\gamma^{(\mu)} k_\mu^\delta \right]$$

$$\equiv S_\mu \quad \quad \quad \equiv A_\mu$$

Contractando con la parte simmetrica rimangono solo $S_\mu S_\nu$ ed $A_\mu A_\nu$ - Si ottiene:

$$|M|^2 = \frac{G_F^2}{2} 64 (R^{(\mu)} \cdot k_e) (R^{(\nu)} \cdot k_\mu) =$$

$$= \frac{G_F^2}{2} \cdot 64 \cdot [(P - m_\mu W_\mu) \cdot k_e] [(P - m_e W_e) \cdot k_\mu]$$

Ricordiamoci che vogliamo scrivere:

$$d\Gamma = \frac{1}{2M_\mu} |M|^2 d\phi^{(3)}$$

L'integrale che dovremo fare contiene una funzione di k_e e k_μ , non possiamo fare direttamente $\int d\phi^{(3)}$.

tensore a 2 indici $I^{\alpha\beta}$

$$\int k_e^\alpha k_\mu^\beta d\phi^{(3)} = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{d^3\vec{p}}{8E_e} \int \underbrace{\frac{k_e^\alpha k_\mu^\beta}{k_e k_\mu}}_{\text{invariante}} \delta^4(k_e + k_\mu - q) d^3k_e d^3k_\mu$$

con $q = P - p = k_e + k_\mu$.

$I^{\alpha\beta}$ non potrà dipendere da k_e e k_μ (ci integriamo sopra) - Potrà dipendere solo da q - Costruiamolo:

$$I^{\alpha\beta} = A q^\alpha q^\beta + B q^\alpha q^\beta \quad (\text{per costr. dipende solo da quantità cinematiche})$$

per avere A e B alle stesse dimensioni

Calcoliamo A e B.

$$\begin{cases} g_{\alpha\beta} I^{\alpha\beta} = q^2/2 \\ g_{\alpha\beta} I^{\alpha\beta} = q^2/4 \end{cases} \quad \text{con } \mathcal{I} = \int \delta^4(k_e + k_\mu - q) \frac{d^3k_e}{k_e} \frac{d^3k_\mu}{k_\mu} = 2\pi$$

$$\text{Si è usato: } \begin{cases} k_e \cdot k_\mu = q^2/2 \\ k_e \cdot q = k_\mu \cdot q = k_e \cdot k_\mu = q^2/2 \end{cases}$$

Viene fuori che: $I^{\mu\nu} = \frac{\pi}{6} (q^2 g^{\mu\nu} + 2 q^\mu q^\nu)$

Possiamo ora in coordinate sferiche e finiamo il calcolo:

$$d\Gamma = \frac{G_F^2 m_\mu^2}{6 (2\pi)^4} \left(1 - \frac{\vec{p} \cdot \hat{n}_e}{E_e} \right) \left[\left(3 - \frac{4E_e}{m_\mu} \right) + \frac{\vec{p} \cdot \hat{n}_\mu}{E_e} \left(1 - \frac{4E_e}{m_\mu} \right) \right] E_e^2 dE_e d\Omega$$

Si è usata l'approssimazione $m_e \ll E_e$.



Se volessimo avere il μ non polarizzato, passiamo da \hat{n}_μ ad $\frac{1}{2} (\hat{n}_\mu - \hat{m}_\mu)$.

Allo stesso modo, sommando sulle

polarizzazioni di e^- , $\hat{n}_e \rightarrow \hat{n}_e - \hat{m}_e$.

Ritroveremmo: $\Gamma = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192 \pi^3}$.

Ma riprendiamo le domande che ci eravamo posti.

Integrando in dE otteniamo lo spettro angolare,

integrando in $d\Omega$ " " " " in energia.

Qual è l'elicità media dell'elettrone?

$$\begin{aligned} \langle \lambda_e \rangle &= \frac{+1 \cdot d\Gamma^{(+)} - 1 \cdot d\Gamma^{(-)}}{d\Gamma^{(+)} + d\Gamma^{(-)}} \\ &= \frac{\left(\chi - \frac{p_e}{E_e} \right) - \left(\chi + \frac{p_e}{E_e} \right)}{\left(1 - \frac{p_e}{E_e} \right) + \left(1 + \frac{p_e}{E_e} \right)} = - \frac{p_e}{E_e} = -\beta_e \end{aligned}$$

Come ci aspettavamo, $\langle \lambda_{e^-} \rangle \rightarrow -1$ per $\beta_e \rightarrow 1$.

Se avessimo $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu \nu$, $\langle \lambda_{e^+} \rangle \rightarrow +1$

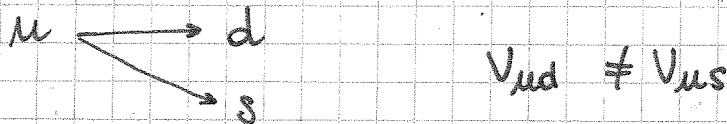
$\Rightarrow \langle \lambda_{e^+} \rangle = \beta_e$.

La matrice densità è fatta così:

$$\underbrace{(\not{p} \pm m)}_{\text{proiettore}} \underbrace{\frac{1 + \gamma_5}{2}}_{\text{proiettore di elicità}}$$

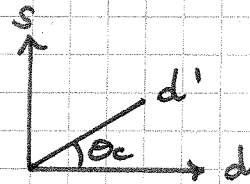
W^μ è l'estensione relativistica del vettore di polarizzazione $(0, \vec{\epsilon})$.

L'angolo di Cabibbo è l'angolo di cui viene ruotato il quark d quando interagisce in corrente debole.

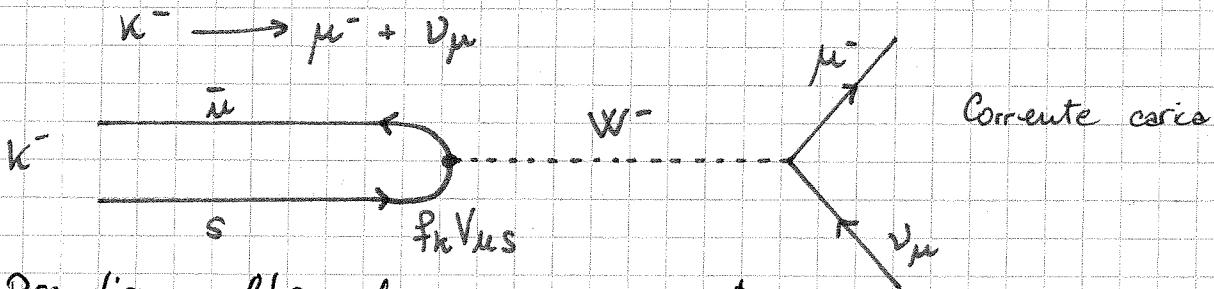


Ipotesi di Cabibbo: u accoppia con un certo d', comb. lin. di d ed s.

$$d' = d \cos \theta_c + s \sin \theta_c$$

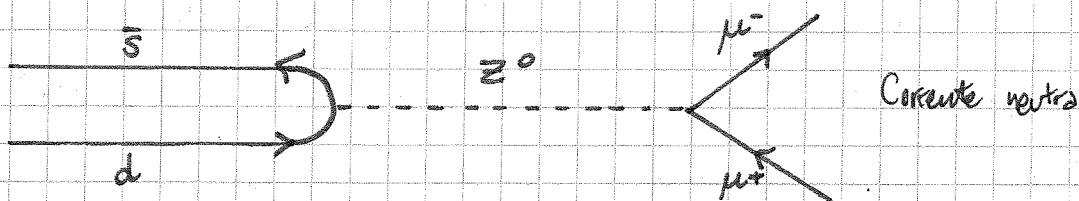


Una rotazione può deve tener conto di tutto, ed essere compatibile con l'osservazione sperimentale, che dice che ~~u~~ accoppiamento con cambio di sapore in corrente neutra.



Prendiamo l'analogo processo neutro:

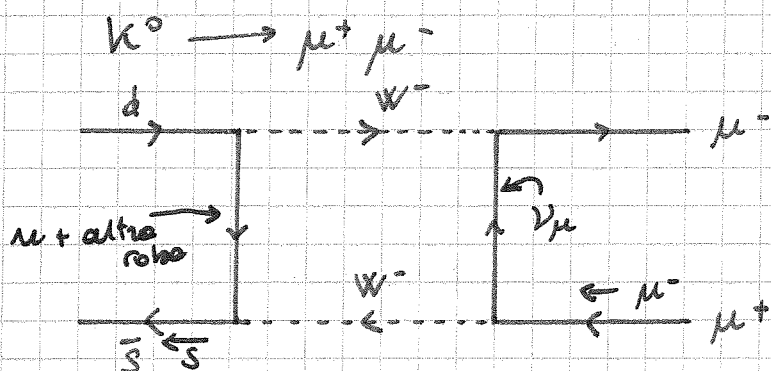
$$K^0 \rightarrow 2\ell$$



Se $M_{Z0}, M_{W^\pm} \gg M_K$ l'ampiezza di questi due processi, a parte la cinematica, deve essere la stessa. Mi aspetto che gli elem. di matrice dei due processi siano uguali. Ovvero:

$$\frac{\Gamma(k^\pm)}{\Gamma(k^0)} = \text{rapporto tra fattori cinematici}$$

Invece, si verifica che il processo $k^0 \rightarrow l^+ l^-$ è estremamente più raro del previsto: avviene in corrente carica e non in corrente neutra, con un processo più complesso.



Questi sono 4 vertici, e ognuno porta un fattore $g/\sqrt{2}$.

La transizione $u \rightarrow d$ è regolata da $g \cos \theta_c$;

$$u \rightarrow d \quad g \cos \theta_c$$

$$u \rightarrow s \quad g \sin \theta_c$$

$$l \rightarrow \nu_l \quad g$$

Perciò:

$$\langle u | J_\mu^W | d \rangle = \frac{g}{\sqrt{2}} V_{ud} \bar{u}_\mu \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \frac{1}{2} d$$

I leptoni sono chiaramente suddivisi in doppietti:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$$

All'epoca di Cabibbo si sapeva che i doppietti di quark (isospin forte) mescolavano e che i doppietti di leptoni non mescolavano. Si associa ai doppietti leptonici una simmetria $SU(2)$ di isospin debole.

In generale:

$$\langle \bar{u} | J_\mu^W | d' \rangle = \langle \bar{u} | J_\mu^W | d \cos\theta_c + s \sin\theta_c \rangle$$

Trascriviamo le matrici γ . N.B.: questi sono tutti fermioni left.

$$J = \bar{u} d' = \underbrace{\bar{u} d}_{\text{corrente carica}} \cos\theta_c + \underbrace{\bar{u} s}_{\text{corrente carica}} \sin\theta_c$$

\exists una corrente neutra $\bar{d}' d'$?

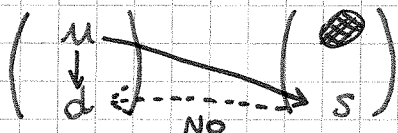
$$\bar{d}' d' = (\bar{d} \cos\theta_c + \bar{s} \sin\theta_c)(d \cos\theta_c + s \sin\theta_c)$$

\exists (verificate sperimentalmente) correnti neutre

$\bar{u} u, \bar{s} s, \bar{d} d$. Vediamo se $\exists \bar{d}' d'$, che rimescola i flavour.

$$= \bar{d} d \cos^2\theta_c + \bar{s} s \sin^2\theta_c + (\bar{d} s + \bar{s} d) \sin\theta_c \cos\theta_c$$

Questa è una transizione neutra. La teoria di Cabibbo ammette questo decadimento, che non avviene. Come si spiega? Abbiamo usato 3 quark:



Ho bisogno di un quark di tipo up nella seconda

famiglia, altrimenti d non accoppia al secondo doppietto.

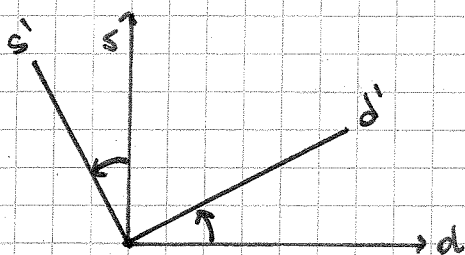
Vorremmo che:

- si cancellasse il termine $(\bar{d} s + \bar{s} d) \sin\theta_c \cos\theta_c$
- $\bar{d} d$ ed $\bar{s} s$ avessero la stessa ampiezza
($\cos^2\theta_c \neq \sin^2\theta_c$, non ha senso)

Aggiungo un termine:

$$J^0 \propto \bar{d}' d' + \bar{s}' s'$$

Come è fatto lo stato s' ?



Gli autostati di sapore (cioè quelli che intervengono nella interazione) sono diversi dagli

(s, d autostati di massa)

autostati di massa (d ed s); sono legati ed essi da una trasformazione unitaria che in questo caso è una rotazione.

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta_c & \sin\theta_c \\ -\sin\theta_c & \cos\theta_c \end{pmatrix}$$

$$s' = -d \sin\theta_c + s \cos\theta_c$$

Allora la corrente neutra più generale è:

$$\begin{aligned} \bar{d}'d' + \bar{s}'s' &= \bar{d}d \cos^2\theta_c + \bar{s}s \sin^2\theta_c + (\bar{d}s + \bar{s}d) \sin\theta_c \cos\theta_c \\ &\quad + \bar{d}d \sin^2\theta_c + \bar{s}s \cos^2\theta_c - (\bar{d}s + \bar{s}d) \sin\theta_c \cos\theta_c \\ &= \bar{d}d + \bar{s}s \end{aligned}$$

Questo si dice meccanismo GIM, da Glashow, Iopolas, Maiani.

Il GIM dice che:

- 3 solo correnti neutre che non mescolano i flavour
- l'angolo di Cabibbo genera una matrice di rotazione. Qual è il significato di questa rotazione?

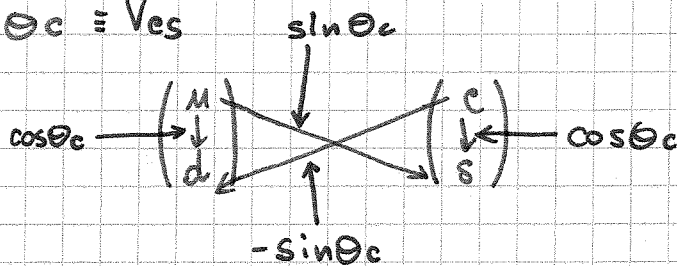
$$V_{ud} = \cos\theta_c \quad \cos\theta_c \approx 1$$

$$V_{us} = \sin\theta_c$$

Ma ci sono anche altri 2 accoppiamenti, di cui uno ($\cos\theta_c$) molto forte:

$$-\sin\theta_c \equiv V_{cd}$$

$$\cos\theta_c \equiv V_{cs}$$



Il meccanismo GIM

prevede l'3 di un

nuovo quark, e spiega

come mai la

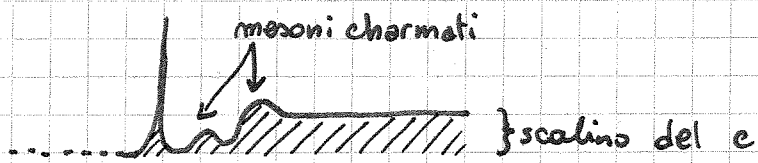
corrente neutra

non cambia il sapore - 2 anni dopo viene scoperto

il c tramite la risonanza J/ψ

Ting

Richter
(macchina etc-)



A SLAC andarono avanti e scoprirono altre risonanze accanto allo J/ψ , i mesoni $D \Rightarrow$ scoperta univoca del c .

$$V_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} \\ V_{cd} & V_{cs} \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} V \text{ unitaria} \Rightarrow \text{ } \cancel{f} \text{ corrente} \\ \text{neutra } V_{ff'} - \end{array}$$

Tutti gli elementi di V sono reali.

$\left. \begin{array}{l} V \text{ reale} \\ V \text{ unitaria} \end{array} \right\} \Rightarrow V \text{ è una matrice di rotazione -}$

Nel frattempo viene scoperta la violazione di CP nel decadimento del $K_L \rightarrow 2\pi$.

Si verificò che (Feynman, Glashow) la matrice GIM non ammette la violazione di $CP \Rightarrow$ non si credette all'esperimento del 1964. Fitch ripeté l'esperimento per 20 anni per capire se sbagliavano. Come si sistemano le cose?

In 3 dimensioni V non è più una matrice di rotazione. Maiani aveva già pronta l'estrapolazione a 3 famiglie, ma non venne presa in considerazione finché non venne scoperto il b .

N.B.: la violazione di CP avrebbe la pretesa di spiegare l'assenza di antimateria nell'universo.

decadimento quark $\stackrel{?}{\neq}$ decadimento $\overline{\text{quark}}$.

$$\text{Sacharov} \rightarrow \Gamma(q) \neq \Gamma(\overline{q})$$

Ma quanto si è osservato fino ad oggi ^{su CP} non è sufficiente a spiegare l'assenza di antimateria.

Occorre:

- alta precisione: esperimenti sui ν , decadimenti dei leptoni, decadimenti dei quark (\rightarrow jets).
- alta energia: nuova fisica?

Torcedi: esercitazione.

Metodi: D.I.S. coi ν + modello standard

lezioni successive: test del MS, e poi violazione di CP.

Appelli: fine giugno, fine luglio.

14/05/2012

Esercitazione: fare l'esercizio dell'altra volta. Tipico esercizio d'esame (~ 15 minuti).

Esercizio 1

Vogliamo studiare la reazione: $l + N \longrightarrow l' + N$, $l' \neq l$ che comporta la violazione del flavour leptonic. $N =$ nucleone.

- 1) Come si fa l'esperimento?
- 2) Scrivere Heff.
- 3) Calcolare la lunghezza di interazione λ .

Ref.: Phys. Rev. D 69 017302 (2004)

Punto 1: leptone incidente: μ . Per favorire la reazione mettiamo il leptone piú pesante a sinistra ed il piú leggero a destra. Dobbiamo massimizzare la densità del bersaglio per vedere questo processo, che, se \exists , è molto raro.

$\mu^- N \longrightarrow e^- N$ Questo può essere dato anche da un μ che decade. Che energia ci aspettiamo per e^- finale? \exists un s.d.r. in cui $E(e^-)$ è una δ ?

Se l'energia cinetica del μ è $\ll M_\mu$, $E_{e^-} \sim M_\mu$.

L'elettrone è un po' difficile da misurare. Sarebbe piú facile misurare un μ : $\tau N \longrightarrow \mu N$ Ma è

sperimentalmente più difficile fare un fascio di τ .

Il τ fa parte dei cosiddetti flavour pesanti, ed ha una vita media $c\tau \sim 87 \mu\text{m}$ ($\tau \sim 10^{-13} \text{s}$).

Al LEP, con boost di diversi GeV, i τ decedevano in circa 1 mm. E come lo faccio un fascio di τ ?

Finora sono stati prodotti solo in macchine e^+e^- .

Punto 2: Dobbiamo scrivere $\mathcal{H}_{\text{eff}} \Rightarrow \sigma$. Poi l'esperimento metterai un upper limit alla costante d'accoppiamento.

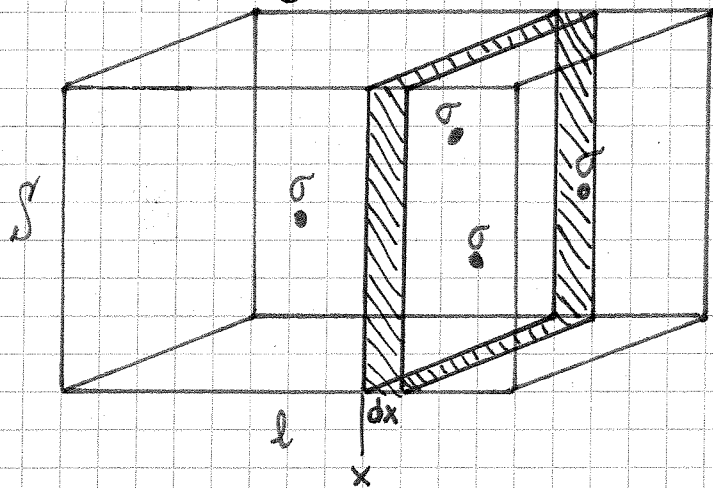
N.B.: è meglio il μ^- rispetto al μ^+ : ha più probabilità di avvicinarsi ad un nucleone?

$\mathcal{H}_{\text{eff}} \equiv$ scalare di Lorentz. Ingredienti: μ_e (leptone iniziale), $\bar{\mu}_e$ (leptone finale con la stessa carica); immaginiamo che l'interazione possa avvenire come $lq \rightarrow l'q'$, quindi: μ_{q_α} , $\bar{\mu}_{q_\beta}$ (q_α quark iniziale, q_β quark finale). α, β sono indici di flavour.

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} \equiv g (\bar{\mu}_e \Gamma \mu_e) (\bar{\mu}_{q_\beta} \Gamma' \mu_{q_\alpha})$$

Caso più semplice: $\Gamma = 1$, $\alpha = \beta$. Dall'articolo: $g \equiv \frac{4\pi}{\Lambda^2}$, con $[1] = [\epsilon]$.

Punto 3: Supponiamo di aver già calcolato la $\sigma \Rightarrow$ abbiamo una stima per $g \Rightarrow$ una scala per Λ . Come calcolo λ ?



$$\sigma \longleftrightarrow \lambda$$

$$\frac{dP}{dx} = \frac{1}{\lambda}$$

Quanti bersagli ho tra x ed $x + dx$?

$$dP = dx \rho \sigma \frac{1}{\sigma} = \frac{dx}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{1}{\sigma n}$$

(di solito la densità si indica con n , non con ρ .)

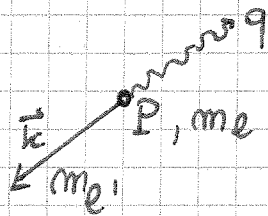
La densità di bersagli è data da:

$$n = \frac{\rho [g/cm^3]}{A [g]} N_A \quad (A) \rightarrow \begin{cases} \text{Siamo interessati ai nucleoni;} \\ \text{e se siamo int. ai protoni.} \end{cases}$$

Esercizio 2

Consideriamo un altro decadimento "impossibile":

$$l \rightarrow l' \gamma$$



Com'è fatto l'elemento di matrice?

[...]

Esercizio 3

$$B_1 \rightarrow B_2 + \pi \quad B_1, B_2 \text{ barioni (ad es.: } \Lambda \rightarrow p \pi^-).$$

$$s = \frac{1}{2} \quad s = \frac{1}{2} \quad s = 0$$

Com'è l'elemento di matrice? Presupponiamo un possibile effetto di violazione della parità.

$$M = \bar{u}_2 (\dots) u_1 \quad B_1 \xrightarrow{k_1} B_2 \pi \quad \begin{matrix} k_2 \\ p \end{matrix}$$

Ci serve un operatore scalare o pseudo-scalare:

- $c_1 + c_2 \gamma_5$
- $\gamma^\mu (c_1 + c_2 \gamma_5) P_\mu = \gamma^\mu (c_1 + c_2 \gamma_5) (k_1 - k_2)_\mu$

Cosa dice Dirac in questo caso?

$$\begin{aligned} \bar{u}_2 \gamma^\mu (c_1 + c_2 \gamma_5) (k_{1\mu} - k_{2\mu}) u_1 &= \\ &= c_1 m_1 \bar{u}_2 u_1 + c_2 \gamma_5 m_1 \bar{u}_2 u_1 - c_1 m_2 \bar{u}_2 u_1 - c_2 m_2 \gamma_5 \bar{u}_2 u_1 \end{aligned}$$

anticommutazione
con γ_5

È uguale all'elemento di matrice del caso precedente

⇒ scartiamo questo operatore.

Ref: Oron (libro).

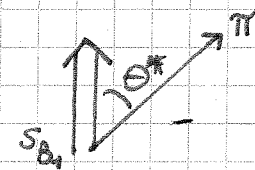
$$|M|^2 = [\bar{u}_2 (c_1 + c_2 \gamma_5) u_1] [\bar{u}_2 (c_1 + c_2 \gamma_5)^+ u_2]$$

c_1 e c_2 sono numeri o funzioni degli invarianti relativistici in gioco, che vengono poi integrati sullo spazio delle fasi? Numeri - Ad es.: in un dec. a 2 corpi l'unico invariante è q^2 , che però è fissato (è uno δ).

$$|M|^2 = \text{Tr} \left[(\not{k}_2 + m_2) \left(\frac{1 + \not{\epsilon}_5 \not{W}_2}{2} \right) (c_1 + c_2 \not{\epsilon}_5) (\not{k}_1 + m_1) \cdot \left(\frac{1 + \not{\epsilon}_5 \not{W}_1}{2} \right) (c_1^* + c_2^* \not{\epsilon}_5) \right]$$

Abbiamo 64 termini, di cui diversi da 0 quanti?

Risolvere.

Punto 2: calcolare $\frac{d\Gamma}{d(\cos\theta^*)}$, con s_{θ^*} 

Argomentare con considerazioni sull'elicità.

Vedere come cambia la distribuzione angolare in funzione di c_1, c_2 (V+A, V-A, ...).

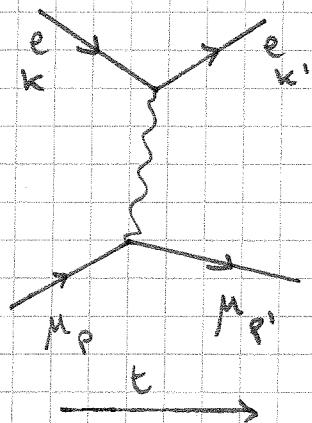
15/05/2012

Riflettiamo sul processo $\nu_e e^- \rightarrow e^- \nu_e$.

Scriviamo il diagramma di Feynman o la sezione d'urto.

Ci sono un termine in $\gamma_5 + \not{\epsilon}$ \Rightarrow termine antisimmetrico.

Come è fatto il tensore leptone-neutrino? Riprendiamo il processo $e\mu \rightarrow e\mu$, che è elettromagnetico.



$$M = e^2 (\bar{u}(k') \not{\epsilon}^\mu u(k)) \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} (\bar{u}(p') \not{\epsilon}^\nu u(p))$$

$$= \frac{e^2}{q^2} (\bar{u}(k') \not{\epsilon}^\mu u(k)) (\bar{u}(p') \not{\epsilon}_\mu u(p))$$

Facciamo il modulo quadro sommato sugli spin:

$$|M|^2 = M^\dagger M = E^{\mu\nu} M_{\mu\nu} \frac{e^4}{q^4}$$

$$\text{Con: } E^{\mu\nu} = \bar{u}(k') \not{\epsilon}^\mu u(k) \bar{u}(p') \not{\epsilon}^\nu u(p)$$

$$= \text{Tr} \left\{ (\not{k}' + m) \not{\epsilon}^\mu (\not{k} + m) \not{\epsilon}^\nu \right\} =$$

$$= \text{Tr} \left\{ k' \not{\epsilon}^\mu k \not{\epsilon}^\nu \right\} + m^2 \text{Tr} \left\{ \not{\epsilon}^\mu \not{\epsilon}^\nu \right\} = 4 k'^\mu k^\nu \left(g_{\mu\alpha} g_{\beta\nu} - g_{\alpha\beta} g_{\mu\nu} + g_{\alpha\nu} g_{\mu\beta} \right) + 4 m^2 g^{\mu\nu} = 4 [k'^\mu k^\nu - (k' \cdot k) g^{\mu\nu} + k'^\nu k^\mu] + 4 m^2 g^{\mu\nu}$$

Definiamo queste quantità in termini di invarianti:

$$s = (k+p)^2$$

$$t = (k-k')^2 = q^2 = k^2 + k'^2 - 2(k \cdot k') = 2m^2 - 2(k \cdot k')$$

$$u = (k-p')^2$$

$-(k \cdot k') = \frac{q^2}{2} \stackrel{m^2}{\rightarrow}$ manda via il risultato della 2^a traccia

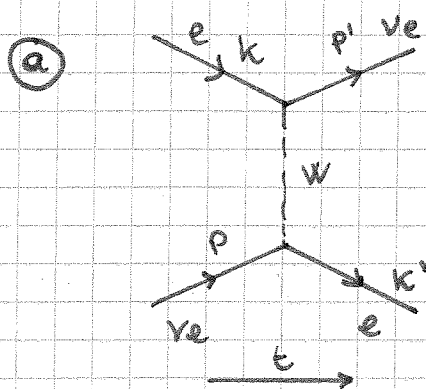
$$E^{\mu\nu} = 4 \left[k'^{\mu} k^{\nu} + k^{\mu} k'^{\nu} + \frac{q^2}{2} g^{\mu\nu} \right]$$

Passiamo ora ai due processi:

(a) $e^- \nu_e \rightarrow e^- \nu_e$

(b) $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$

Prendo i grafici in corrente carica. La corrente neutra fu scoperta in Gargamelle negli anni '70-'80.

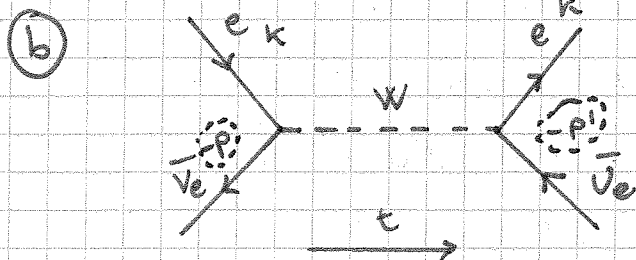


$$s = (k+p)^2$$

Qual è la differenza tra questi 2 processi?

$$a b \rightarrow c d \text{ (canale s)}$$

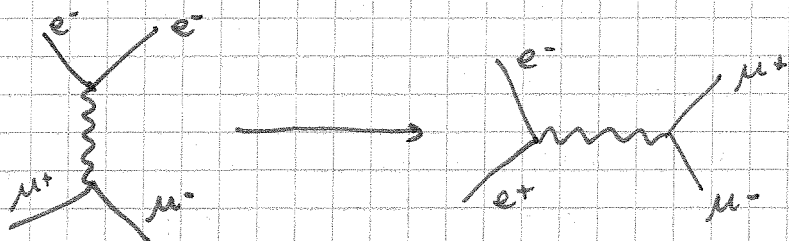
$$a \bar{d} \rightarrow c \bar{b} \text{ (canale t)}$$



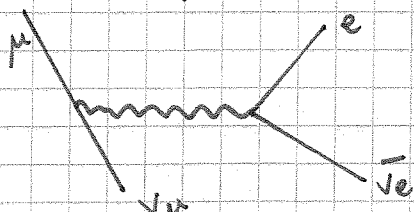
Questa azione si chiama crossing.

Nei due casi q è lo stesso ma s e t si scambiano.

E' come fare:



Ad esempio per il decadimento del μ :



Passando da un canale all'altro, passando da particella ad antiparticella devo cambiare il segno dell'impulso: si tratta di particelle od energia uscenti, non entranti.

Nel caso di interazione e.m.:

$$d\sigma = \underbrace{F}_{\text{flusso}} \left[\frac{e^4}{q^4} L_{\mu\nu} M^{\mu\nu} \right] dLips$$

↑ Lorentz invariant phase space

$$dLips = (2\pi)^4 \delta^4(\sum p_i - \sum p_f) \prod \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i}$$

Quando abbiamo fatto il processo debole $e^+ \nu_\mu \rightarrow \mu^+ \nu_e$:

$$d\sigma = F \left[4 \frac{G_F^2}{2} E_{\mu\nu} M^{\mu\nu} \right] dLips$$

Questo deve valere anche se scambio muoni con quark, anche i quark sono pontiformi.

Scriviamo la corrente debole - Alla parte simmetrica devo aggiungere una parte antisimmetrica:

$$\begin{aligned} E^{\mu\nu} &= \bar{u}(k') \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u(k) \bar{u}(k) \gamma^\nu (1 - \gamma_5) u(k') \\ &= \text{Tr} \left\{ (\cancel{k'} + \cancel{p}_\nu) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) (\cancel{k} + m_e) \gamma^\nu (1 - \gamma_5) \right\} \\ &= \text{Tr} \left\{ \cancel{k}' \gamma^\mu \cancel{k} \gamma^\nu \right\} - 2 \text{Tr} \left\{ \cancel{k}' \gamma^\mu \cancel{k} \gamma^\nu \gamma_5 \right\} \\ &= 4 \left(k'^\mu k^\nu + k^\mu k'^\nu + \frac{q^2}{2} g^{\mu\nu} - k'_\alpha k'_\beta 4i \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \right) \end{aligned}$$

$$M_{\mu\nu} = 4 \left(p'_\mu p_\nu + p_\mu p'_\nu + \frac{q^2}{2} g_{\mu\nu} - p'_\alpha p_\beta 4i \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \right)$$

$$q^2 = (k - k')^2 = (p' - p)^2 \Rightarrow \text{Sostituiamo a } p' \text{ } q + p$$

$$M_{\mu\nu} = 4 \left[\cancel{q}_\mu p_\nu + p_\mu p_\nu + \cancel{p}_\mu q_\nu + p_\mu p_\nu + \frac{q^2}{2} g_{\mu\nu} - q^\alpha p^\beta 4i \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} - p^\alpha p^\beta 4i \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \right]$$

simmetrica x antisimmetrica
↓

Sottraendo $E^{\mu\nu}$ con $M_{\mu\nu}$ la parte antisimmetrica va a moltiplicarsi:

solo con l'altra parte antisimmetrica - Moltiplicando le due parti simmetriche i termini in q vanno via ($q^J = 0$).

Risultato finale:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{G_F^2}{\pi}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{G_F^2}{4\pi^2} s$$

Cosa cambia passando al processo con gli antineutrini?

Si introduce una dipendenza angolare $1 + \cos\theta$ (viene dai prodotti scalari) - Possiamo al deep inelastic scattering -

Averamo introdotto un $W^{\mu\nu}$ che conteneva anche lo spazio delle fasi, scrivendolo quasi nel modo piú generale possibile.

$$W^{\mu\nu} = -g^{\mu\nu} W_1(Q^2, \nu) + \frac{W_2(Q^2, \nu)}{M^2} p^\mu p^\nu + \frac{W_4(Q^2, \nu)}{q^2} q^\mu q^\nu + \frac{W_5(Q^2, \nu)}{M^2} (p^\mu q^\nu + q^\mu p^\nu)$$

$$\partial_\mu j^\mu = 0 \Rightarrow W_4, W_5 = 0$$

Per l'interazione debole serve anche una parte antisimmetrico -

Aggiungiamo quindi:

$$+ \frac{W_3}{2M^2} i \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha p_\beta$$

Abbiamo gli stessi termini che abbiamo scritto poco fa: $g^{\mu\nu}$, $p^\mu p^\nu$, $i\epsilon$.

Deep Inelastico con e^-

$$\frac{d\sigma}{dk'd\Omega} = \frac{e^4}{q^4} \frac{1}{4\pi^2} k'^2 \left\{ W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\}$$

Sostituiamo e^- con ν per studiare il D.I.S. dei neutrini:

$$\nu_p p \rightarrow \mu X \quad p = (p_p, \vec{0})$$

$$\frac{d\sigma}{dk'd\Omega} = \frac{G_F^2}{2} \frac{1}{4\pi^2} k'^2 \left\{ W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} - W_3 \frac{(k+k')}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\}$$

L'ultimo termine si ottiene contraendo le parti antisimmetriche.

$$+ \frac{2W_3}{M^2} \left((k \cdot p)(k' \cdot q) - (k' \cdot p)(k \cdot q) \right) =$$

$$= \frac{2W_3}{M^2} \left[(k_0 p_p)(k' \cdot k') + (k' \cdot p_p)(k \cdot k) \right] \quad (q = k - k') \quad k' \cdot k = -\frac{q^2}{2}$$

$$= \frac{W_3}{M^2} M (k+k') q^2 = -\frac{W_3}{M^2} M (k+k') 4 \sin^2 \frac{\theta}{2} k k'$$

Cambiando variabili:

D.I.S. neutrini

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 dv} = \frac{G_F^2}{2\pi} \frac{k'}{k} \left\{ W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} - \frac{W_3(k+k')}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\}$$

Di solito si usano ν_μ ed $\bar{\nu}_\mu$: per produrli si lascia decadere un fascio di pioni.

21/05/2012

Volontariamente alcuni esperimenti di effluvio e^+e^- ad una $E_{cm} \approx 100 \text{ GeV}$.
 Supporto del S Teorizzazione di Fermi delle interazioni deboli descritte processi
 mediati dal bosone W .

Differenza e.m. e quelli deboli sono entrambi verificati:

$$D_\mu = \partial_\mu - i g \bar{T} \bar{W}_\mu - i g' \left(\frac{Y}{2} \right) B_\mu \rightarrow \text{bosone neutro} (\gamma?)$$

$\begin{matrix} \text{g} \\ \text{generatore} \\ \text{della simmetria SU2} \end{matrix} \rightarrow \text{bosone tripletto } (W^+, W^0, W^-)$

in W^0 non mixing fra i bosoni neutri quindi $W^0 =$ campo di mixing:

Z e A sono un mix tra W^0 e B^0

$$D_\mu = \partial_\mu - i e Q A_\mu - i g \frac{(T_3 W_\mu^+ - T_3 W_\mu^-)}{\sqrt{2}} - i g' (T_3 - Q \tan^2 \theta_w) \frac{Z_\mu}{\cos \theta_w}$$

usando:

$A_\mu = W_\mu^0 \cos \theta_w + B_\mu \sin \theta_w$ come la storia
 $Z_\mu = W_\mu^0 \sin \theta_w - B_\mu \cos \theta_w$ di θ e w

θ è importante
 con rapporto di fermioni
 tanisti

Definiamo, inoltre, il $U(1)$ ipercarica Y e c.c.:

$$Q = T_3 + \frac{1}{2} Y \quad (\text{mentre } Q = \text{carica})$$

inoltre:

$$g = \frac{e}{\sin \theta_w} \quad g' = \frac{e}{\cos \theta_w}$$

ed A_μ risulta proporzionale alla carica e (quindi \propto l'onda del γ). Per questo riguarda T_3 :

	e_L	e_R	ν_L	ν_L	ν_R	u_L	d_R
Q	-1	-1	0	+2/3	+2/3	-1/3	-1/3
T_3	+1/2	0	1/2	1/2	0	-1/2	0

e il Y può essere calcolato. Questo sistema vale anche per le repliche delle famiglie (μ, ν_μ, e, s e c, ν_c, t, b).

Al momento tutti i bosoni mediatori hanno massa nulla, ma il MECANISMO DI HIGGS spiega la presenza di un difetto:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \phi \text{ campo scalare}$$

avente auto, v è il valore di aspettazione nella ϕ fondamentale $\langle \phi \rangle$ che è $\neq 0$. Con questo def. v è detto, si dice:

$$|D_\mu \phi|^2 = \left| -i g \frac{W_\mu^+}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} + i g' \frac{1}{2 \cos \theta_w} \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} Z_\mu \right|^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{g^2 v^2}{2} (W_\mu^+ W^{-\mu}) + \frac{g'^2 v^2}{4 \cos^2 \theta_w} Z_\mu Z^\mu \right]$$

caso il Termine modo non si è spalti: i due Termini non sono uguali.

I due Termini formano una M ed M^2 , per effetto dovuto al \cos , mi viene la relazione:

$$M_W = M_Z \cdot \sin \theta_W$$

Suppongo che, in sostituzione di Termini:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2} \quad \text{somma} \Rightarrow \text{C'è}$$

Il Termine di approssimazione Z ha una proprietà del tipo:

$$\frac{g_V^2}{4a^2 \cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu \propto \bar{\Psi} \gamma_\mu (g_V^L - g_A^L \gamma_5) \Psi = g_V^L \bar{\Psi} \gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} \Psi + g_A^L \bar{\Psi} \gamma_\mu \frac{1+\gamma_5}{2} \Psi$$

al punto l'approssimazione normale sono:

$$g_V^L = \frac{1}{2} \cdot (g_L^L + g_R^L)$$

e quella simile sono:

$$g_A^L = \frac{1}{2} \cdot (g_R^L - g_L^L)$$

Introducendo, inoltre, le definizioni:

$$\Psi_L = \frac{1}{2} \cdot (1-\gamma_5) \Psi \quad \Psi_R = \frac{1}{2} \cdot (1+\gamma_5) \Psi$$

si può scrivere:

$$\frac{g_V^2}{4a^2 \cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu \propto g_V^L \bar{\Psi}_L \gamma_\mu \Psi_L + g_A^L \bar{\Psi}_R \gamma_\mu \Psi_R$$

due di approssimazione sono:

$$g_V^L = \frac{e}{\sin \theta_W \cos \theta_W} \cdot (T_3 - Q \cdot \sin^2 \theta_W) = g_Z \cdot (T_3 - Q \cdot \sin^2 \theta_W)$$

$$g_A^L = -g_Z \cdot Q \cdot \sin^2 \theta_W$$

quindi, conseguentemente:

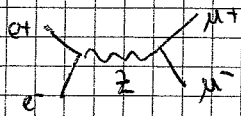
$$g_V^L = \frac{1}{2} g_Z \cdot (T_3 - 2 \cdot Q \cdot \sin^2 \theta_W) \quad g_A^L = -\frac{1}{2} g_Z \cdot T_3$$

Dunque, gli approssimati dipendono anche dal tipo di fermione (Q, T_3). Numericamente, come si vede che:

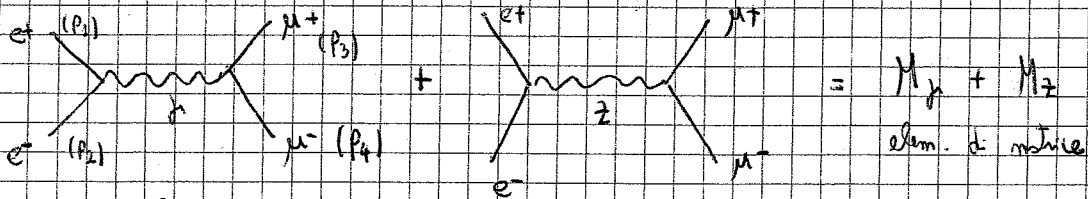
$$\sin^2 \theta_W \approx 0,22 \approx \frac{1}{4}$$

Possiamo a livello di reazione e^+e^- , con $E_{cm} \approx m_Z = 91,2$ GeV. Da un punto di vista sperimentale, si sono fatti collidere un fascio di e^+ con uno di e^- circolanti due anni fa al LEP, con una $\beta \approx M_Z/2$.

Ugualmente, ad esempio, nel processo $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, con $\sqrt{s} \approx M_Z$, analogo, dunque, un contributo dominante del diagramma:



in più o quella e.m. (mediata dal γ). In totale, il processo può essere descritto come:



Quindi, procedendo nel solito:

$$M_\gamma = (-ieQ_e) \bar{v}(p_2) \gamma_\mu u(p_1) \frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2} (-ieQ_\mu) \bar{u}(p_4) \gamma_\nu v(p_3)$$

$$M_Z = -i \bar{v}(p_2) \gamma_\mu (g_V^e + g_A^e \gamma_5) u(p_1) \frac{-ig^{\mu\nu}}{(q^2 - M_Z^2) + i\Gamma_Z M_Z} (-i) \bar{u}(p_4) \gamma_\nu (g_V^\mu + g_A^\mu \gamma_5) v(p_3)$$

Abbiamo il modulo quadro del totale.

$$|M_\gamma + M_Z|^2 = |M_\gamma|^2 + |M_Z|^2 + 2 \text{Re}(M_\gamma M_Z^*)$$

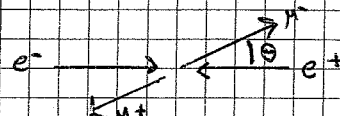
questo termine interferenza $\propto \Gamma_Z$ (che è il mezzo della Z) e questo Γ_Z non è una particella stabile (più debole)

Abbiamo già visto il processo mediato dal γ , quindi limitiamoci a richiamare:

$$|M_\gamma|^2 = Q_e^2 Q_\mu^2 \frac{e^4}{q^4} [\bar{v}(p_2) \gamma_\mu u(p_1) \bar{u}(p_4) \gamma^\mu v(p_3)] [\bar{u}(p_4) \gamma_\nu v(p_3) \bar{v}(p_2) \gamma^\nu u(p_1)] =$$

$$= Q_e^2 Q_\mu^2 \frac{e^4}{q^4} \text{Tr}(\not{p}_2 \not{p}_1 \not{p}_3 \not{p}_4) \text{Tr}(\not{p}_4 \not{p}_3 \not{p}_2 \not{p}_1) = Q_e^2 Q_\mu^2 \frac{16e^4}{q^4} [2(p_2 p_1)(p_3 p_4) + 2(p_2 p_3)(p_1 p_4)]$$

introducendo gli invarianti:



• energia nel CM $\rightarrow s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 \approx 2(p_1 p_2) \approx 2(p_3 p_4)$

$$\tilde{s} = \frac{s}{2}$$

• impulso scambiato tra fermione iniziale ed anti-fermione iniziale $\rightarrow t = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2 \approx -2(p_1 p_3) \approx -2(p_2 p_4)$

• " " " " " e fermione " $\rightarrow u = (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2 \approx -\frac{s}{2} (1 + \cos\theta)$

Si può scrivere:

$$|M_\gamma|^2 = Q_e^2 Q_\mu^2 \frac{8e^4}{s^2} (u^2 + t^2)$$

da cui, usando la ripa delle fasi a 2 corpi, si trova:

$$d\sigma = \frac{1}{2s} |M|^2 d\phi \rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Q_e^2 Q_\mu^2}{4\pi^2 s^2} (u^2 + t^2) \xrightarrow{\text{integrando}} \frac{d\sigma}{d\Omega} = Q_e^2 Q_\mu^2 \frac{\pi \tilde{s}^2}{2s} (1 + \cos^2\theta)$$

e si vede che la distribuzione angolare nella zona θ differisce in θ e quella in $\pi - \theta$.

Procediamo, ora, al calcolo della $|M_Z|^2$:

$$|M_z|^2 = \frac{1}{(q^2 - M_z^2)^2 + \Gamma_z^2 M_z^2} \left[\sqrt{(p_2)_\mu} (g_\nu^e + g_A^e \gamma_5) u(p_2) \bar{u}(p_4) \gamma^\mu (g_\nu^h + g_A^h \gamma_5) v(p_3) \right] \cdot \left[\bar{u}(p_2) \gamma_\nu \cdot (g_\nu^e + g_A^e \gamma_5) v(p_3) \bar{u}(p_3) \gamma^\mu (g_\nu^h + g_A^h \gamma_5) u(p_4) \right]$$

Approssimo ogni spin delle particelle con e metete in quelle entità, in direzione delle tracce del γ -sp.

$$|M_z|^2 = \frac{1}{(q^2 - M_z^2)^2 + \Gamma_z^2 M_z^2} \text{Tr} \left[\not{p}_2 \gamma_\mu (g_\nu^e + g_A^e \gamma_5) \not{p}_3 \gamma_\nu (g_\nu^e + g_A^e \gamma_5) \right] \cdot \text{Tr} \left[\not{p}_4 \gamma^\mu (g_\nu^h + g_A^h \gamma_5) \not{p}_3 \gamma^\nu (g_\nu^h + g_A^h \gamma_5) \right]$$

usando le regole per le tracce delle matrici γ , si possono ridurre a:

$$|M_z|^2 = \frac{16}{(q^2 - M_z^2)^2 + \Gamma_z^2 M_z^2} \left[(g_\nu^e)^2 + (g_A^e)^2 \cdot (p_{2,\mu} p_{3,\nu} + p_{3,\mu} p_{2,\nu} - g^{\mu\nu} (p_2 p_3)) + 2 \cdot g_\nu^e g_A^e \cdot (-i) \cdot \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_{2,\rho} p_{3,\sigma} \right]$$

$$\cdot \left[(g_\nu^h)^2 + (g_A^h)^2 \cdot (p_{3,\mu} p_{4,\nu} + p_{4,\mu} p_{3,\nu} - g^{\mu\nu} (p_3 p_4)) + 2 \cdot g_\nu^h g_A^h \cdot (-i) \cdot \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} p_{3,\rho} p_{4,\sigma} \right]$$

procedendo con le contrazioni e sostituendo gli spinori invariati s e t ai prodotti vettori p = quadrimomenti, si ottiene:

$$|M_z|^2 = \frac{16}{(q^2 - M_z^2)^2 + \Gamma_z^2 M_z^2} \left[(g_\nu^e)^2 + (g_A^e)^2 \cdot (g_\nu^h)^2 + (g_A^h)^2 \cdot \left(\frac{s^2}{2} + \frac{t^2}{2} \right) - 8 g_\nu^e g_A^e g_\nu^h g_A^h \cdot \left(\frac{t^2}{4} - \frac{s^2}{4} \right) \right] =$$

$$= \frac{8}{(q^2 - M_z^2)^2 + \Gamma_z^2 M_z^2} \left[\frac{s^2}{2} (g_\nu^e)^2 (g_\nu^h)^2 + (g_A^e)^2 (g_A^h)^2 + \frac{t^2}{2} (g_\nu^e)^2 (g_A^h)^2 + (g_A^e)^2 (g_\nu^h)^2 \right]$$

possiamo esprimere il tutto in funzione di g_R e g_L anziché di g_ν e g_A . Possiamo rinviare il calcolo della sezione d'urto di questo elemento di matrice.

$$d\sigma_z = \frac{1}{32\pi s} \cdot \frac{s^2}{(s - M_z^2)^2 + \Gamma_z^2 M_z^2} \left[(g_\nu^e)^2 + (g_A^e)^2 (g_\nu^h)^2 + (g_A^h)^2 (1 + \cos^2 \theta) + 8 g_\nu^e g_A^e g_\nu^h g_A^h \cos \theta \right] d\cos \theta =$$

$$= \frac{1}{32\pi s} \cdot \frac{s^2}{(s - M_z^2)^2 + \Gamma_z^2 M_z^2} \left[\frac{1}{4} \cdot (g_L^e)^2 + (g_R^e)^2 (g_L^h)^2 + (g_R^h)^2 (1 + \cos^2 \theta) + 2 \cdot (g_L^e)^2 - (g_R^e)^2 (g_L^h)^2 - (g_R^h)^2 \right] \cdot \cos \theta d\cos \theta$$

che può essere ulteriormente semplificata mediante il coefficiente.

$$A_f = - \frac{2 g_\nu^L g_A^h}{g_\nu^L + g_A^L} = \begin{pmatrix} g_L^2 & -g_R^2 \\ g_L^2 & +g_R^2 \end{pmatrix} \text{ e' una misura di asimmetria}$$

che indica quanto sono diversi gli asseffini LEFT-RIGHT in un'un funzione f. Mostra tal coefficiente, si ottiene:

$$\frac{d\sigma_2}{ds} = \frac{1}{32\pi s} \frac{(g_V^e + g_A^e)^2 (g_V^f + g_A^f)^2}{(s-M_\pm^2)^2 + \Gamma_\pm^2 M_\pm^2} (1 + \cos^2\theta + 2A_e A_f \cos\theta)$$

date sole onde di:

$$= \frac{1}{4} (g_V^e + g_A^e)^2 (g_V^f + g_A^f)^2$$

ovvero se lo Z accoppia L e R in modo diverso

Altrimenti, si:

$$P_{LR} = \frac{1}{12\pi} M_\pm (g_V^f + g_A^f)^2$$

$\neq 0$ se

$$\begin{cases} g_L^e \neq g_R^e \\ g_L^f \neq g_R^f \end{cases}$$

asimmetrica

si dice:

$$\frac{d\sigma_2}{ds} = \frac{g\pi}{4s} \frac{(s/M_\pm^2) P_{ee} P_{ff}}{(s-M_\pm^2)^2 + \Gamma_\pm^2 M_\pm^2} (1 + \cos^2\theta + 2A_e A_f \cos\theta)$$

non simm. pu scambio $\theta \leftrightarrow \pi - \theta$

Altre due interazioni: Z^0 accoppia Z^0 e e^- , a quella Z^0 -fermione reale. Le interazioni

sono γ e Z^0 particelle simmetriche $(1 + \cos^2\theta)$ e particelle asimmetriche $(2A_e A_f \cos\theta)$, con $A_e A_f \neq 0$ solo se Z^0 accoppia in modo diverso con fermioni L e R e con quelli q_L e q_R .

Le Z^0 , inoltre, sono dipendenti cinematiche $\frac{d\sigma_2}{ds}$ e nel $(s-M_\pm^2)$.

Integrandolo, infine, la sezione d'urto, si dice:

$$\int_{-1}^1 \frac{d\sigma}{ds} ds = \frac{12\pi (s/M_\pm^2)^2 P_{ee} P_{ff}}{(s-M_\pm^2)^2 + \Gamma_\pm^2 M_\pm^2}$$

Però, infine, al termine di interazione tra gli elementi di matrice M_p ed M_\pm , in h_s .

$$M_p M_\pm^\dagger = \frac{i e^2 Q_e Q_f}{g^2} \frac{-i}{(g_V^f - M_\pm^2) - \Gamma_\pm M_\pm} \left[\bar{v}(p_1) \gamma_\mu u(p_2) \bar{u}(p_3) \gamma^\mu v(p_4) \right] \left[\bar{u}(p_1) \gamma_\nu (g_V^e + g_A^e \gamma_5) v(p_2) \right]$$

Sostituendo gli invarianti s e t e riducendo $\text{Re}(M_p M_\pm^\dagger)$, poniamo stare il contributo $\theta = 0$ al termine di interazione:

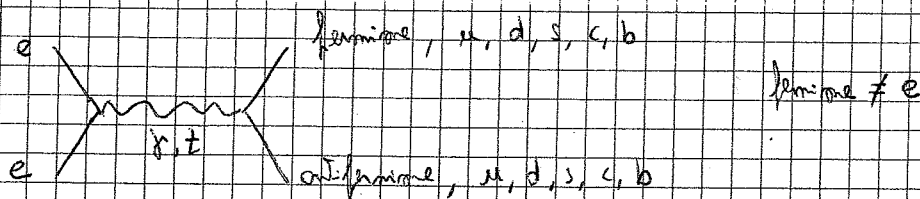
$$d\sigma_{int} = \frac{1}{16\pi} \frac{Q_e Q_f e^2 (s-M_\pm^2)^2 g_V^e g_V^f}{(s-M_\pm^2)^2 + \Gamma_\pm^2 M_\pm^2} \left[(1 + \cos^2\theta) + 2 \frac{g_A^e g_A^f}{g_V^e g_V^f} \cos\theta \right] ds$$

Altre due interazioni: Z^0 accoppia Z^0 con un termine simmetrico $(1 + \cos^2\theta)$ ed un termine asimmetrico, dipende dagli accoppiamenti $g_V^e g_V^f$. Integrandolo, si dice:

$$\sigma_{int} = \frac{2}{3} \frac{e^2 Q_e Q_f (s-M_\pm^2)^2 g_V^e g_V^f}{(s-M_\pm^2)^2 + \Gamma_\pm^2 M_\pm^2} \Rightarrow \text{Domina per } s \neq M_\pm^2, \text{ e' nullo alla risonanza dello } Z.$$

Quindi, nel caso non delle risonanze ($s \neq M_Z^2$), la parte simmetrica e' dominata dal termine di interferenza, poiche' gli accoppiamenti di tipo γ e Z fermioni sono interdetti.

● Questa derivazione vale per molti fermioni:



Se, nella vicinanza, abbiamo e^+e^- , allora questa interazione non e' piu' sufficiente a risolvere la Γ_{tot} in quei casi; Minimamente:

$$\Gamma_{e^+e^-} = 85 \text{ MeV} \quad (Z \rightarrow \text{coppia di leptoni})$$

$$\Gamma_{\nu\bar{\nu}} = 165-170 \text{ MeV}$$

$$\Gamma_{u\bar{u}, c\bar{c}} = 300 \text{ MeV}$$

$$\Gamma_{d\bar{d}, s\bar{s}, b\bar{b}} = 390 \text{ MeV}$$

Quindi, la Γ_Z decade preferenzialmente in quark, dato che, poi, non sono soggetti, in assenza di interferenza:

$$\Gamma_{\text{interferenza}} = \sum_{q, \bar{q}} \Gamma_{q\bar{q}} \cdot (\# \text{ colori}) = 1750 \text{ MeV}$$

e la larghezza totale e'

$$\Gamma_Z = \Gamma_{\text{interferenza}} + \sum_{\text{lept.}} \Gamma_{\ell\bar{\ell}} + 3 \cdot \Gamma_{\nu\bar{\nu}} \approx \underline{2,5 \text{ GeV}}$$

di famiglie leptoniche

Se verifica sperimentalmente di questo valore, conferma anche che le famiglie leptoniche sono 3 (ovvero risolve anche alle notioni d'onde corrispondenti):

$$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^- \quad \text{con } \sqrt{s} \approx M_Z \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{\mu} = \frac{4\pi\alpha^2}{3M_Z^2} \approx 10 \text{ pb} \\ \sigma_Z = 2 \text{ mb} \\ \sigma_{\text{int}} \approx 1-2 \text{ pb} \end{cases}$$

$$e^+e^- \rightarrow \text{adroni} \quad \text{con } \sqrt{s} \approx M_Z \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{\text{had}} = \frac{4\pi\alpha^2}{3M_Z^2} \cdot \sum Q_f^2 \cdot (\# \text{ colori}) \approx 40 \text{ pb} \\ \sigma_Z \approx 41 \text{ mb} \\ \sigma_{\text{int}} \approx 60 \text{ pb} \end{cases}$$

22/05/2012

In interferenza e risoluzione di quasi $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ con $\sqrt{s} \approx M_Z$. Allora risolve che Γ_Z di interferenza risolve il quasi e' del tipo:

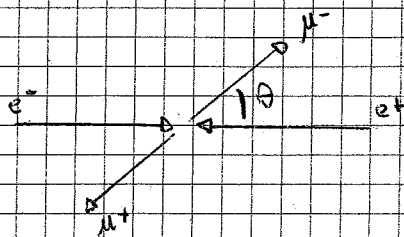
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto (1 + \cos^2\theta + C \cdot \cos\theta)$$

Il termine $C \cdot \cos\theta$ nasce da asimmetria. Il coefficiente C ha varie dipendenze, a seconda del materiale che consideriamo.

$$C \propto A_e A_p \quad C \propto (S - M_z^2) \frac{g_e^2}{g_p^2}$$

Per studiare C , si definisce la ASIMMETRIA AVANTI-INDIETRO (forward-backward):

$$A_{FB} = \frac{\sigma_F - \sigma_B}{\sigma_F + \sigma_B} = \frac{\sigma_F - \sigma_B}{\sigma_{TOT}}$$



o la σ_F d'angolo in avanti: $\sigma_F = \int_0^{\theta} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$;
 o la σ_B d'angolo indietro: $\sigma_B = \int_{\theta}^{\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$

Se integriamo A_{FB} , si dice:

$$A_{FB} = \frac{3}{8} C$$

quindi, se $C=0$, non c'è asimmetria avanti-indietro. Abbiamo visto che:

$$C = 2A_e A_p \Rightarrow A_{FB} = \frac{3}{4} A_e A_p = 3 \cdot \frac{g_V^e g_V^p}{g_V^e{}^2 + g_A^e{}^2} \cdot \frac{g_V^l g_A^h}{g_V^l{}^2 + g_A^h{}^2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{g_L^e g_R^e}{g_L^e{}^2 + g_R^e{}^2} \cdot \frac{g_L^p - g_A^p}{g_L^p{}^2 + g_A^p{}^2}$$

inoltre, sappiamo che:

$$\frac{g_L^p}{g_A^p} = \frac{1}{2\pi} M_z \cdot (g_V^p{}^2 + g_A^p{}^2) \propto (g_L^p{}^2 + g_R^p{}^2)$$

Un modo per misurare α non sappiamo separatamente α , dunque, misurare la asimmetria avanti-indietro, misurare l'ordine della distribuzione angolare dei fermioni prodotti nelle collisioni e^+e^- . Per un leptone sappiamo che $(L=e, \mu, \tau)$

$$A_e = \frac{-2 \frac{g_L^e}{g_V^e} \frac{g_A^e}{g_V^e}}{g_L^e{}^2 + g_R^e{}^2} = \frac{2(T_3 - 2Q \sin^2\theta_w) T_3}{T_3^2 + (T_3 - 2Q \sin^2\theta_w)^2} = \frac{1 - 4 \sin^2\theta_w}{1 - 4 \sin^2\theta_w + 8 \sin^2\theta_w} \approx 15\%$$

ovviamente $\sin^2\theta_w = 0,22$. Ma se, per il quark b:

$$A_b = \frac{1/2 - (2/3) \cdot \sin^2\theta_w}{1/2 - 2/3 \sin^2\theta_w + 4/9 \sin^2\theta_w} \approx 93,6\%$$

quindi, quando si valuta la A_{FB} , si dice:

o per i leptoni (ad esempio $L=\mu$): $A_{FB}^{\mu\mu} = \frac{3}{4} A_e A_\mu = \frac{3}{4} A_e^2 \approx 17\%$

o per i quark b: $A_{FB}^{bb} = \frac{3}{4} A_e A_b \approx 14\%$

Quindi la asimmetria è molto maggiore nel caso di $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$.

Per spiegare la natura delle asimmetrie, possiamo identificare i fotoni di e^+ o di e^- ; in tal caso, non possiamo mettere a confronto negli es: di $\mu\mu$ ed e^+e^- .

$$\sigma_{L,R} = \frac{1}{3 \cdot 4\pi} \cdot \frac{s^2}{(s-M_Z^2)^2 + \Gamma_Z^2 M_Z^2} \cdot g_{L,R}^2 \cdot (g_L^2 + g_R^2) = \frac{1}{2} \frac{(s/M_Z^2) \Gamma_Z^2}{(s/M_Z^2)^2 + \Gamma_Z^2 M_Z^2} g_{L,R}^2$$

nel caso in cui i fotoni sono di tipo "left" o di tipo "right". Possiamo, allora, definire la ASIMMETRIA LEFT-RIGHT:

$$A_{LR} = \frac{\sigma_L - \sigma_R}{\sigma_L + \sigma_R} = \frac{g_L^2 - g_R^2}{g_L^2 + g_R^2} = A_e \approx 15\%$$

si possono realizzare l'esperimento in due fasi, in condizioni: una con i fotoni polarizzati "left" e una, successiva, con i fotoni polarizzati "right".

Se la polarizzazione è perfetta, ma non è completa (polarizzazione "left" e "right" parziale), l'esperimento della asimmetria per la e^+ e^- delle frazioni f_L ed $f_R = 1 - f_L$ di e^- fotoni.

caso di f_L left e f_R right:

$$\begin{aligned} \bar{I} \text{ (polarizzazione left)} &\Rightarrow f_L = \frac{1+P}{2} \\ \bar{II} \text{ (" right)} &\Rightarrow f_R = \frac{1-P}{2} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{è somma delle } e^- \text{ eccedenti } P \text{ nel} \\ \text{la somma dei due casi } (0 \leq P \leq 1) \end{array} \right\}$$

Quindi, nei due esperimenti, si ottengono le due sezioni d'urto:

$$\sigma_{\bar{I}} = f_L \cdot \sigma_L + (1-f_L) \cdot \sigma_R \quad \sigma_{\bar{II}} = f_R \cdot \sigma_R + (1-f_R) \cdot \sigma_L$$

da cui si ricava l'asimmetria:

$$A_{LR} = \frac{\sigma_{\bar{I}} - \sigma_{\bar{II}}}{\sigma_{\bar{I}} + \sigma_{\bar{II}}} = \frac{\sigma_L (f_L + f_R - 1) - \sigma_R (f_R + f_L - 1)}{\sigma_L (f_L - f_R - 1) + \sigma_R (f_R - f_L - 1)} = P \cdot \frac{\sigma_L - \sigma_R}{\sigma_L + \sigma_R} = P \cdot A_e = P \cdot A_e$$

quindi $P=1$ i fotoni sono polarizzati e $P=0$ è nulla la asimmetria ($0 \leq P \leq 1$).

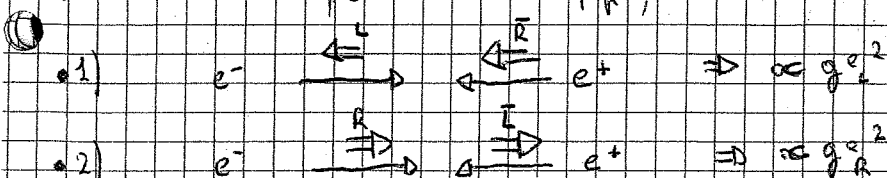
Questa asimmetria dipende solo dalla $\mu\mu$ iniziale (più precisamente, dalla sua polarizzazione).

Una ulteriore asimmetria è l'ASIMMETRIA DI POLARIZZAZIONE:

$$A_{pol} = \frac{d\sigma(f_L) - d\sigma(f_R)}{d\sigma(f_L) + d\sigma(f_R)}$$

che è net. d'urto differenti sono quelle di produzione di fotoni "left" e "right" nella $\mu\mu$ finale.

considerando il processo $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$, abbiamo alcuni casi simili:



ipote di una corrente elicita e indotta.

Se i poli non sono presenti, se una parete è presente prometto di paritarlo e moltiplicare le probabilità:

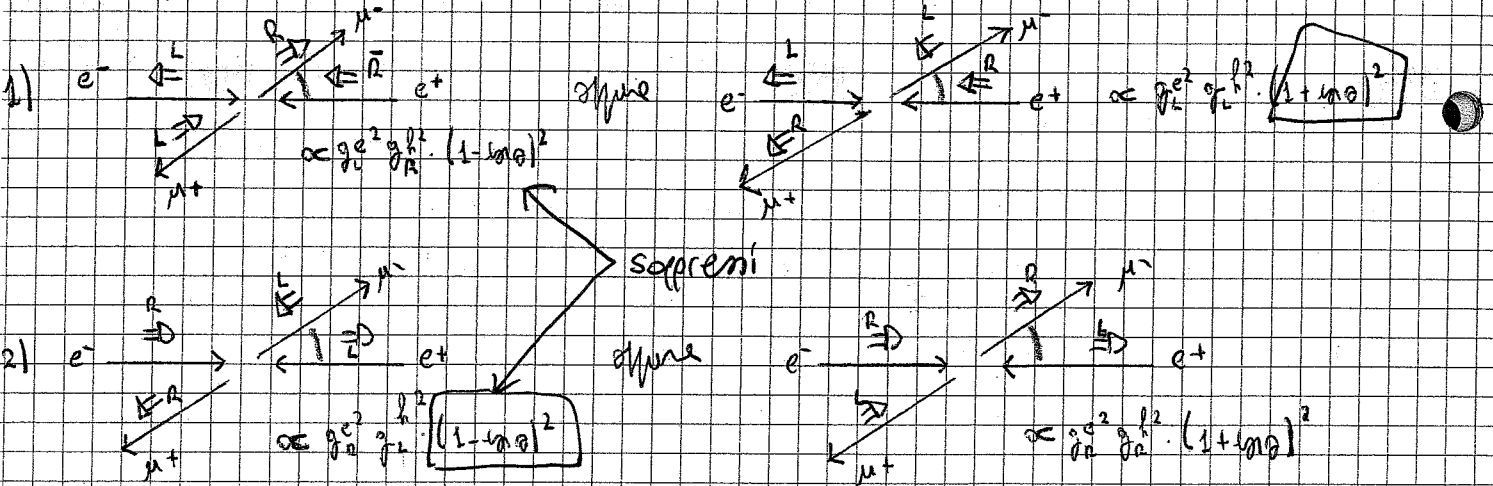
$$1) g_L^{e^2} \left(\frac{1+p}{2} \right)$$

$$2) g_R^{e^2} \left(\frac{1-p}{2} \right)$$

e in direzione:

$$A_{12} = \frac{g_L^{e^2} - g_R^{e^2}}{g_L^{e^2} + g_R^{e^2}} \Rightarrow p \cdot A_{12} \text{ nel caso di paritarlo preliminare}$$

Per la posizione della 2, come il decadimento ($\ln \theta$):



La distribuzione angolare θ , quindi, detta dalla configurazione degli spin. I termini $(1 \pm \cos \theta)^2$ contengono un termine lineare in $\cos \theta$. In termini, nominando opportunamente i poteri, si eliminano se $g_L^e = g_R^e$ e se $g_L^\mu = g_R^\mu$.

$$\text{Termine in } \cos \theta \propto 2 g_L^{e^2} \cdot (g_L^{\mu^2} - g_R^{\mu^2}) - 2 g_R^{e^2} \cdot (g_L^{\mu^2} - g_R^{\mu^2}) = 2 \cdot (g_L^{e^2} - g_R^{e^2}) \cdot (g_L^{\mu^2} - g_R^{\mu^2})$$

$$\text{Termine in } (1 + \cos \theta) \propto (g_L^{e^2} + g_R^{e^2}) \cdot (g_L^{\mu^2} + g_R^{\mu^2})$$

Quindi:

$$A_{FB} = \frac{3}{8} \cdot \frac{\cos \theta}{1 + \cos^2 \theta} = \frac{3}{4} A_e \cdot A_\mu$$

Quando, ora, alla simmetria di paritarlo, si trova che:

$$d\sigma(\mu) \propto g_L^{e^2} g_L^{\mu^2} (1 + \cos \theta)^2 + g_R^{e^2} g_R^{\mu^2} (1 - \cos \theta)^2 \text{ per paritarlo di fermioni "left"}$$

$$d\sigma(\mu) \propto g_L^{e^2} g_R^{\mu^2} (1 - \cos \theta)^2 + g_R^{e^2} g_L^{\mu^2} (1 + \cos \theta)^2 \text{ " " " " "right"}$$

si, integrando:

$$\sigma(\mu) \propto (g_L^{e^2} + g_R^{e^2}) g_L^{\mu^2}$$

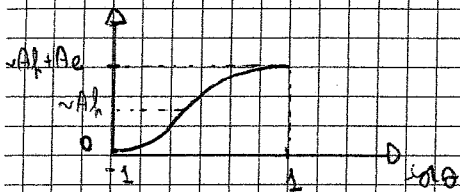
$$\sigma(\mu) \propto (g_L^{e^2} + g_R^{e^2}) g_R^{\mu^2}$$

Quanto, Appiamo stare:

• per l'armonicità di proiezione forte: $A_{pol} = \frac{\theta(l_L) - \theta(l_R)}{\theta(l_L) + \theta(l_R)} = \frac{g_L^{p^2} - g_R^{p^2}}{g_L^{p^2} + g_R^{p^2}} = A_R$

• per l'armonicità " differenziale: $A_{ed} = \frac{d\theta(l_L) - d\theta(l_R)}{d\theta(l_L) + d\theta(l_R)} = \frac{A_R \cdot (1 + \theta^2) + 2A_e \theta}{(1 + \theta^2) + 2A_e A_R \theta}$

Ma, ovviamente, la A_{ed} differenziale è:



Questa è una curva di θ , tracciata con certe valori di proiezione (nella curva); la A_{ed} forte, invece, corrisponde all'integrale della suddetta curva.

Quando i fotoni sono polarizzati, in termini della AFB si può dire che si ha: $p=1$ se gli e sono L e $p=-1$ se gli e sono R):

$$A_{FB}^{pol} \left\{ \begin{array}{l} \text{limite in } \theta \rightarrow 0 \text{ o } \infty \text{ o } \frac{1+p}{2} g_L^{p^2} \cdot 2 \cdot (g_L^{p^2} - g_R^{p^2}) - \frac{1-p}{2} g_R^{p^2} \cdot (g_L^{p^2} - g_R^{p^2}) \\ \text{limite in } (1+\theta^2) \text{ o } \frac{1+p}{2} g_L^{p^2} \cdot (g_L^{p^2} + g_R^{p^2}) + \frac{1-p}{2} g_R^{p^2} \cdot (g_L^{p^2} + g_R^{p^2}) \end{array} \right.$$

quindi:

$$A_{FB}^{pol} = \frac{3}{4} A_R \cdot \frac{A_e + P}{1 + P \cdot A_e}$$

Per avere la AFB dove la Z_0 parla in polarizzato e il suo spin non è lungo la Z_0 , Z_0 deve non formare un'angolo nullo. La proiezione della Z_0 è

indefinita mediante il parametro P , la direzione della polarizzazione dei fotoni. In alternativa, possiamo spiegare il fatto che $g_L^e \neq g_R^e$ (come con fotoni non polarizzati) e che, dunque, si è conservata una armonicità nella proiezione della Z_0 .

Quindi, sempre, rispetto ai fotoni, in controllo direttamente il parametro P .

Per misurare la armonicità AFB è possibile anche a fronte di distribuzione angolare dei leptoni (positivi: non è facile avere questa armonicità, perché è molto soppressa nei piani della

misurante $E_{in} \approx M_{Z_0}$).

Teoricamente sarebbe possibile avere la AFB per $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$ ($A_{FB} = \frac{3}{4} A_e \cdot A_b$, con $A_b \gg A_e$ perché $A_b \gg A_e$), ma, nella pratica, non è facile misurare AFB in eventi di questo tipo: è

necessario riuscire ad assegnare correttamente gli adroni che si sono prodotti nella rete finale di eventi

• b prodotti. Un altro problema pratico sono le distribuzioni dei quark:

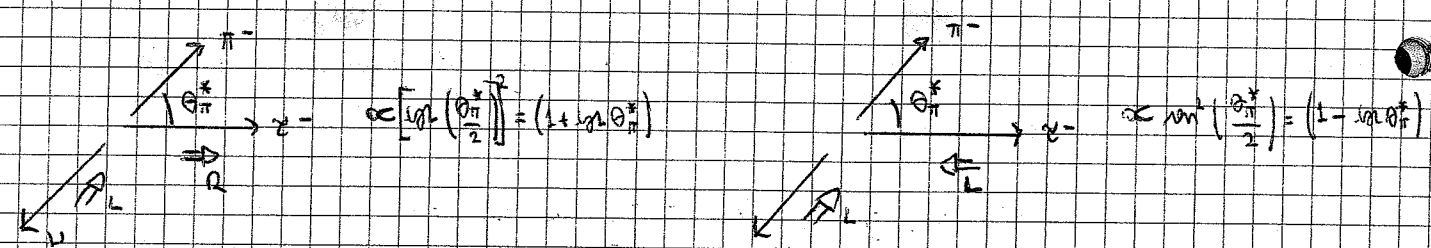
$$\begin{array}{l} b \rightarrow \bar{b} \rightarrow c \text{ con } + \nu \\ \bar{b} \rightarrow b \rightarrow c \text{ con } - \bar{\nu} \end{array}$$

e questa spiega l'assegnazione dei settori ai paesi ricchi: (si moltiplica il prezzo in dollari ed in lire, mettere in scala, paragona ad un \bar{b} ; noi deposita la quota della somma di lire in conto contro quelli indietri).
 Preferiamo quindi questa mixing di flussi di questi:

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= h_a \cdot x_a + h_b \cdot x_b \\ \theta_F^* &= \theta_F \cdot (1 - \bar{x}) + \theta_B \cdot \bar{x} \\ \theta_B^* &= \theta_B \cdot (1 - \bar{x}) + \theta_F \cdot \bar{x} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bar{A}_{FB}^{bb} = \frac{\theta_F^* - \theta_B^*}{\theta_F^* + \theta_B^*} = \frac{\theta_F - \theta_B}{\theta_F + \theta_B} \cdot (1 - 2\bar{x}) = A_{FB}^{bb} \cdot (1 - 2\bar{x})$$

Minimizzare $\bar{x} \approx 13\%$, quindi \bar{A}_{FB}^{bb} decresce di circa il 25% rispetto ad A_{FB}^{bb} .

Per minimizzare la A_{FB} , preferiamo volentieri i paesi $e^* - a^* + c^*$ (con $c^* = 0$ π ν , in seguito), con $B.R. = 17\%$; allora due casi:



quindi; quando i due paesi hanno la distribuzione omogenea dei π omni:

$$\frac{dN}{d\nu \theta_{\pi}^*} \propto \frac{1}{2} \cdot (1 + P_2) \cdot (1 - \nu \theta_{\pi}^*) + \frac{1}{2} \cdot (1 - P_2) \cdot (1 + \nu \theta_{\pi}^*) = (1 - P_2 \cdot \nu \theta_{\pi}^*)$$

minimare la polarizzazione del π permette, dunque, di minimizzare la A_{FB} italiana, non è facile minimare θ_{π}^* in quanto P_2 (non si riesce a minimare la deviazione del π dalle paritè, il ν , non è facilmente minimabile), ν può, in alternativa, minimare l'impulso del π , cioè in pratica:

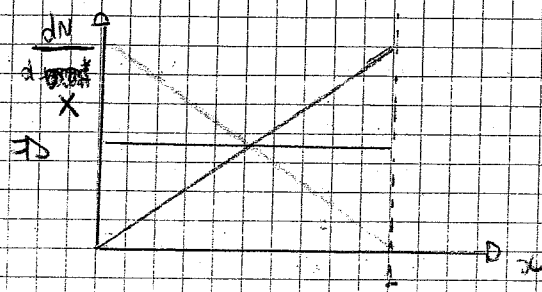
$$E_{\pi} = \frac{\nu}{2} \cdot E_{\pi}^* \cdot (1 + P_2 \cdot \nu \theta_{\pi}^*) \approx \frac{E_{\pi}^*}{2} \cdot \frac{m_2}{m_1} \cdot (1 + \nu \theta_{\pi}^*) = \frac{E_{\pi}^*}{2} \cdot (1 + \nu \theta_{\pi}^*)$$

quando omni $E_{\pi}^* \approx m_2/2$, $P_2 \approx P_{\pi}^* \approx 1$ (paritè relative). Quindi, minimando ν in relazione a E_{π} , si può ottenere la distribuzione in rapporto dei π , che è la legge della distribuzione omogenea usata in precedenza:

$$\frac{dN}{d\nu \theta_{\pi}^*} = \frac{dN}{dE_{\pi}} \cdot \frac{dE_{\pi}}{d\nu \theta_{\pi}^*} \Rightarrow \frac{dN}{dE_{\pi}} = \frac{2}{E_{\pi}} \cdot (1 - P_2 \cdot \nu \theta_{\pi}^*) = \frac{2}{E_{\pi}} \cdot (1 - P_2 \cdot (2 \frac{E_{\pi}}{E_{\pi}^*} - 1))$$

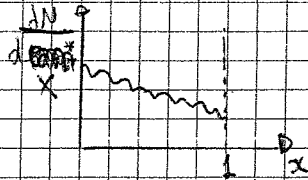
definendo $x = E_{\pi}/E_{\pi}^*$, si ottiene:

$$\frac{dN}{dx} = 2 \cdot (1 - P_2 \cdot (2x - 1))$$



- : Int.: π non "left" ($P_2 = 1$)
- : π polarizzato
- : Int.: π non "right" ($P_2 = -1$)

Nella figura, la minima energia di mezzo, della quale può essere ricavata P_2 :



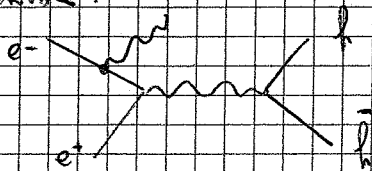
e, sommando la P_2 , possiamo ricavare la $\frac{dN}{dx}$, che costituisce una misura di A_{FB} .

Se minimizziamo l'incertezza $A_{FB}^{(eff)}$ con una data precisione $\Delta A_{FB}^{(eff)}$, possiamo chiederci quale sia la precisione nella stima di $\sin^2 \theta_w$ (cioè $\Delta \sin^2 \theta_w$) a Onelaborato, possiamo vedere:

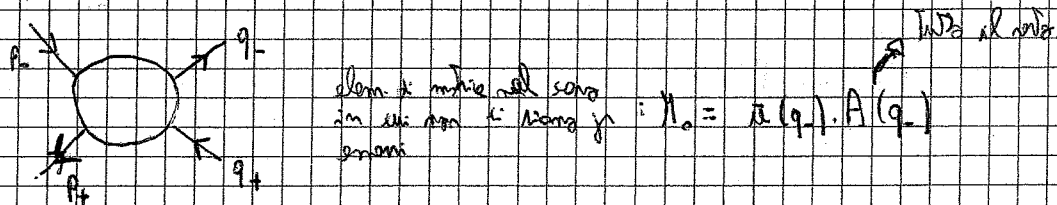
- $\Delta A_{FB} \rightarrow \Delta \sin^2 \theta_w$?
- $\Delta A_{FB} \rightarrow \Delta \sin^2 \theta_w$?
- $\Delta A_{FB}^{(eff)} \rightarrow \Delta \sin^2 \theta_w$? (risposta ovvia che dopo il 10% degli es. $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$ può essere una μ fra \pm minima, che che si ottiene $b \rightarrow c, l, \nu$, con BR $\approx 10\%$, appross.)

25/10/2012

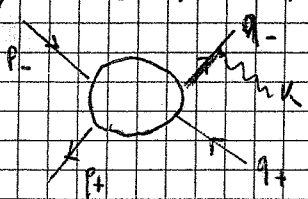
Vediamo cosa succede ad $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ se si ha anche l'emissione di un γ da parte degli e^- nella fase iniziale:



Si schematizza in questo modo con 2 fermioni entranti e 2 uscenti:



ma, nel caso dell'emissione di un γ :



$$M_1 = e \bar{u}(q_-) \cdot \frac{\not{q}_- + \not{k} + m}{(q_- + k)^2 - m^2} \cdot A(q+k)$$

(termini derivanti dal propagatore dell' e^- nel vertice "eff. della")

procedendo nel solito:

$$M_1 = e \bar{u}(q_-) \cdot \frac{\not{q}_- + \not{k} + m}{2 \cdot (q_- + k)} \cdot A(q+k)$$

nel caso dell'emissione di un "raffica" (cioè di energia E), si ha (immuando k):

$$M_1 \approx e \bar{u}(q_-) \cdot \frac{\not{q}_- + m}{2(q_- + k)} \cdot A(q_-)$$

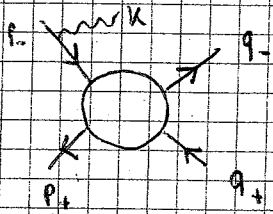
rispetto alle $q_+ + q_- = 2(q_0 + E)$ per la proprietà delle matrici γ e che $\bar{u}(q_-)(q_+ - m) = 0$ per l'equazione di Dirac, si ottiene:

$$M_1 \approx e \bar{u}(q_-) \cdot \frac{-\not{q}_- \cdot \not{q}_- + 2 \cdot (q_0 + E) + m \not{q}_-}{2 \cdot (q_- + k)} \cdot A(q_-) = e \frac{(q_0 + E)}{(q_- + k)} \bar{u}(q_-) \cdot A(q_-)$$

usati, in definitiva:

$$M_1 = e \cdot \frac{(q \cdot \epsilon)}{(q \cdot k)} \cdot M_0$$

è la parte che è emittente del γ e l'altro è l'altro vertice del primo principio. Valutiamo il tutto in un γ e un e della gamba P_+ :



senza emittente: $M_0 = A(p_-) \cdot u(p_-)$

con emittente: $M_1 = e \cdot A(p_- \cdot u) \cdot \frac{\not{p}_- \cdot \not{k} + m}{-2(p_- \cdot k)} u(p_-)$

quindi, per il tutto come in precedenza:

$$M_1 = e \cdot A(p_-) \cdot \frac{\not{p}_- \cdot \not{k} + m}{-2(p_- \cdot k)} u(p_-) = -e \frac{(p_- \cdot \epsilon)}{(p_- \cdot k)} A(p_-) \cdot u(p_-) = -e \frac{(p_- \cdot \epsilon)}{(p_- \cdot k)} M_0$$

Nell'emittente del γ delle altre due gambe k e l_0 , invece

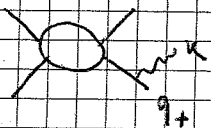


$$M_0 = \bar{v}(p_+) \cdot A(p_+) ; M_1 = e \bar{v}(p_+) \not{\epsilon} \cdot \frac{\not{p}_+ \cdot \not{k} + m}{-2(p_+ \cdot k)} A(p_+ - k) \approx e \bar{v}(p_+) \not{\epsilon} \frac{\not{p}_+ \cdot \not{k} + m}{-2(p_+ \cdot k)} A(p_+)$$

ed, essendo $\not{\epsilon} \cdot \not{p}_+ = 0$ e $\not{\epsilon} \cdot \not{k} = 0$, si ha:

$$M_1 = e \frac{(p_+ \cdot \epsilon)}{(p_+ \cdot k)} M_0$$

infine:



$$M_1 = -e \frac{(q_+ \cdot \epsilon)}{(q_+ \cdot k)} M_0$$

Quindi, grazie alla simmetria, in generale si ha:

$$M_1 = e \cdot \left[\frac{p_+ \cdot \epsilon}{p_+ \cdot k} - \frac{p_- \cdot \epsilon}{p_- \cdot k} - \frac{q_+ \cdot \epsilon}{q_+ \cdot k} + \frac{q_- \cdot \epsilon}{q_- \cdot k} \right] \cdot M_0$$

Calcoliamo il modulo quadro:

$$|M_1|^2 = 4\pi\alpha \cdot R \cdot |M_0|^2$$

Però il quadrato del termine in parentesi quadre è appunto uguale a $\sum_{spin} \epsilon_\mu \cdot \epsilon_\nu^* = -g_{\mu\nu}$, in presenza di gauge e di $\epsilon^0 = 0$ e $\epsilon^3 = 0$:

$$|M_1|^2 = 4\pi\alpha \cdot \left[\frac{2(p_+ \cdot p_-)}{(p_+ \cdot k)(p_- \cdot k)} - \frac{m_e^2}{(p_+ \cdot k)^2} - \frac{m_e^2}{(p_- \cdot k)^2} + \frac{2 \cdot (q_+ \cdot q_-)}{(q_+ \cdot k)(q_- \cdot k)} - \frac{m_e^2}{(q_+ \cdot k)^2} - \frac{m_e^2}{(q_- \cdot k)^2} + \frac{2 \cdot (q_+ \cdot p_+)}{(q_+ \cdot k)(p_+ \cdot k)} + \frac{2 \cdot (q_- \cdot p_-)}{(q_- \cdot k)(p_- \cdot k)} - \frac{2 \cdot (q_+ \cdot p_-)}{(q_+ \cdot k)(p_- \cdot k)} - \frac{2 \cdot (q_- \cdot p_+)}{(q_- \cdot k)(p_+ \cdot k)} \right] \cdot |M_0|^2 = 4\pi\alpha \cdot [R] \cdot |M_0|^2$$

La parte delle parti a 3 corpi (nella 1^a parte c'è anche con p) è:

$$d\Phi_{ppp} = (2\pi)^4 \cdot \delta^4(p_+ + p_- - q_+ - q_- - k) \frac{d^3q_+}{(2\pi)^3 \cdot 2q_+^0} \frac{d^3q_-}{(2\pi)^3 \cdot 2q_-^0} \frac{d^3k}{(2\pi)^3 \cdot 2k^0} =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot (2\pi)^5} \delta^4(p_+ + p_- - q_+ - q_- - k) \frac{d^3q_+}{2q_+^0} \frac{d^3q_-}{2q_-^0} k^0 \cdot dk^0 \cdot d\Omega_p =$$

$$= \frac{1}{16(2\pi)^5} d\Omega_{ppp}^* k^0 \cdot dk^0 \cdot d\Omega_p$$

nell'approximazione di p molto, considero il S_{cm} e tutto è 3 le particelle (p, p, p) e non il S_{cm} dei due p non è molto diverso, quindi:

$$d\Phi_{ppp} \approx \frac{1}{16(2\pi)^5} d\Omega_{ppp} \cdot k^0 \cdot dk^0 \cdot d\Omega_p = \frac{1}{2 \cdot (2\pi)^5} d\Phi_{ppp} \cdot k^0 \cdot dk^0 \cdot d\Omega_p$$

Però, ora, voglio la stessa di una differenziale nell'angolo di emissione dei p:

$$\frac{d\Phi_{ppp}}{d\Omega_{ppp}} = 4\pi \cdot R \cdot (M_0)^2 \cdot d\Phi_{ppp} \cdot \frac{1}{2(2\pi)^5} \cdot k^0 \cdot dk^0 \cdot d\Omega_p =$$

$$= \frac{d\Phi_{ppp}}{d\Omega_{ppp}} \cdot 4\pi \cdot R \cdot \frac{1}{2(2\pi)^5} \cdot k^0 \cdot dk^0 \cdot d\Omega_p = \frac{d\Phi_{ppp}}{d\Omega_{ppp}} \cdot \frac{1}{4\pi^2} \cdot R \cdot k^0 \cdot dk^0 \cdot d\Omega_p$$

integrando, ora, il seno che il p ha energia da una dei fermioni stabili e non da uno di quelli instabili; allora:

$$R_{inst} = \left[\frac{2 \cdot (P \cdot p)}{(P+k) \cdot (P-k)} - \frac{m_e^2}{(p-k)^2} - \frac{m_e^2}{(p+k)^2} \right]$$

INITIAL STATE
REDUCTIONS

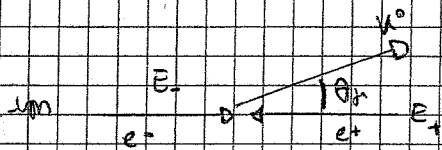


diagramma ma integrale:

$$\int R_{inst} \cdot k^0 \cdot dk^0 \cdot d\Omega_p = \int \left[\frac{2P \cdot p}{(P+k) \cdot (P-k)} - \frac{m_e^2}{(p-k)^2} - \frac{m_e^2}{(p+k)^2} \right] k^0 \cdot dk^0 \cdot d\Omega_p =$$

$$= \int \left[\frac{S}{E_+ E_- k^0 \cdot (1 + \beta \cdot \cos \theta_p) \cdot (1 - \beta \cdot \cos \theta_p)} - \frac{m_e^2}{E_+^2 \cdot k^0 \cdot (1 + \beta \cdot \cos \theta_p)^2} - \frac{m_e^2}{E_-^2 \cdot k^0 \cdot (1 - \beta \cdot \cos \theta_p)^2} \right] \cdot k^0 \cdot dk^0 \cdot d\Omega_p =$$

$$= \int \frac{2\pi dk^0}{k^0} \cdot \int_{-1}^1 \left[\frac{4}{(2 + \beta x) \cdot (2 - \beta x)} - \frac{m_e^2}{E_+^2 \cdot (1 + \beta x)^2} - \frac{m_e^2}{E_-^2 \cdot (1 - \beta x)^2} \right] dx =$$

$$= \int \frac{2\pi dk^0}{k^0} \cdot \left[\frac{4}{\beta} \cdot \ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) - 2 \cdot \frac{m_e^2}{\beta} \cdot \left(\frac{1}{E_+^2 \cdot (1 + \beta)} - \frac{1}{E_-^2 \cdot (1 - \beta)} \right) \right] =$$

$$= \int \frac{2\pi dk^0}{k^0} \cdot \left[\frac{4}{\beta} \cdot \ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) - \frac{4}{\beta^2 \cdot (1 + \beta)} \right] = \int \frac{2\pi dk^0}{k^0} \cdot \frac{4}{\beta} \cdot \left(\ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) - 1 \right)$$

note: $d\Omega_p = \frac{d\theta_p}{\sin \theta_p} d\phi_p$

e si finisce l'integrale di non ora per $\beta=1$ (non si termina la molla dell' e , altrimenti avremmo una divergenza), ma possiamo smontarlo, quindi:

$$\int_{\text{area}} u^0 du^0 d\Omega_p \approx \int \frac{8\pi du^0}{u^0} \left[\ln \frac{4}{1-\beta^2} - 1 \right] = \int \frac{8\pi du^0}{u^0} \left[\ln \left(\frac{4}{m_0^2} \right) - 1 \right]$$

allora, se, integrare nell'energia, introducendo la massa fisica λ del fotone (che non deve divergere):

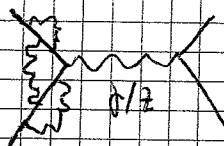
$$\int_{\lambda}^{\Delta E} 8\pi \cdot u^0 \cdot du^0 \cdot d\Omega_p = 8\pi \cdot \left(\ln \frac{4}{m_0^2} - 1 \right) \cdot \ln \left(\frac{\Delta E}{\lambda} \right)$$

\nearrow limite di E e p (ΔE è scelto, poiché nono nell'approssimazione di $p \ll \omega$)

quindi, possiamo esprimere la β d'interazione in fun. di quella del fotone senza emissione di p :

$$\frac{d\Theta_{pp}}{d\Omega_{pp}} = \frac{d\Theta_{pp}}{d\Omega_{pp}} \cdot \left(\beta_c \cdot \ln \left(\frac{\Delta E}{\lambda} \right) + \dots \right) \quad \text{dove } \beta_c = \frac{2\alpha}{\pi} \cdot \left(\ln \frac{4}{m_0^2} - 1 \right) \approx 0,11$$

Quindi, possono essere a spandere linee con "virtuali" di ordine successivo (linee radiative) nel diagramma di Feynman; si dimostra che:

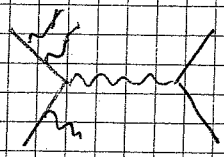


$$\frac{d\Theta_{pp}^{(V)}}{d\Omega_{pp}} = \frac{d\Theta_{pp}}{d\Omega_{pp}} \cdot \left(1 + \beta_c \cdot \ln \frac{\lambda}{E_0} + \dots \right)$$

dove $E_0 = \frac{\sqrt{s}}{2}$ è l'energia del fotone. Possiamo sommare queste correzioni virtuali (V) con quelle del fotone reale (S): in tal modo si dimostra che non si hanno più problemi di divergenza in il fotone λ e p hanno massa nulla (potrebbe, λ e p reale sono p virtuali). Quindi:

$$\frac{d\Theta_{pp}^{(V+S)}}{d\Omega_{pp}} = \frac{d\Theta_{pp}}{d\Omega_{pp}} \cdot \left(1 + \beta_c \cdot \ln \left(\frac{\Delta E}{E_0} \right) + \dots \right)$$

Se consideriamo, invece, l'emissione di più fotoni reali:



$$\propto \frac{1}{2} \beta_c^2 \cdot \ln^2 \left(\frac{\Delta E}{\lambda} \right)$$

anche, la potenza di λ è virtuale e di λ e p reale completa:

$$\propto \beta_c^2 \cdot \ln \left(\frac{\lambda}{E_0} \right) \cdot \ln \left(\frac{\Delta E}{\lambda} \right)$$

o 2 altri fotoni virtuali:

$$\propto \frac{1}{2} \cdot \beta_c^2 \cdot \ln^2 \left(\frac{\lambda}{E_0} \right)$$

combinando i due termini, quindi otteniamo, si dice:

$$\frac{d\theta_{pm}(m,p)}{d\Omega_{pm}} = \frac{d\theta_{pm}}{d\Omega_{pm}} \cdot \left(1 + \beta_0 \ln\left(\frac{\Delta E}{E_0}\right) + \frac{1}{2} \beta_0^2 \ln^2\left(\frac{\Delta E}{E_0}\right) + \dots \right)$$

che è una serie esponenziale, quindi:

$$\frac{d\theta_{pm}(m,p)}{d\Omega_{pm}} = \frac{d\theta_{pm}}{d\Omega_{pm}} \left(\frac{\Delta E}{E_0}\right)^{\beta_0}$$

inf, non possono essere tutti riprodotti: sono presenti con emittenza di $1p$, di $2p$, ecc... = α
 dopo tutto: questi tutti insieme, possono ma distinguere fra:

$$m_p + m_p \text{ con } E_p \ll \Delta E \quad \text{e} \quad m_p + m_p \text{ con } E_p > \Delta E$$

ne facciamo $\Delta E \rightarrow 0$, la serie si annulla: non si è modo di non avere emittenza di p nella nota finale.

È importante vedere l'effetto di queste funzioni nella curva di risonanza della E_0 .
 La prima di energia del fotone totale ma dell'emissione di un p e:

$$x = \frac{E_p}{E_0} \Rightarrow \text{L'E dipendente nel CN diventa } s' = z \cdot s \quad (\text{con } 0 \leq z \leq 1)$$

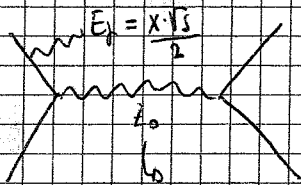
per la conservazione dell'energia, si ha:

$$\left. \begin{aligned} E_p + E_{eff} &= \sqrt{s} \\ E_p &= |\vec{p}| = |\vec{p}_{eff}| \end{aligned} \right\} s' = E_{eff}^2 - |\vec{p}_{eff}|^2 = (\sqrt{s} - E_p)^2 - E_p^2 = s - 2E_p\sqrt{s}$$

quindi:

$$E_p = \frac{s - s'}{2\sqrt{s}} \Rightarrow x = \frac{s - s'}{s} = 1 - \frac{s'}{s} = 1 - z$$

Inf, nel caso dell'emissione di una z_0 :



$$\text{Nuovo valore } s' = z \cdot s$$

In tutta la funzione, abbiamo visto che se E_p fosse nulla, ne, invece, questa non fare
 non, diventerebbe:

$$\theta(s) = \int_{s_0/s}^1 \theta^0(zs) \cdot P(x) dz = \int_{s_0/s}^1 \theta^0(zs) \cdot P(1-z) dz$$

$$\text{con } E_p = x E_0$$

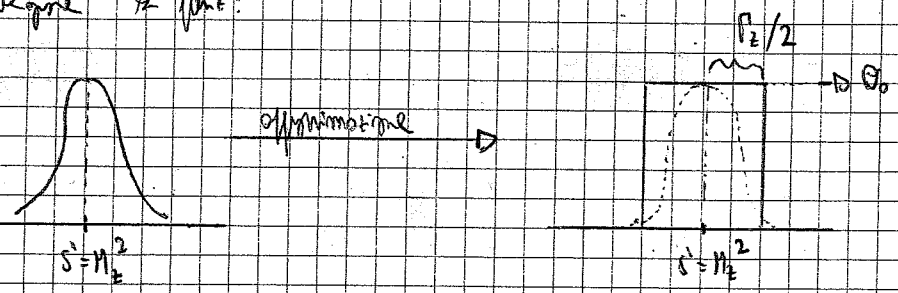
ovvero θ^0 la serie di volta al punto zero emittenza di p e P la probabilità di emittenza di un p .

quando $z \in [\frac{s_0}{s}, 1] \Rightarrow X \in [0, 1 - \frac{s_0}{s}]$. Quindi il rapporto θ° integrale di z :

$$\theta(s) = \theta^\circ \int_{s_0/s}^1 p(1-z) dz = \theta^\circ \int_0^{\Delta E} p(x) dx = \theta^\circ \left(\frac{\Delta E}{E_0} \right)^{\beta_2}$$

quindi: $P(x) = \beta_2 \cdot x^{\beta_2-1}$

Problema integrale & funt:

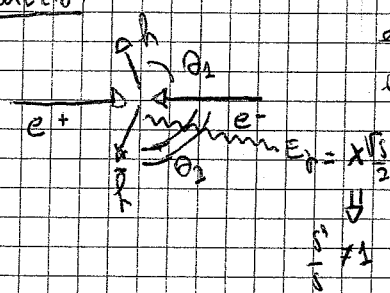


quindi:

$$\theta(s) = \int_{s_0/s}^1 \theta^\circ \beta_2 (1-z)^{\beta_2-1} dz = \theta^\circ \int_{1-\frac{P_z}{M_z}}^1 \beta_2 (1-z)^{\beta_2-1} dz = \theta^\circ \left(\frac{P_z}{M_z} \right)^{\beta_2} \approx 0,67 \cdot \theta^\circ$$

con $s_0 = (M_z - P_z/2)^2 \approx M_z - P_z \cdot M_z \Rightarrow \frac{s_0}{s} = 1 - \frac{P_z}{M_z}$. In pratica, non hanno altre equazioni per E e $X < 1 - P_z/M_z$.

Uscita



emissione del p // ad angolo θ due $p_{sc} \Rightarrow$ due f non sono più con impulsi opposti: stanno $\frac{s'}{s}$ in funz. di θ_1 e θ_2 (funzioni de mome) ed in funz. di $\theta_1, \theta_2, \beta_1$ e β_2 (relazioni dei fermioni emessi, quando non trasmetto de mome).

Il motivo è che questa $s' \neq s$ completa che f di f possono andare avanti ed indietro indietro; questo introduce la simmetria avanti-indietro, quindi simmetrie rispetto al piano nel Sen per due fermioni (anche nel Sen):

$\frac{1}{\theta^*}$ stare con θ^* in funz. di θ_1 e θ_2 (nel Sen).

28/05/2012

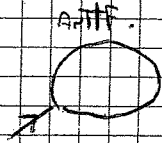
Vettore di spin di protoni e di coniugazione di carica γ : fermioni:

PARITÀ: γ^0

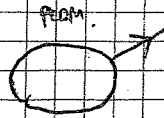
impulso:

$$P \begin{pmatrix} \phi \\ \frac{\partial \cdot p}{E+m} \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi \\ -\frac{\partial \cdot p}{E+m} \phi \end{pmatrix} \Rightarrow P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \gamma^0$$

spazio da fermione ed anti-fermione, un spazio più grande rispetto a uno:



equivalente a



$$-e, -\frac{1}{2}, -E, \dots$$

$\hookrightarrow S_2(\text{spin})$

$$+e, +\frac{1}{2}, +E, \dots$$

$\hookrightarrow S_2(\text{spin})$

L'elicità, nei due casi, è la stessa (spin opposto e, mentre l'anti-particella è estrane, la particella è usante).

Alcune Teoria di spinori $u = \begin{pmatrix} \phi \\ \frac{\sigma \cdot \vec{p}}{E+m} \phi \end{pmatrix}$, con ϕ che ha 2 gradi di libertà di spin (\uparrow e \downarrow); per un'anti-particella in numero di spinori v :

$$v = \begin{pmatrix} -\frac{\sigma \cdot \vec{p}}{E+m} \chi \\ \chi \end{pmatrix}$$

$$+ a_1 \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sigma \cdot \vec{p}}{E+m} \\ 0 \end{pmatrix} + a_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\sigma \cdot \vec{p}}{E+m} \end{pmatrix}$$

scriviamo la spinore nel modo più generale possibile:

se $\vec{p} = 0 \Rightarrow u = \begin{pmatrix} \phi \\ 0 \end{pmatrix}$; e $\vec{p} \neq 0 \Rightarrow u = \begin{pmatrix} \phi \\ \frac{\sigma \cdot \vec{p}}{E+m} \phi \end{pmatrix} = a_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + a_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

con a_i = coeff. operati. Per una spinore v ~~in~~ la qualora di analogo di equazione di Dirac si sommano le somme spinore le equate operatore:

$$C u = \bar{u}^T$$

quindi C deve essere tale da sommare questa equazione. La C somba: numeri quantici addizionali nel loro spazio. Sostituiamo la trasformazione che prende di spinore della L libera a quella di una particella immersa in un campo e.m. A_μ :

$$i \partial_\mu \rightarrow i \partial_\mu + e A_\mu$$

se la carica è $Q = e$, allora la equazione e.m. è per una particella di carica $+e$:

$$i \not{\partial} \psi - e \not{A} \psi = m \psi$$

invariante nell'equazione di Dirac:

$$[i \not{\partial} \cdot (i \partial_\mu + e A_\mu) - m] \psi = 0 \quad \text{per un } e^- \quad (Q = -e)$$

per un positrone ($Q = +e$, $\psi \rightarrow \psi_c$ (coniugato), $i \not{\partial} \cdot (i \partial_\mu - e A_\mu) - m$), si ottiene:

$$[i \not{\partial} \cdot (i \partial_\mu - e A_\mu) - m] \psi_c = 0$$

Prendiamo il complesso coniugato dell'equazione di Dirac per la particella:

$$\{ (i \not{\partial})^* \cdot [(-i) \not{\partial}_\mu + e A_\mu] - m \} \psi^* = 0$$

$$\{ -(i \not{\partial})^* \cdot (i \partial_\mu - e A_\mu) - m \} \psi^* = 0$$

alora, dunque, un operatore O tale che:

$$-O \psi^* = \psi^* O$$

realizziamo $(\psi^*)^*$, sapendo che p^0 e' una matrice reale, mentre $p^{1,2,3}$ contengono le matrici di Pauli e, dunque, sono complesse:

$$(p^0)^* = p^0$$

$$(p^i)^* = -p^i$$

L'operatore O ha due autovalori opposti:

$$|O \psi^*|^2 = (\psi^*)^* O^* O \psi^* \Rightarrow \text{si dimostra che } O = \pm \gamma^2$$

questo operatore puo' essere scritto esplicitamente:

$$i \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ -\sigma_2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & 0 \end{pmatrix}$$

Supponiamo che $\psi = u(\vec{p}) \cdot e^{-ipx}$, quindi:

$$\psi^* = u(-\vec{p}) \cdot e^{-i(-px)}$$

usi la spinore $u(\vec{p})$ e' diretta una spinore mentre di $E < 0$ $u(-\vec{p})$. Supponiamo di limitarci ad una spinore dell'ipotesi:

$$u_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{E+p}{E+m} = \text{spinore a spin up}$$

ed applichiamo $i\gamma^2$:

$$i\gamma^2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{E+p}{E+m} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = v_+ \quad \left(\begin{array}{l} \text{spinore a} \\ \text{spin up} \end{array} \right)$$

L'operatore O , che manda $\psi^* \rightarrow \psi$, lo si scrive come segue:

$$O = C \cdot \gamma^0 = \pm \gamma^2 \Rightarrow C = \pm \gamma^2 \gamma^0$$

troviamo alcune relazioni utilizzando che l'operatore e' O e non C :

$$O = \pm \gamma^2 = C \gamma^0; \quad C^{-1} \gamma^0 C = (\gamma^0)^T; \quad C = -C^{-1} = -C^T = -C^T$$

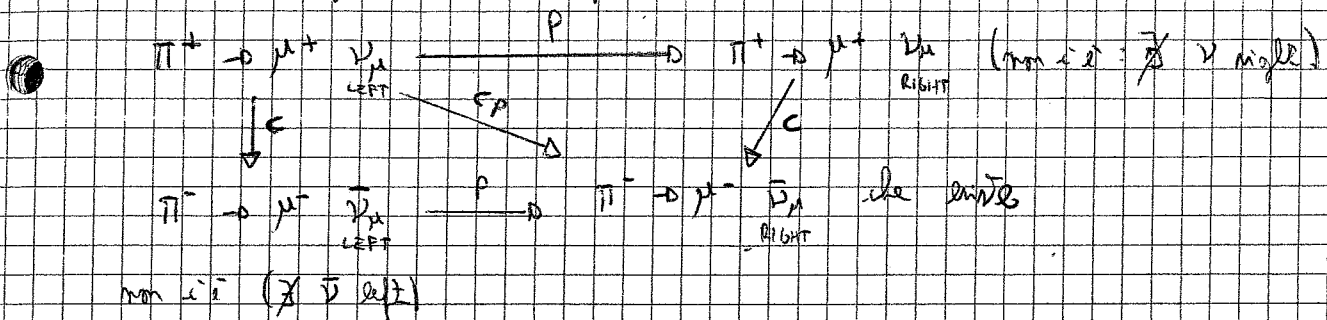
La spinore $i\gamma^2$ agisce esclusivamente sugli spinori (u, v) e non sulla parte spinore (e^{ipx}) . Se utilizziamo la matrice $e.m.$ associata all'antispinore, essa moltiplica anche il segno rispetto; il teorema di spin - identita' dice che alcune interazioni non agiscono:

$$J_{em}^\mu = -\bar{\psi} \gamma^\mu \psi$$

$$(J_{em})_C = e \psi^T C^{-1} \gamma^\mu C \bar{\psi}^T = -e \psi^T \gamma^\mu \bar{\psi}^T$$

che e' la densita' di corrente: allora, dunque, interazione "a corrente" non agisce.

Immaginiamo l'operatore CP; possiamo dire:



dunque, affinché PC e CP permetta sempre di ottenere un partner che esiste dunque CP è conservata, mentre C e P non valde separatamente.

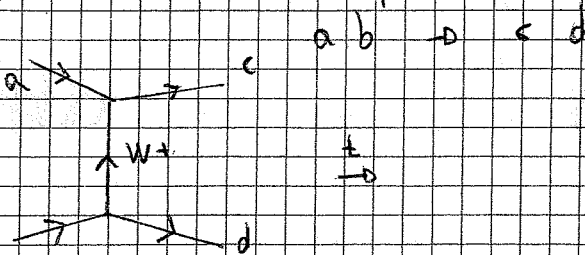
Il vedere che CP fosse una buona simmetria per i quark deboli, ma il moltiplicando del MISURAMENTO DI SARACE permette la rottura di CP.

Il dimostrarlo che, se il moltiplicando fosse limitato dall'angolo di Cabibbo con 2 solo famiglie di quark, CP non è violato (in realtà, infatti, le famiglie di quark sono 3).

La dimostrazione che CP è violato, ha suggerito, dunque, un miglioramento del modello a quark. Dopo la scoperta della rottura di CP nel decadimento (debole) del K, si ipotizza che tale rottura avviene in effetti di una interazione diversa da quella debole (chiamata SUPERDEBOLE o MICRODEBOLE), poiché 2 sole famiglie di quark non permettono di spiegare tale rottura: oggi sappiamo, invece, che essa può essere spiegata in termini di interazione debole e di moltiplicando dei quark.

La rottura di CP permette anche di spiegare la predominanza della materia sull'antimateria nell'universo (ipotesi di Sakharov, nel 1964: al momento del Big Bang, materia ed antimateria si eguagliavano; se ammettiamo che la materia e l'antimateria possono decadere, oltre ammettere anche la rottura di CP in spiegare la diversa decadenza della materia e dell'antimateria, che permettono di spiegare la rottura osservata).

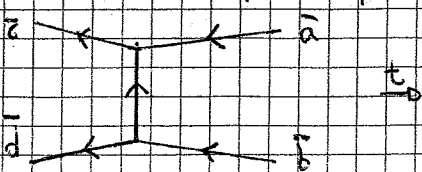
Supponiamo di avere un sistema elementare fra quark:



$$q(a) = -\frac{1}{3} \quad q(b) = +\frac{2}{3}$$

$$q(c) = +\frac{2}{3} \quad q(d) = -\frac{1}{3}$$

Immaginiamo il sistema fra anti-quark ed $\bar{a} \bar{b}$



Se si limitano a guardare la struttura di spazio del sistema, esso ha un'ampiezza:

$$J_{\text{eff}} = J_{ca}^M \cdot J_{\mu}^+, \text{ da } \text{per il sistema con } i \text{ quark}$$

$$J_{\text{eff}}^{\text{antiquark}} = J_{\bar{c}\bar{a}}^M \cdot J_{\mu}^+, \text{ da } \text{per gli antiquark}$$

ed il modulo quadro è lo stesso.

$$|J_{\text{eff}}|^2 = |J_{\text{eff}}^{\text{antiquark}}|^2$$

Consideriamo, invece, il processo $\bar{a}b \rightarrow \bar{c}d$ ed il processo $cd \rightarrow ab$: anch'essi sono fra loro equivalenti, ma il processo $cd \rightarrow ab$ è come il processo $ab \rightarrow cd$ se va indietro nel tempo (è il processo T-CONIUGATO di $ab \rightarrow cd$).

La questione che effettua la coniugazione del tempo due once tre etc.

$$T a(t) = a(-t) \quad \Rightarrow \quad T(a(t)) = a^*(t)$$

infatti T è un operatore ANTIVARIANTE e due volte ma l'one di tempo, che lo rende INVARIANTE. Quindi le ampiezze dei processi $ab \rightarrow cd$ e $cd \rightarrow ab$ sono l'una la complessa coniugata dell'altra. Se abbiamo una matrice di mixing V che mischia le specie scritte, si ha:

$$J_{\text{eff}} \propto j^{\mu} \cdot (1 - \gamma_5) \cdot V_{ca} \cdot \text{le down}$$

quindi, nel processo $ab \rightarrow cd$ si ha:

$$V_{ca} \cdot V_{db}^*$$

mentre, nel processo $cd \rightarrow ab$, si deve avere il complesso coniugato:

$$[V_{ca} \cdot V_{db}^*]^*$$

se le V sono reali, i due processi hanno lo stesso ampiezza (il complesso coniugato non fa niente), ma se le V sono complesse, i due processi hanno ampiezze diverse.

Quest'ultima condizione si può verificare che la matrice V di mixing ha più di 2 parametri:

$$\text{matrice di mixing: } V = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \text{ che è unitaria } (V^{\dagger}V = \mathbb{1} \Rightarrow V^{\dagger} = V^{-1})$$

L'unitarietà è richiesta dal fatto che si deve conservare il numero di quark con stesso sapore.

Se abbiamo n (ovvero 2) famiglie, la matrice V sarà n x n, quindi ha 2 * (n x n) elementi. (si può considerare la parte reale separatamente da quella immaginaria; immaginaria è l'unitarietà, dettando dei "constraint" sulla matrice

$$2 \cdot (n \times n) \text{ parametri indipendenti} \quad \text{unitarietà} \quad \Rightarrow \quad (n \times n) \text{ parametri indipendenti}$$

La matrice V può essere sparsa e poiché da una matrice già nota, ridifinando gli indici, si ha:

$$(S_{1n})_{\text{quasi}} = e^{i\alpha_n} \cdot \delta_{1n} \quad (S_{2n})_{\text{quasi}} = e^{i\beta_n} \cdot \delta_{2n}$$

con $n=1, \dots, m$. Queste m fasi possono essere ridifinite in condizioni di massima libertà non indipendenti.

Definiamo, quindi, la matrice V' tale che:

$$V' = S_{1m}^* \cdot V \cdot S_{2m}$$

quindi:

$$\bar{u} \cdot S_{1m}^* \cdot V \cdot S_{2m} \cdot d = \bar{u} \cdot V' \cdot d$$

Prendiamo qualche approssimazione $\alpha_n = \alpha + \alpha'_n$, con $\alpha = \frac{\sum \alpha_n}{m}$ (media), quindi $\sum \alpha'_n = 0$. \downarrow
 Allora, allora:

$$S_{1n} = e^{i\alpha} \cdot S_{1n}' \quad S_{2n} = e^{i\beta} \cdot S_{2n}'$$

quindi:

$$V' = e^{-i(\alpha-\beta)} \cdot S_{1m}' \cdot V \cdot S_{2m}'$$

e la differenza tra le fasi $(\alpha-\beta)$ non può mai essere eliminata: ridifinando le fasi, ne rimane sempre $2m$ gradi (m up e m down), approssimazione numerica $m-1$.

Ad esempio, per 2 generazioni di quark (2 famiglie):

$$m=2 \rightarrow \# \text{ elem. di } V = 8 \xrightarrow{\text{combinati}} 4 \xrightarrow{\substack{\text{ridif. delle} \\ \text{fasi}}} 4 - (2m-1) = 1 \quad \left(\begin{array}{l} \text{un angolo di} \\ \text{rotazione} \end{array} \right)$$

e la matrice è una matrice di rotazione. Se, invece, abbiamo 3 famiglie:

$$m=3 \rightarrow \# \text{ elem. ind. di } V = (3 \text{ rotazioni} + 1 \text{ fase complessa}) = 4$$

↳ 3 angoli di Euler

quindi, con 3 famiglie, la matrice può contenere dei termini complessi e questo permette di dare origine a 2 polari che sono l'uno il T-coniugato dell'altro.

Questo stato è stato studiato da Kobayashi e Maskawa.

Se la matrice di mixing non è reale e, dunque, consente la rottura di T.

29/05/2012

Il K ha due stati e siamo di cui è BINARIO. Un analogo classico è quello dei due pendoli accoppiati con una molla (continuo con intera linea, con 2 modi diversi di

• miscelazione - pendoli in fase e pendoli in antipase): la loro \downarrow porta un solo elemento di stati.

Due stati, in generale, sono lineari quando essi sono due stati neutri e uno carico

accessibili di quoziente. Un esempio è costituito da ipollone ed antiipollone neutro: possono
 andare a creare polifoni come accessibili di massa, anche come creatori di interazioni.
 Un esempio di fatto era l'annichilazione dei decadimenti di K_L e K_S .

Espressioni di Jaroski:

$$\frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)} \neq 0 \Rightarrow CP \text{ è violata}$$

L'esperimento NA48 al CERN ha misurato la quantità:

$$\left[\frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-)} \right] / \left[\frac{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)} \right] = 6 \operatorname{Re}(\epsilon'/\epsilon)$$

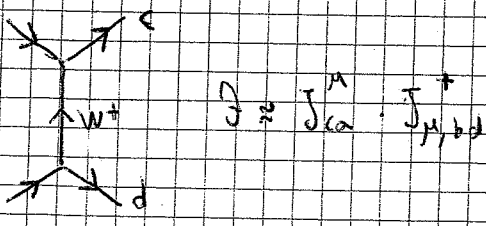
ed il rapporto ϵ'/ϵ è risultato $\neq 0 \Rightarrow \epsilon \approx 30^{-3}$, $\epsilon' \neq 0 \Rightarrow$ è presente una fase irreducibile
 nella matrice CKM (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa) che, dunque, deve essere complessa e non
 reale. In questo modo, il modello CKM è compatibile con la violazione di CP.

gli esperimenti BABAR e BELLE (in cui si studia $e^+e^- \rightarrow B^0 \bar{B}^0$), in una misura:
 parametri della matrice CKM: questo ha permesso di capire dove si trova la fase in
 irreducibile.

Il modello CKM, al proprio modo, non tiene conto del fatto che, nell'universo, si ha un
 predominio della materia sull'antimateria. Alcuni esperimenti (come LHCb) stanno pro-
 vando a misurare questa asimmetria. Altri esperimenti analoghi sono BELLE II e SuperB: essi
 studiano fase bcc sulle ulteriori soglie di interazione, al di fuori del modello Standard.

Un altro esperimento analogo è NA62, che studia $K \rightarrow \pi + \text{neutrini}$.
 Inoltre alcuni fenomeni non spiegati: oscillazioni di ν , presenza di materia oscura, predominanza della
 materia sull'antimateria. Si deve poter cercare oltre il modello Standard, ma poter spiegare in
 modo soddisfacente questi fenomeni.

Alcune considerazioni:



questo processo è una scattering, ma può anche interpretato come
 come un decadimento.

che prova che non si dispone mai di spari leptoni (come a e b) da far interagire:
 nel produrre una ν da cui si studia il decadimento.

In altri, fino oggi anni '70, non si riusciva a trovare un modo altrettanto l'inter-

adesso fare, si ne fa una trattazione statistica e termodynamica.

Se invece della matrice V di mixing, il pairing ab+cd può essere scritto come:

$$\mathcal{J} = \begin{pmatrix} \mathcal{J}_{ca}^+ & \mathcal{J}_{bd}^+ \\ \mathcal{J}_{ca}^- & \mathcal{J}_{bd}^- \end{pmatrix} \propto \bar{u}_c \cdot V_{ca} \cdot u_a \cdot (\bar{u}_b \cdot V_{bd} \cdot u_d)^+ \propto V_{ca} V_{db}^* \cdot (\bar{u}_c \cdot u_a) \cdot (\bar{u}_b \cdot u_d)$$

I termini $\bar{u}_b \rightarrow \bar{c}d$ e $cd \rightarrow ab$ sono equivalenti; in questo caso,

$$\mathcal{J}' = \mathcal{J}_{ca}^+ \cdot \mathcal{J}_{bd}^- = \mathcal{J}^+ \Rightarrow \mathcal{J}' = \mathcal{J}^+$$

L'interazione, infatti, è hermitiana. Esprimiamo \mathcal{J}^+ :

$$\mathcal{J}^+ = V_{ca}^+ \cdot V_{db} \cdot (\bar{u}_a \cdot u_c) \cdot (\bar{u}_b \cdot u_d)$$

Applichiamo CP e ritorniamo ora ormai alla componente \mathcal{J}_{ca}^+ :

$$(\mathcal{J}_{ca}^+)_c = V_{ca} \cdot (\bar{u}_c)_c \cdot \gamma^4 \cdot (1+\gamma^5) \cdot (u_a)_c = V_{ca} \cdot u_c^T \cdot G^{-1} \cdot \gamma^4 \cdot (1+\gamma^5) \cdot G \cdot \bar{u}_a^T$$

$$\text{oppure di } G = i\gamma^2\gamma^0$$

$$\text{b.e. } \gamma_{\mu\nu} = -\gamma_{\nu\mu} \text{ da } \bar{u}_c = -u_c^T G^{-1}$$

quindi:

$$(\mathcal{J}_{ca}^+)_c = V_{ca} u_c^T \cdot (\gamma^4 \cdot (1+\gamma^5))^T \bar{u}_a^T = V_{ca} \bar{u}_a \cdot \gamma^4 (1+\gamma^5) u_c$$

Andiamo da benemere aggiungere "a mano" un segno meno per l'asse sotto del γ^5 che è γ^5 è completa ($CQ = -Q$), ma si dimostra che essa è ininfluata poiché abbiamo una γ^5 opposta P :

$$((\mathcal{J}_{ca}^+)_c)_p = V_{ca} \bar{u}_a \cdot P^{-1} \gamma^4 (1-\gamma^5) P u_c$$

noto che $(\gamma^4)^+$ è tale che:

$$(\gamma^4)^+ = \gamma^4 \quad (\gamma^5)^+ = -\gamma^5$$

Si prova anche a misurare l'operazione di $(\mathcal{J}_{ca}^+)_c$; si dimostra che, in conclusione, si ottiene:

$$\mathcal{J}_{cp} = \begin{bmatrix} \mathcal{J}_{ca}^+ & \mathcal{J}_{bd}^+ \\ \mathcal{J}_{ca}^- & \mathcal{J}_{bd}^- \end{bmatrix}_{cp} \propto V_{ca} \cdot V_{db}^* \cdot (\bar{u}_a \cdot u_c) \cdot (\bar{u}_b \cdot u_d)$$

Se si fa l'operazione mirata di \mathcal{J}^+ , non si saffia: che non è una \mathcal{J} complessa coniugata dell'altra. Se le V sono reali, si ottiene proprio:

$$\mathcal{J}^+ = \mathcal{J}_{cp}$$

inoltre il modulo quadrato di \mathcal{J}_{cp} è \neq da quello di \mathcal{J}^+ , se si saffia: non sono reali.

Restano come questa influenza nella matrice CKM:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

se consideriamo una interazione (massive) rappresentata da matrice di interazione di Yukawa (con $\theta_c = 2$), allora per il γ^5 :

$$V_{ud} = \sin \theta_c \approx 1 - \frac{\lambda^2}{2}$$

$$V_{us} = \sin \theta_c \approx \lambda$$

$$V_{cd} = -\cos \theta_c \approx -1$$

$$V_{cs} = \cos \theta_c \approx 1 - \frac{\lambda^2}{2}$$

quello in base al quale il quark c decade preferenzialmente in particelle strane: la presenza del K indica il decadimento di un c (infatti $V_{cs} \approx 1$, mentre $V_{cd} \approx 0$).

Per quanto concerne gli altri termini della matrice CKM si ha:

- $V_{tb} \approx 1$, poiché il decadimento del top è stato osservato solo con un b nella stato finale (alimenti BD e CD , e Fermilab).

Quindi il Termine di fase μ^0 nasce da:

$$V_{td} \quad V_{ts} \quad V_{ub} \quad V_{cb}$$

in quanto le loro miscele entrano nella transizione tra 1° e 3° generazione di quark (V_{cd} e V_{ub}), che sono i termini più lontani della diagonale, questi termini possono anche interferire tra loro.

$$V_{ub} = A \cdot \lambda^3 \cdot (p - i \eta)$$

è una conseguenza della violazione di CP.

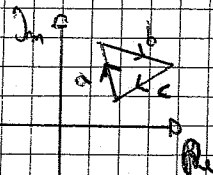
Le transizioni $t \rightarrow d$ sono molto difficili da realizzare, quindi gli esperimenti in andamento lo stile della violazione CP riguardano soprattutto processi del tipo $u \rightarrow d$.
 Ci si basa del fatto che la matrice di mixing è unitaria ($V V^\dagger = \mathbb{1}$), gli elementi nella seconda riga e nelle colonne:

$$V V^\dagger = V^\dagger V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} 1^{\text{a}} \text{ riga} \cdot 3^{\text{a}} \text{ colonna} \\ (\text{questo dato}) \end{matrix} \Rightarrow V_{ud} V_{us}^* + V_{cd} V_{cb}^* + V_{td} V_{tb}^* = 0$$

... e simili ...

di questa equazione si ottiene una relazione in cui i 3 termini sono tutti dell'ordine di λ^3 :
 si tratta di elementi molto piccoli (rispetto a $\lambda = \theta_c$), ma sono complessi. Se avessimo nella un'altra relazione, allora avremmo anche dei termini dominanti. In una relazione più semplice, possiamo stabilire il TRIANGOLO DI UNITARIETA' nel piano complesso.

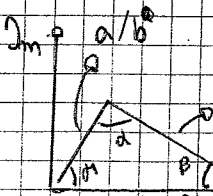
$$\underbrace{V_{ud} V_{us}^*}_a + \underbrace{V_{cd} V_{cb}^*}_b + \underbrace{V_{td} V_{tb}^*}_c = 0$$



due: α è l'angolo tra i due vettori a e b .

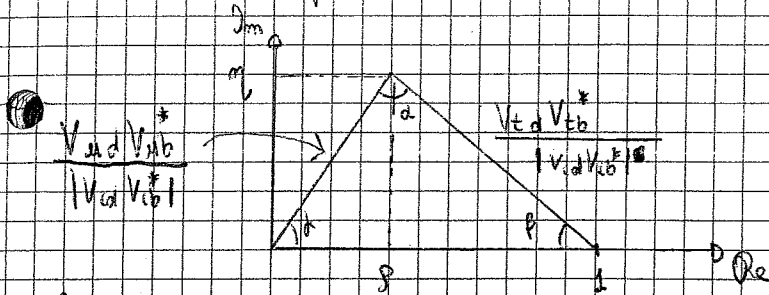
Quando un equazione con un termine dominante, quella consiste di un triangolo con un lato predominante (che, quindi, è molto maggiore). Consideriamo il triangolo in un sistema

Di riferimento per $|V_{cd} V_{cb}^*|$:



$$\frac{V_{ud} V_{ub}^* + V_{cd} V_{cb}^* + V_{td} V_{tb}^*}{|V_{cd} V_{cb}^*|} = 0 \Rightarrow$$

Partendo da parametrizzazione $V_{ab} = A 2^{\beta} \cdot (p - i q)$, ignorando l'angolo ϕ di η nel Triangolo:



La somma delle misure adiacenti i , tra le altre cose, verifica la quarta legge ma effettivamente un Triangolo ($\alpha + \beta + \phi = \pi$). I vari lati sono esse misurate mediante sparsi.

$V_{cb} \Rightarrow \beta = 0 \Rightarrow \text{let.} + \bar{V}$ (in minima fase)

$V_{ab} \Rightarrow \beta = \pi \Rightarrow \text{let.} + \bar{V}$ (in minima fase)

La matrice del sistema lineare V_1, V_2 (K_1, K_2) è $M + i \frac{P}{2}$ e non è hermitiana.

Questo sistema ad un'evoluzione temporale degli stati del tipo:

$|\Psi(t)\rangle = a(t)|B^0\rangle + b(t)|\bar{B}^0\rangle + c(t)|D, S, \nu\rangle + d(t)|X, \bar{X}, \nu\rangle + \dots$

Le vari sparsi del decadimento

L'Hamiltoniana può essere scritta come $H = H_0 + H_{wk}$, con H_{wk} hermitiana. Se, però, si limitano il sottospazio bidimensionale di B^0 e \bar{B}^0 , H_{wk} non è più hermitiana. Essa è ripartita in due parti (M e P), se non indipendentemente hermitiane.

L'evoluzione della ψ è lineare omogenea, dunque, attraverso una hamiltoniana effettiva 2×2 :

$i \frac{d}{dt} |\Psi\rangle = H_{eff} |\Psi\rangle$ con $|\Psi\rangle = \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix}$ ed $H_{eff} = M - i \frac{P}{2}$

La P è la larghezza di decadimento. Negli elementi fuori diagonale di H_{eff} si trovano le quantità che danno il mescolamento tra gli stati (K_1 e K_2 , nell'esempio di K , e B_{strano} e $B_{antistrano}$ nel caso dei B). Ma allora la P è effettivamente la larghezza di decadimento:

$\frac{d}{dt} \langle \Psi | \Psi \rangle = \langle \dot{\Psi} | \Psi \rangle + \langle \Psi | \dot{\Psi} \rangle$

usando $i \dot{\Psi} = (M - i \frac{P}{2}) \Psi \Rightarrow \dot{\Psi} = (-iM - \frac{P}{2}) \Psi = -(\frac{P}{2} + iM) \Psi$:

$\frac{d}{dt} \langle \Psi | \Psi \rangle = \langle \Psi | (-iM - \frac{P}{2}) \Psi \rangle + \langle \Psi | (-iM - \frac{P}{2}) \Psi \rangle = -\langle \Psi | P | \Psi \rangle$

così P è proprio la larghezza di decadimento (è il rate delle interazioni). Infatti, usando gli autostati $P|\Psi\rangle = \gamma|\Psi\rangle$, si dice:

$\frac{d}{dt} \langle \Psi | \Psi \rangle = -\langle \Psi | P | \Psi \rangle = -\gamma \langle \Psi | \Psi \rangle \Rightarrow$ l'angolo di la larghezza di decadimento

Quali sono gli operatori che corrispondono a P, C, T per i fermioni?

Parità: γ^0

come si dimostra?

$$P \begin{pmatrix} \phi \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi \\ -\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \phi \end{pmatrix} = \gamma^0 \begin{pmatrix} \phi \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \phi \end{pmatrix}$$

Conica:

Cosa succede passando da particella ad antiparticella?

Antiparticella entrante nel sistema: porta DENTRO
 $+\frac{1}{2}, +E, +e, +\hbar$
(s) (eu.) (q) (elicità)

Particella uscente equivalente: porta FUORI

$-\frac{1}{2}, -E, -e, +\hbar$ (\equiv particella ad eu. < 0 uscente)

È l'elicità? NON CAMBIA -

Come si comportano gli spinori u e v ?

Spinore $\rightarrow \phi = a_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + a_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Bispinore $\rightarrow u = a_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + a_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + a_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \\ 0 \end{pmatrix} + a_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{0 \cdot \vec{p}}{E+m} \\ 0 \end{pmatrix}$

È l'antiparticella?

$$v = \begin{pmatrix} \frac{-\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \chi \\ \chi \end{pmatrix}$$

Qual è l'operatore coniugazione di carica?

$$C \psi_c = \bar{\psi}^T$$

\hookrightarrow coniugato

Storicamente la coniugazione di carica è dovuta all'interazione e.m.; manda i num. quantici addizionali nel loro opposto.

Per una PARTICELLA: $i \partial_\mu \rightarrow i \partial_\mu + e A_\mu$ ($q = -e$)
 la corrente è:

$$j^\mu(e^-) = -e \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$$

Sostituiremo adesso l'accoppiamento minimale nell'eq. di

Dirac:

$$[\gamma^\mu (i\partial_\mu + eA_\mu) - m]\psi = 0 \quad (1)$$

Se invece che un e^- abbiamo un POSITRONE:

$$j_e^\mu(e^+) = e \bar{\psi}_e \gamma^\mu \psi_e$$

$$[\gamma^\mu (i\partial_\mu - eA_\mu) + m]\psi_e = 0 \quad (2)$$

Facciamo il complesso coniugato della (1):

$$[(\gamma^\mu)^* (-i\partial_\mu + eA_\mu) - m]\psi^* = 0$$

$$-[(\gamma^\mu)^* (i\partial_\mu - eA_\mu) + m]\psi^* = 0$$

Ci serve un operatore che trasformi γ^μ in $-(\gamma^\mu)^*$:

$$-\hat{O}(\gamma^\mu)^* = \gamma^\mu \hat{O}$$

Se γ^μ sono tutte reali tranne γ^2 , la quale fa $(\gamma^2)^* = -\gamma^2$

$\Rightarrow \hat{O} \propto \gamma^2$.

$$\hat{O} = i\gamma^2$$

$$\gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ -\sigma_2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \hat{O} = i\gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Come si comporta sui campi?

$$\psi = \underbrace{\mu(\vec{p})}_{\text{bi-spinore}} \underbrace{e^{-i\vec{p}\cdot\vec{x}}}_{\text{parte spaziale}}$$

$$\psi^* = \underbrace{\mu(-\vec{p})}_{\text{spinore uscente ad } E < 0} e^{-i(-\vec{p})\cdot\vec{x}}$$

Supponiamo di avere uno stato fatto così:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{Applicandoci } \hat{O}: \quad e \begin{pmatrix} \hat{O} \mu^1 \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\vec{\sigma}\cdot\vec{p} \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m} \\ \mu^4 \end{pmatrix} \quad \mu_1 \rightarrow \mu_4$$

Non abbiamo ancora sistemato le cose per C . Si ha che: $0 = C \gamma^0 = i \gamma^2 \Rightarrow C = i \gamma^2 \gamma^0$

Regole

$$C^{-1} \gamma^\mu C = (-\gamma^\mu)^T$$

$$C = -C^{-1} = -C^T = -C^+$$

$$0 = C \gamma^0$$

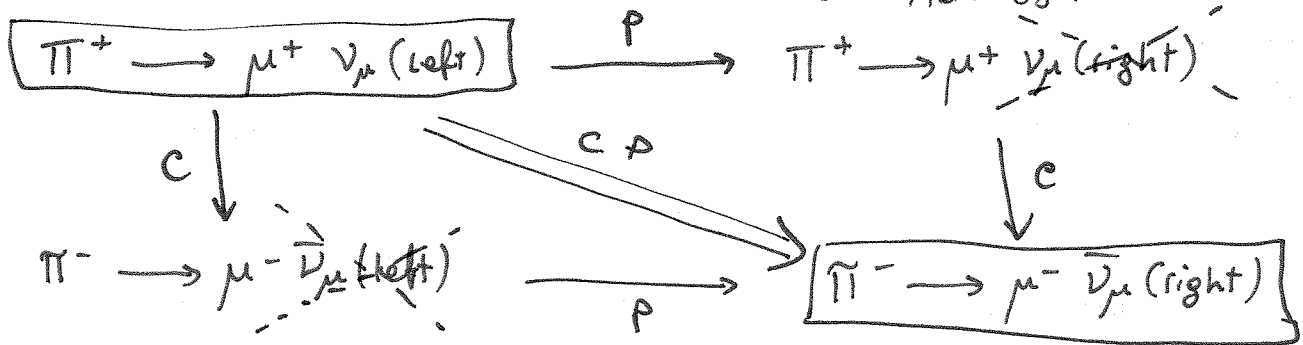
Se applichiamo queste operazioni alla corrente fermionica troviamo un "-" davanti alla corrente antifermionica. È un fatto fondamentale dovuto al teor. di spin-statistica: ci va aggiunto un altro "-" a mano. In fatti l'operatore agisce su spin e segno dell'energia, non solo carica.

dovuto al teor. di spin-statistica: ci va aggiunto un altro "-" a mano. In fatti l'operatore agisce su spin e segno dell'energia, non solo carica.

$$J_{em}^\mu(e^+) = -(+e \psi^T C^{-1} \gamma^\mu C \bar{\psi}^T) = -e \psi^T \gamma^{\mu T} \bar{\psi}^T = e \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$$

Passiamo a CP.

L'int. debole non conserva né P né C. Ad. es:



Da questo processo, CP appare conservata.

Il meccanismo del flavour-mixing consente la violazione di CP a patto che $\exists N > 2$ famiglie di quark.

La scoperta di CP avvenne 10 anni prima della scoperta del charm \Rightarrow all'inizio si pensava che l'esperimento fosse sbagliato.

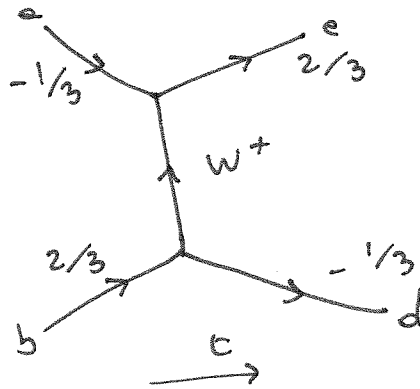
Al tempo l'idea era:

- interazione debole \rightarrow conserva CP
 - K violano CP \Rightarrow \exists interazione **PERDEBOL**e che viola CP?
- La questione è stata chiusa nel 2003-2004 alle B-factories. La violazione di CP spiegherebbe l'assenza di antimateria primaria.

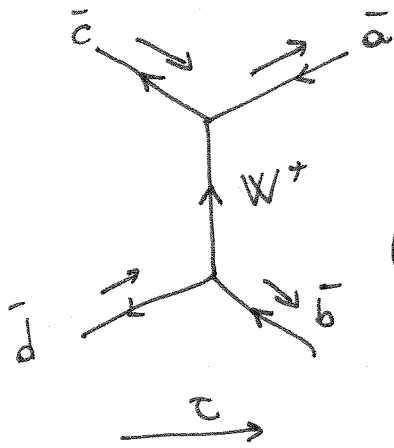
è all'inizio vi erano tanti p quanti \bar{p} , bisogna ammettere che i \bar{p} siano decaduti ed i p no \Rightarrow violazione CP. È verificato, dal conteggio dei γ nell'universo, che non può essere che ci fosse un'asimmetria iniziale (più p che \bar{p}) e che tutti i \bar{p} si siano annichiti con dei p .

Prendiamo un processo a quark:

$a b \rightarrow c d$
(ampiezza \mathcal{F})



Prendiamo ora il processo $\bar{c} \bar{d} \rightarrow \bar{a} \bar{b}$



Che relazione \mathcal{F} tra questi due processi?

(ampiezza \mathcal{F}')

$$\mathcal{F} \sim J_{ea}^\mu J_{\mu}^{bd+}$$

$$\mathcal{F}' \sim J_{ae}^{\mu+} J_{\mu}^{bd}$$

A livello di modulo quadro, $|\mathcal{F}|^2 = |\mathcal{F}'|^2$

Prendiamo invece ora: $\bar{a} \bar{b} \rightarrow \bar{c} \bar{d}$, $cd \rightarrow ab$ anche questi sono equivalenti. Ma $cd \rightarrow ab$ è il T-coniugato di $ab \rightarrow cd$.

N.B.: T è anti-unitario \Rightarrow non solo ribalta l'asse dei tempi, ma fa anche il complesso coniugato.

$$\text{Ampiezza}(ed \rightarrow ab) = [\text{Ampiezza}(db \rightarrow cd)]^* -$$

Se abbiamo una matrice di mixing V , $\bar{\psi}$ delle correnti:

$$\bar{u}_{(u)} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) V_{(u)(d)} u_{(d)}$$

Nel processo $db \rightarrow ed$ compaiono V_{ea} e V_{db}^* , nel processo $ed \rightarrow ab$ V_{ca}^* e V_{db} .

Se la matrice di mixing ha elementi reali, le ampiezze sono uguali. Se non lo è, ed è più grande di 2×2 , no.

Ades., per l'angolo di Cabibbo:
$$V = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

V è ortogonale poi ciò abbiamo previsto il quark charm (GIM).

V è unitaria (a livello albero e l'interazione in corrente neutra non cambia il sapore).

Prendiamo N famiglie. La matrice di mescolamento sarà $V_{N \times N}$. Se supponiamo che sia complessa, avrò $2(N \times N)$ parametri indipendenti.

Se impongo l'unitarietà scendo a $N \times N$.

I campi dei quark sono def. a meno di una fase arbitraria. Posso costruire una matrice che contenga le fasi, chiaramente diagonale.

$$(S_{ik})_u = e^{i\alpha_k} \delta_{ik} \quad (S_{ik})_d = e^{i\beta_k} \delta_{ik}$$

$$\begin{pmatrix} e^{i\alpha_u} & & & & & \\ & e^{i\alpha_d} & & & & \\ & & e^{i\alpha_c} & & & \\ & & & e^{i\alpha_s} & & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_u \\ \psi_d \\ \psi_c \\ \psi_s \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Voglio abbassare il numero di parametri di V , ridefinendola con fasi arbitrarie diverse.

$$V' \equiv S_m^* V S_d$$

$$(m) \quad (S_m) \quad V \quad (S_d) \quad (d)$$

Pseudo: $d_k \equiv d + d'_k$, $\alpha = \frac{\sum_k d_k}{N} \Rightarrow \sum_k \alpha'_k = 0$

$$S_m = e^{i\alpha} S'_m \quad S_d = e^{i\beta} S'_d$$

$$V' = e^{-i(\alpha-\beta)} S'_m V S'_d$$

↳ differenza tra le medie

Questa fase è ineliminabile.

aug. di Cobinbo

$N=2$ famiglie \rightarrow 8 elem. $\xrightarrow{\text{unitariet\`a}}$ 4 $\xrightarrow[\text{scelta fasi}]{-(2N-1)}$ 1

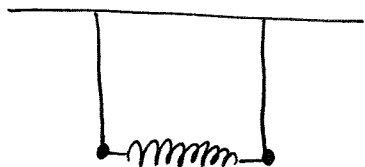
$N=3$ famiglie \rightarrow 18 elem. $\xrightarrow{\text{unitariet\`a}}$ 9 $\xrightarrow[\text{scelta fasi}]{-(2N-1)}$ 4 \leftarrow $\begin{matrix} \sqrt{3 \times 3} \text{ con} \\ 1 \text{ fase} \\ \text{residua} \\ \Rightarrow \vee \text{ complessa} \end{matrix}$

4 = 3 matrici $\in \mathbb{R}$ di rotazione
+ qual cosa di complesso.

Nell'esperimento di Cronin e Fitch venne scoperta la violazione di T , non direttamente di T_+

Nel 2003-2004 la violazione di CP viene dimostrata compatibile con il modello standard, almeno nella rappresentazione di Kobayashi-Maskawa (matrice CKM).

Analogo classico del sistema dei K :



- oscillazione in fase se l'accoppiamento è massimale
- oscillazione in controfase

NB: con il sistema $K^0 - \bar{K}^0$ era stato osservato il mixing dei quark di tipo down. Nel 2008, a BaBar, è stato osservato anche il mixing di quark di tipo up, nel sistema $D - \bar{D}$.

In generale, ogni volta che si ha un sistema neutro, gli autostati di massa sono una combinazione lineare di particella ed antiparticella.

1964 $\Rightarrow K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-$ (autostato puro di CP)
 $K_L \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ (autostato di CP all'antipolo opposto solo se $\pi^+ \pi^- = \pi^0 \pi^0 \pi^0$)

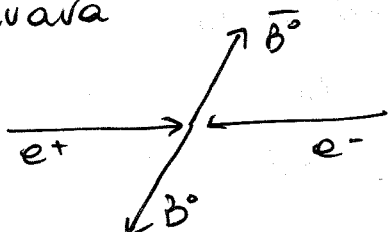
$$\frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)} \neq 0 \Rightarrow \text{CP è violata } (\pi^+ \pi^- \text{ costituisce un autostato di CP)}$$

Si dimostra che $|\pi^0 \pi^0\rangle \neq |\pi^+ \pi^-\rangle$ se la matrice di mixing contiene un parametro complesso.

Nel 2001 si misura la diversità di questi stati:

$$\frac{\frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-)}}{\frac{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)}} = 6 \operatorname{Re} \frac{\epsilon'}{\epsilon} \neq 1 \quad (\text{NA48})$$

Nello stesso anno, due esperimenti (BABAR SLAC e BELLE TSUKUBA) in cui si osservava



hanno misurato i parametri di CKM in modo indipendente -

In definitiva: CP è permessa dal modello standard -

Ma questo non bastava per spiegare l'asimmetria materia - antimateria \Rightarrow altri esperimenti dedicati: LHCb, Belle II, ... (canali $D^0 - \bar{D}^0$ e B) - SUPER-B = BABAR con 100 volte più statistico -

Bisogna capire quali sono le altre sorgenti di violazione al di fuori del modello standard -

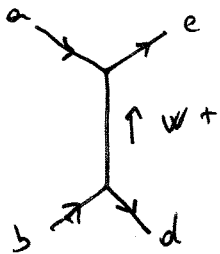
NA62 = evoluzione di NA48, studia il decadimento del K carico in pione + neutrino + antineutrino -

Ci sono fenomeni non spiegati:

- o oscillazioni neutrini
- o materia oscura, energia oscura
- o asimmetria materia - antimateria

\Rightarrow non possiamo essere soddisfatti della attuale interpretazione delle interazioni fondamentali -

Avevamo fatto:



$$\mathcal{J} = J_{ca}^\mu J_{bd}^+$$

Questo è uno scattering, ma può anche essere visto come un decadimento del W. Sperimentalmente si vanno ad osservare i decadimenti in quark pesanti. Questo perché gli esperimenti di scattering producono un ingente fondo inelastico + elastico. Inoltre, se a, b, c, d sono quark, non abbiamo a disposizione quarks liberi per fare lo scattering -

Si produce quindi uno stato legato adronico e se ne studia il decadimento adronico tramite il bosone W^\pm .

Nel nostro modello:

$$\mathcal{J} \approx \bar{u}_c V_{ca} u_a (\bar{u}_b V_{bd} u_d)^\dagger = V_{ca} V_{db}^* (\bar{u}_c u_a) (\bar{u}_d u_b)$$

(abbiamo trascurato le matrici γ e γ_5) -

Passiamo ad ~~adroni~~ $\bar{a} \bar{b} \rightarrow \bar{c} \bar{d} \equiv cd \rightarrow ab$ - In

questo caso, l'ampiezza va come \mathcal{F}' :

$$\mathcal{F}' \simeq J_{ea}^+ J_{bd} \simeq \mathcal{F}^+$$

Questo è banale, l'hamiltoniano di interazione è la complessa coniugato della precedente.

$$\mathcal{F}^+ \simeq V_{ca}^* V_{db} (\bar{u}_a m_e)(\bar{u}_b m_d)$$

Voglio vedere cosa c'entra CP. Riparto da J_{ea}^M ed applico prima C e poi P secondo le prescrizioni viste ieri.

$$\begin{aligned} (J_{ea}^M)_c &= V_{ca} (\bar{u}_c)_c \gamma^M (1 - \gamma_5) (m_a)_c \\ &= -V_{ca} \underbrace{u_c^T C^{-1} \gamma^M (1 - \gamma_5) C \bar{u}_a^T} \end{aligned}$$

$$C = i \gamma^2 \gamma^0$$

$$\begin{cases} C^{-1} \gamma^M C = -\gamma^{M^T} \\ C^{-1} \gamma^M \gamma_5 C = (\gamma^M \gamma_5)^T \end{cases}$$

aggiungere a mano

$$= V_{ca} m_c^T (\gamma^M (1 - \gamma_5))^T \bar{u}_a^T = V_{ca} \bar{u}_a \gamma^M (1 - \gamma_5) m_c \cdot (-1)$$

N.B.: Per il confronto delle ampiezze è inutile aggiungere quel segno meno, ne uscirebbe uno anche dall'altro corrente.

Applico ora P:

$$\left((J_{ea}^M)_c \right)_P = V_{ca} \bar{u}_a P^{-1} \gamma^M (1 - \gamma_5) P m_c$$

$$P^{-1} = P = \gamma^0$$

In conclusione:

$$(\mathcal{F})_{CP} = V_{ca} V_{db}^* \left[\overbrace{(\bar{u}_a \leftarrow m_e)}^{\text{varie } \delta \text{ qua dentro}} (\bar{u}_b \rightarrow m_d) \right]$$

↳ è la stessa struttura matriciale di \mathcal{F}^+
 ma il coefficiente davanti è il complesso coniugato dell'altro.

$$\boxed{(\mathcal{F})_{CP} = \mathcal{F}^+ \text{ sse } V_{ij} \in \mathbb{R}}$$

Se questo non vale, $|(\mathcal{F})_{CP}|^2 \neq |\mathcal{F}^+|^2$ (c'è di mezzo una trasposizione, notare gli indici).

Per ammettere CP occorre dunque che V_{KM} contenga intermine complesso.

Qual è?

$$\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = V_{CKM}$$

Qualsiasi minore di V_{CKM} deve contenere la matrice di rotazione di Cabibbo.

$\Theta_c \equiv \lambda$ (parametrizzazione di Wolfenstein)

Prendiamo la prima 2×2 : sviluppando in serie,

$$V_{ud} = \cos \lambda \approx 1 - \frac{\lambda^2}{2} \quad V_{cs} = \cos \lambda \approx 1 - \frac{\lambda^2}{2}$$

$$V_{us} = \sin \lambda \approx \lambda \quad V_{cd} = -\sin \lambda \approx -\lambda$$

Questo ci dice immediatamente che il quark c decade prevalentemente in quarks s . Il decadimento non-strano è molto più raro ($\cos \approx 1$, $\sin \approx 0$).

Sperimentalmente: $V_{ud} \approx V_{cs} \approx V_{tb} \approx 1$ (in realtà non è mai stato osservato uno stato legato contenente t , decade subito in b).

Allora la fase complessa può essere contenuta solo in V_{td} , V_{ts} , V_{ub} e V_{cb} . In realtà è molto più probabile che si trovi nei termini più lontani della diagonale, che si è verificato essere più piccoli. (V_{ub} , V_{td})

$$V_{ub} \equiv A \lambda^3 (\rho - i\eta)$$

La fase complessa si ha nelle transizioni tra prima e terza generazione. Al momento attuale non è possibile studiare l'accoppiamento V_{td} tra top e down, perciò si va ad esplorare V_{ub} .

Come si fa?

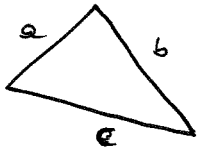
$$V_{CKM} \text{ unitaria} \Rightarrow VV^\dagger = V^\dagger V = \mathbf{1}$$

$\Rightarrow V^\dagger V$ ha 6 elementi nulli e 3 che valgono 1. Si ottiene:
(ad esempio)

$$V_{ud} V_{ub}^* + V_{cd} V_{cb}^* + V_{td} V_{tb}^* = 0 \quad (\text{"relazione db"})$$

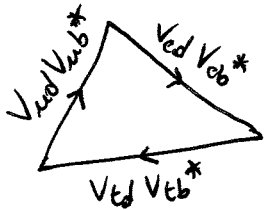
Questi 3 termini sono tutti ordine λ^3 , sono tutti piccoli ma componibile tra loro.

$a + b + c = 0 \Rightarrow a, b, c$ sono i lati di un triangolo (detto "di unitarietà") sul piano complesso:



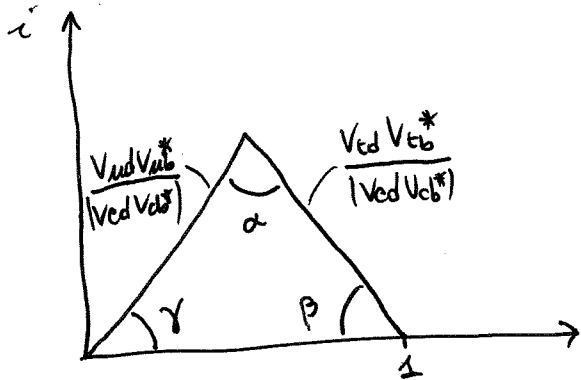
$a \approx b \approx c \Rightarrow$ vengono misurati con la stessa precisione, a differenza di altri casi quali \longrightarrow .

Convenzionalmente:

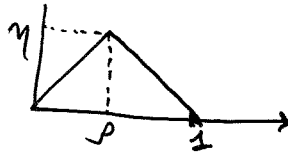


Adesso riscale il triangolo dividendo ogni lato per $|Vcd/Vcb^*|$ (\Rightarrow ce ne sono 2 che vale 1)

Il triangolo apparirà così:



Se uso la parametrizzazione $V_{ub} = A \lambda^3 (\rho - i\eta)$ otteniamo:



Scopo delle misure è, per prima cosa, che questo oggetto sia un triangolo. Sono stati misurati β, γ ed α (gli ultimi 2 con poca precisione).

Poi è stato misurato il lato sinistro:

$$V_{cb} : B \rightarrow D + \ell v \quad (\text{si misura bene})$$

$$V_{ub} : B \rightarrow \rho, \pi + \ell v \quad (\text{si misura con precisione } \approx 10\%)$$

Per ora tutto tace.

Se considero il decadimento del charm, con riduzione di ℓv , posso rifare lo stesso lavoro con una parametrizzazione diversa della matrice di mixing.

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that every entry should be supported by a valid receipt or invoice. This ensures transparency and allows for easy verification of the data.

In addition, it is crucial to review the records regularly to identify any discrepancies or errors. This proactive approach helps in catching mistakes early and prevents them from escalating into larger issues. The document also mentions the need for secure storage of these records to protect sensitive information.

Furthermore, the document highlights the role of technology in streamlining record-keeping processes. Modern accounting software can automate many tasks, reducing the risk of human error and saving valuable time. However, it is important to choose a reliable and secure system that meets the specific needs of the organization.

Finally, the document concludes by stating that consistent and accurate record-keeping is essential for the long-term success and stability of any business. It serves as a foundation for informed decision-making and financial planning.